



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática

Fernanda Coelho Goodwin

**ESTUDO DE ALGUNS POLIEDROS COM O AUXÍLIO DO *SOFTWARE*
GEOGEBRA NO *TABLET***

Belo Horizonte
2017

Fernanda Coelho Goodwin

**ESTUDO DE ALGUNS POLIEDROS COM O AUXÍLIO DO *SOFTWARE*
GEOGEBRA NO *TABLET***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Tânia Fernandes Bogutchi

Belo Horizonte
2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

G656e Goodwin, Fernanda Coelho
Estudo de alguns poliedros com o auxílio do *Software Geogebra no tablet /*
Fernanda Coelho Goodwin. Belo Horizonte, 2017.
166 f.: il.

Orientadora: Tânia Fernandes Bogutchi
Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

1. Tecnologia da informação. 2. Tablet (Computadores) - Metodologia. 3. Software de aplicação - Desenvolvimento. 4. Poliedros. 5. Ensino fundamental - Belo Horizonte (MG). I. Bogutchi, Tânia Fernandes. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título. SIB PUC MINAS

CDU: 513.34



PROGRAMA DE MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

FERNANDA COELHO GOODWIN

Dissertação defendida e aprovada pela seguinte banca examinadora:

Prof.^a Dr.^a Tânia Fernandes Bogutchi – Orientadora – (PUC Minas)
Doutorado em Tratamento da Informação Espacial – (PUC Minas)

Prof. Dr. Leônidas Conceição Barroso – (FUMEC)
Doutorado em Informática – (PUC-RJ)

Prof.^a Dr.^a Eliane Scheid Gazzi – (PUC Minas)
Doutorado em Educação – (UNICAMP)

Belo Horizonte, 18 de setembro de 2017.

Aos meus pais, marido, familiares e
amigos. Pelo incentivo,
participação e carinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, ser supremo que nos deu a vida, sabedoria e força para enfrentar e superar todos os obstáculos que aparecem no caminho.

A meus pais, pelo exemplo de vida, pelo apoio incondicional e por acreditarem em mim e não medirem esforços para que eu pudesse alcançar meus sonhos.

A meu marido James, companheiro, amigo e incentivador, que sempre esteve ao meu lado mesmo nos momentos mais difíceis, apoiando-me, auxiliando e acreditando em mim, tendo sempre uma frase amiga dizendo: calma, dará tudo certo!

À orientadora, Profa. Dra. Tânia Fernandes Bogutchi, por sua dedicação, comprometimento, paciência, sensibilidade, serenidade e apoio ao longo deste trabalho, contribuindo para meu amadurecimento, como pesquisadora e como profissional.

Aos demais professores do programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas, pelo incentivo e pelos preciosos momentos de trocas enriquecedoras que tivemos durante as disciplinas.

Aos meus colegas da turma onze do mestrado, pela rica troca de experiências, pelas risadas, convívio e amizade, que levarei sempre comigo.

À coordenação do Colégio Metodista Izabela Hendrix, por ter apoiado a realização do trabalho na instituição, e aos alunos do 9º ano, 2016, pela participação nesta pesquisa. Aos professores, pelo apoio e aulas cedidas.

À Banca Examinadora, pela disponibilidade e contribuições.

A todos os meus amigos, que estiveram sempre ao meu lado, pelo incentivo e vibração pelo meu sucesso.

A todos que, de alguma forma, direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho apresenta como proposta o desenvolvimento de uma sequência didática que possibilita complementar o trabalho pedagógico do professor ao usar uma TI – Tecnologia da Informação, a fim de desafiar os alunos à construção do conhecimento e à formalização de área e volume de alguns poliedros de maneira mais dinâmica e interativa, por meio da experimentação, manipulação e visualização das figuras, usando o *software* GeoGebra no *tablet*. Desta forma, serão subsidiadas as práticas pedagógicas no processo ensino e aprendizagem, propiciando a concretização do conhecimento matemático por meio da exploração do que a tecnologia proporciona. A pesquisa foi realizada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II, de uma instituição de ensino particular de Belo Horizonte, MG, no ano letivo de 2016. Como produto desta pesquisa foi elaborada uma sequência didática, contendo dezesseis atividades, quatorze das quais são atividades investigativas guiadas, a serem realizadas com o auxílio do *software* GeoGebra, no intuito de propor ao aluno uma gradual formação conceitual do estudo de poliedros. Tal sequência didática visa garantir que as atividades apresentadas sejam compatíveis com o conhecimento dos alunos, tornando os desafios instigantes, mas não impossíveis de solucionar. As atividades foram realizadas em grupo, gerando diálogo, participação e motivação entre os alunos, ao desenvolverem as tarefas propostas. Estes se sentiram mais valorizados e interessados no ensino, sendo capazes de atuar de forma autônoma, possibilitando o aprender a aprender. As construções dos sólidos e as respostas das atividades dos sete grupos foram analisadas, permitindo concluir que o uso do GeoGebra, pelos alunos, contribuiu de forma significativa para a investigação e compreensão do conteúdo da Geometria Espacial.

Palavras-chave: Tecnologia da Informação; *Tablet*; GeoGebra; Poliedros.

ABSTRACT

This present work presents as its proposal the development of a didactical sequence that complements a teacher's pedagogical work by using IT – Information Technology to challenge students to build knowledge and the formalization of area and volume of certain polyhedrons in a dynamic and interactive way, through experimentation, manipulation and visualization of figures, using the GeoGebra software in a tablet. This way, the pedagogical practices in the teaching and learning process are sustained, allowing the concretization of mathematical knowledge through exploration as provided by the technology. The research was conducted in a Fundamental 9th Grade class (Junior High) in a private school in Belo Horizonte, MG, Brazil, during the 2016 school year. As a product of this research a didactical sequence was created, with sixteen activities, fourteen of which are guided investigative activities, to be done using the GeoGebra software, proposing to the student a gradual conceptual formation in the study of polyhedrons. Such a didactical sequence guarantees that the activities presented are compatible with the student's knowledge, making the challenges instigating, but not impossible to solve. The activities were done in group, generating dialogue, participation and motivation amongst students as they developed the proposed tasks. They felt more valued and showed more interest in learning, being able to act in an autonomous manner, learning to learn. The building of solids and the answers to activities by the seven groups were analyzed, allowing the conclusion that the use of GeoGebra by students, was a significant contribution to the investigation and comprehension of Space Geometry subject.

Key Words: Information Technology; Tablet; GeoGebra; Polyhedrons.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- Aplicação das atividades do primeiro encontro	42
FIGURA 2- Aplicação das atividades do segundo encontro	43
FIGURA 3- Aplicação das atividades do terceiro encontro	44
FIGURA 4- Aplicação das atividades do quarto encontro	44
FIGURA 5- Aplicação das atividades do sexto encontro	45
FIGURA 6- Aplicação da atividade do sétimo encontro	46
FIGURA 7- Representação da construção da figura da atividade 1	49
FIGURA 8- Representação da construção da figura da atividade 2	53
FIGURA 9- Representação da construção da figura da atividade 3	57
FIGURA 10- Representação da construção da figura da atividade 4	60
FIGURA 11- Representação da construção da figura da atividade 5	64
FIGURA 12- Representação da construção da figura da atividade 6	70
FIGURA 13- Representação da construção da figura da atividade 7	74
FIGURA 14- Projeção do Hexágono Regular da atividade 7	76
FIGURA 15- Representação da construção da figura da atividade 8	79
FIGURA 16- Projeção do prisma da atividade 8	82
FIGURA 17- Parte final do item “f” do protocolo 15	83
FIGURA 18- Resolução do apótema da base do prisma	83
FIGURA 19- Representação da construção da figura da atividade 9	86
FIGURA 20- Representação da construção da figura da atividade 10	91
FIGURA 21- Projeção da pirâmide da atividade 10	95
FIGURA 22- Representação da construção da figura da atividade 11	98
FIGURA 23- Exemplo da manipulação do sólido feita pelos alunos na atividade 11	100
FIGURA 24- Representação da construção da figura da atividade 12	105
FIGURA 25- Apresenta o momento da realização da atividade 15	109
FIGURA 26- Apresenta a realização da atividade 16 por diferentes grupos	113
FIGURA 27- Padrão de resposta do grupo A.....	116
FIGURA 28- Padrão de resposta do grupo C.....	116
FIGURA 29- Padrão de resposta do grupo D.....	117

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Livros didáticos adotados em Colégios particulares de BH – MG	32
QUADRO 2 - Livros didáticos avaliados	33
QUADRO 3 - Detalhamento dos encontros e das atividades	40

LISTA DE TABELAS

TABELA 1- Distribuição dos grupos por protocolo	66
TABELA 2- Distribuição dos grupos por protocolo	81
TABELA 3- Distribuição dos grupos por protocolo	94
TABELA 4- Distribuição dos grupos por protocolo	106

LISTAS DE PROTOCOLOS

PROTOCOLO 1- Padrão de respostas dos grupos A, C, D, E, F e G.....	50
PROTOCOLO 2- Padrão de respostas do grupo B	50
PROTOCOLO 3- Padrão de respostas dos grupos A, D, E, F e G	54
PROTOCOLO 4- Padrão de respostas dos grupos B e C	54
PROTOCOLO 5- Padrão de respostas de todos os grupos	58
PROTOCOLO 6- Padrão de respostas dos grupos B e D	61
PROTOCOLO 7- Padrão de respostas dos grupos A, C, E, F e G	61
PROTOCOLO 8- Padrão de respostas dos grupos B e E	65
PROTOCOLO 9- Padrão de respostas dos grupos A e F	65
PROTOCOLO 10- Padrão de respostas dos grupos C, D e G	66
PROTOCOLO 11- Padrão de resposta de todos os grupos	70
PROTOCOLO 12- Padrão de respostas dos grupos A, B, C, D, E e F	74
PROTOCOLO 13- Padrão de resposta do grupo G	75
PROTOCOLO 14- Padrão de respostas dos grupos A, C, D, E, F e G	80
PROTOCOLO 15- Padrão de resposta do grupo B	80
PROTOCOLO 16- Padrão de respostas de todos os grupos.....	87
PROTOCOLO 17- Padrão de respostas dos grupos A, B, C, E, F e G.....	92
PROTOCOLO 18- Padrão de resposta do grupo D	93
PROTOCOLO 19- Padrão de respostas dos grupos A, B, C, F e G.....	99
PROTOCOLO 20- Padrão de respostas dos grupos D e E	99
PROTOCOLO 21- Padrão de respostas dos grupos A, B, C, E, F e G	106
PROTOCOLO 22- Padrão de resposta do grupo D	106
PROTOCOLO 23- Padrão de respostas dos grupos A, E e F.....	109
PROTOCOLO 24- Padrão de respostas dos grupos B, C e G	110
PROTOCOLO 25- Padrão de resposta do grupo D	110

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AGD - Ambientes de Geometria Dinâmica

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD - Plano Nacional do Livro Didático

TI - Tecnologia da Informação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos	17
1.1.1	Objetivo Geral	17
1.1.2	<i>Objetivos Específicos</i>	18
1.2	A questão da Pesquisa	18
2.	O USO DA TI- TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO NA EDUCAÇÃO	21
2.1	O uso de <i>softwares</i> educativos no <i>tablet</i>	23
2.2	Ambientes de geometria dinâmica- <i>software</i> GeoGebra	25
2.3	Ensino da Geometria Espacial e as Tecnologias	27
3.	O ESTUDO DA GEOMETRIA E TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN) E NOS LIVROS DIDÁTICOS	29
3.1	A proposta dos PCN para a Matemática	29
3.2	O recurso às tecnologias na educação	30
3.3	Análise dos livros didáticos: uso de tecnologia no ensino da Geometria Espacial	31
4.	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	35
4.1	Contexto da pesquisa	37
4.2	Coleta de dados	39
4.3	Aplicação das atividades	39
5.	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES	47
5.1	Descrição da atividade 1	47
5.1.1	<i>Análise da atividade 1</i>	50
5.2	Descrição da atividade 2	51
5.2.1	<i>Análise da atividade 2</i>	55
5.3	Descrição da atividade 3	55
5.3.1	<i>Análise da atividade 3</i>	58
5.4	Descrição da atividade 4	59
5.4.1	<i>Análise da atividade 4</i>	61
5.5	Descrição da atividade 5	62
5.5.1	<i>Análise da atividade 5</i>	66
5.6	Descrição da atividade 6	68
5.6.1	<i>Análise da atividade 6</i>	71
5.7	Descrição da atividade 7	72
5.7.1	<i>Análise da atividade 7</i>	75
5.8	Descrição da atividade 8	77
5.8.1	<i>Análise da atividade 8</i>	81
5.9	Descrição da atividade 9	84
5.9.1	<i>Análise da atividade 9</i>	87
5.10	Descrição da atividade 10	88
5.10.1	<i>Análise da atividade 10</i>	94
5.11	Descrição da atividade 11	96
5.11.1	<i>Análise da atividade 11</i>	100

5.12	Descrição da atividade 12	103
5.12.1	<i>Análise da atividade 12</i>	106
5.13	Descrição da atividade 15	108
5.13.1	<i>Análise da atividade 15</i>	111
5.14	Descrição da atividade 16	112
5.14.1	<i>Análise da atividade 16</i>	112
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	118
	REFERÊNCIAS	120
	APÊNDICE A - Caderno de atividades	125

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é uma disciplina desafiadora e instigante, que proporciona o raciocínio lógico, aguça a curiosidade e prepara a mente para lidar com a realidade. Essas qualidades levaram-me, quando no Ensino Médio, a ter maior dedicação, e conseqüentemente, a gostar de estudar matemática.

Decidi, então, fazer o curso de Licenciatura em Matemática pela UEMG - Universidade do Estado de Minas Gerais, no campus de Diamantina, o qual iniciei em 2001. Logo após o término do curso em 2004, tive a oportunidade de lecionar em uma escola municipal de Diamantina, a FUMBEM – Fundação do Bem-Estar do Menor. No ano de 2007, fui selecionada como professora substituta na UFVJM – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, no campus de Diamantina.

Ao longo desses anos como professora de matemática enfrentei diversos desafios e senti a necessidade de aprimorar meus conhecimentos. Em 2008 mudei-me para Belo Horizonte e iniciei a Especialização em Matemática para Professores do Ensino Básico, curso oferecido pelo ICEX – Instituto de Ciências Exatas da UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais. No ano seguinte iniciei minhas atividades como professora do Ensino Básico do Colégio Metodista Izabela Hendrix, em Belo Horizonte.

Diante das minhas inquietações sobre o ensino da Matemática e a tecnologia na educação, cada vez mais presentes em sala de aula, busquei aperfeiçoar meus conhecimentos sobre os conteúdos formais e os procedimentos didáticos, ingressando, em 2015, no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática oferecido pela PUC Minas, com participação no Grupo de Pesquisa em Ensino e Informática e Metodologias para o Ensino de Matemática – GRUPIMEM. A participação nesse grupo ajudou-me a transformar minhas preocupações em um objeto de pesquisa, e assim encontrar maneiras de qualificar minha atuação docente. Como sugere Almeida,

à medida que estabelece um movimento entre a teoria e a prática, o professor constrói uma nova teoria de acordo com seu contexto e com a sua prática transformada e transformadora. Ao assumir essa nova postura, vai propiciar ao aluno a formação de sua identidade, o desenvolvimento de sua capacidade crítica, de sua autoconfiança e de sua criatividade. (ALMEIDA, 2000, p.79)

Pela observação em sala de aula, percebo com frequência as dificuldades de vários alunos do Ensino Básico em assimilar e formalizar determinados conceitos matemáticos. Uma

recente enquete *online* realizada pela revista *Nova Escola* da Editora Abril, em parceria com a plataforma Brainly (rede de aprendizagem colaborativa), confirma isso: dos 2500 estudantes que responderam à sondagem, 43% consideram a matemática a disciplina mais difícil do currículo. A grande maioria dos que responderam (96,6%) cursa o Ensino Fundamental 2 (PERES, 2017, p. 30).

Uma das maneiras pelas quais se procura resolver essa dificuldade hoje, é aliar o uso das tecnologias da informação ao processo ensino aprendizagem do aluno. Tendo isso em vista, decidi estudar alguns poliedros com o auxílio do *software* GeoGebra no *tablet*, pois a geometria é um ramo da matemática que implica o uso de elementos visuais. Propus-me a pensar, portanto, em uma prática de ensino que abordasse o conteúdo de Geometria Espacial com auxílio da TI.

A escolha do *software* se deu por este ser um *software* dinâmico, gratuito e livre, pela sua interface de fácil manipulação, interação e visualização. Além disso, é disponibilizada uma versão para visualização 3D, sendo possível verificar várias propriedades em Geometria.

Entender a Geometria como uma ciência do espaço é fundamental para o entendimento do mundo real, para a compreensão e ampliação da percepção do espaço e para a representação e visualização de partes do mundo que nos cercam, uma vez que as relações existentes se estabelecem no plano e no espaço. O ensino de Geometria pode ser facilitado com a incorporação da Tecnologia da Informação, pois os alunos poderiam desenvolver e aplicar os conceitos desse conteúdo por meio do uso do *software* GeoGebra no *tablet*.

1.1 Objetivos

1.1.1. Objetivo Geral

Desenvolver uma sequência didática que complemente o trabalho pedagógico do professor pelo uso de uma TI – Tecnologia da Informação, buscando levar os alunos a uma construção do conhecimento e formalização de área e volume de alguns poliedros, por meio da experimentação, manipulação e visualização das figuras no *software* GeoGebra de maneira mais dinâmica e interativa.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Apresentar a Geometria Espacial em uma metodologia que busque a interação entre o espaço de ensino aprendizagem e as experiências vivenciadas por alunos e professores no uso da TI – Tecnologia da Informação.
- b) Abordar o uso da TI no ensino de Matemática.
- c) Conhecer o *software* GeoGebra no *tablet* e sua potencialidade para o ensino de Geometria Espacial.
- d) Desenvolver os conceitos de área e volume de Prismas e Pirâmides a partir de atividades com auxílio do *software* GeoGebra.
- e) Elaborar atividades para uso do *software* GeoGebra no *tablet* no processo ensino aprendizagem de Matemática, especificamente no estudo de poliedros.
- f) Analisar o uso didático pedagógico do *software* GeoGebra no processo ensino aprendizagem.

1.2 A questão da Pesquisa

A questão da pesquisa foi formulada da seguinte maneira: **“Como podem ser estudadas as áreas e volumes de alguns poliedros com auxílio da Tecnologia da Informação, de modo a levar o aluno a compreender e a formalizar os seus conceitos matemáticos?”**

A escolha do conteúdo se justifica pelos poliedros permitirem explorar melhor as potencialidades do *software* GeoGebra, especialmente os recursos para visualizar e manipular os sólidos em 3D. Isso possibilita um ambiente tecnológico, que ajuda o aluno a realizar a descoberta de resultados matemáticos. Como afirma Silvana Claudia Santos:

(...) ao usar as TI durante o desenvolvimento de uma atividade matemática o modo de se pensar, os caminhos a percorrer em busca da solução ou do entendimento, são moldados pelas possibilidades que estas mídias oferecem e, além disso, a maneira de investigar e a visualização são qualitativamente diferentes daquelas na qual lápis e papel e suas interfaces são as únicas tecnologias utilizadas. (SANTOS, 2006, p. 26)

A pesquisa foi desenvolvida em um colégio particular de Belo Horizonte, MG, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II. Nesse colégio o conteúdo de Matemática no Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano) é dividido em duas disciplinas: Matemática I e Matemática II. Basicamente, tal estratégia foi adotada visando aumentar a carga horária de matemática sem que isso gerasse um desgaste na relação professor/aluno.

As atividades foram aplicadas no mês de novembro de 2016 de maneira a se ajustarem ao cronograma e planejamento feito pelo colégio. Para que houvesse tempo hábil para sua total aplicação, outros professores cederam seus horários.

A prática de ensino foi organizada como sequências didáticas, conforme propõe Zabala (1998), estruturada em torno de dezesseis atividades, definidas a partir do livro didático adotado pelo colégio:

1. Relembrar Área do Quadrado
2. Planificação e Área do Cubo
3. Volume do Cubo
4. Relembrar Área do Retângulo
5. Planificação e Área do Paralelepípedo
6. Volume do Paralelepípedo
7. Relembrar Área do Hexágono Regular
8. Planificação e Área do Prisma Hexagonal
9. Planificação e Área do Prisma Triangular Regular
10. Planificação e Área da Pirâmide Quadrangular
11. Planificação e Área do Tetraedro Regular
12. Volume da Pirâmide
13. Poliedros Regulares e Irregulares
14. Definição de Poliedros
15. Aplicação dos conceitos de alguns Poliedros
16. Criação de Poliedros no GeoGebra

Nesta introdução está apresentada a proposta da pesquisa. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre o uso da TI na educação. Também nesse capítulo foram feitas algumas reflexões sobre o uso de *softwares* educativos no *tablet*; Ambientes de Geometria Dinâmica; e o ensino de Geometria Espacial e as Tecnologias.

No capítulo 3 está apresentada a abordagem da Geometria preconizada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), bem como análise de alguns livros didáticos para verificação, quanto à inclusão ou não, de algum tipo de tecnologia no ensino desse tópico.

O capítulo 4 é dedicado à apresentação dos procedimentos metodológicos, contexto da pesquisa, coleta de dados e aplicação das atividades.

No capítulo 5 são apresentadas a descrição e a análise da aplicação das atividades propostas e seus resultados, pois se buscou compreender como ocorreu o processo dos alunos em assimilar e formalizar o conceito de sólidos geométricos.

Nas Considerações Finais demonstrou-se que os objetivos propostos para a pesquisa foram alcançados pelos resultados do trabalho realizado. Reiterou-se, ainda, a possibilidade de o produto apresentado suprir uma lacuna encontrada no material didático analisado, bem como as vantagens oferecidas pela abordagem proposta de utilização de uma TI, o *software* GeoGebra, como facilitador da percepção e construção de conceitos matemáticos sobre os poliedros.

O produto final é apresentado na forma de um caderno de atividades com sequências didáticas de alguns poliedros, elaboradas e aplicadas durante o desenvolvimento da pesquisa. E se localiza no Apêndice desta dissertação.

Espera-se que este trabalho, principalmente pelo seu produto, seja um norteador aos professores e alunos do Ensino Fundamental II.

2. O USO DA TI – TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO NA EDUCAÇÃO

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o uso da TI na educação, abordando especificamente o *software* GeoGebra e seu uso no *tablet*, pensado como Ambiente de Geometria Dinâmica; e o ensino de Geometria Espacial e as Tecnologias.

O avanço da TI tem gerado, cada vez mais, novos recursos como *softwares* educativos, aplicativos para internet e aparelhos eletrônicos móveis, como *notebooks*, *tablets* e *smartphones*, dentre outros. Esse fato desafia o professor a incorporar esses recursos em sala de aula, e a abrir-se a novas situações didáticas, que gerem interface com a TI e que ajudem nas dificuldades que surgem no processo de aprendizagem dos alunos. Batista (2011), em sua pesquisa, destaca que a habilidade que os alunos têm para lidar com aparelhos eletrônicos móveis, a popularização dos mesmos e o desenvolvimento de aplicativos são fatores que contribuem para a introdução desses recursos nas práticas pedagógicas.

Uma das possibilidades de incorporar a TI em sala de aula é o uso de *software* educativo como suporte às aulas de Matemática, pois já existem vários deles voltados ao ensino desta disciplina e de fácil manuseio, tais como o GeoGebra, Graphmatica, Winplot, Maple etc. Um bom uso de um *software* implica na exploração de suas potencialidades em atividades investigativas guiadas, como, por exemplo, a aplicação de sequências didáticas adequadas aos seus recursos. Estas sequências didáticas, apresentadas mais adiante, podem tornar o ensino mais atraente, interessante e dinâmico, pois permitem aos alunos interações com o conteúdo estudado, os quais não seriam possíveis com o uso de imagens fixas. Segundo Borba (1999), *softwares* educativos geram ambientes dinamizadores dos conteúdos, fortalecendo seu caráter experimental, o que permite uma nova postura diante da construção do conhecimento. De acordo com Gravina (1996, p. 9), *softwares* com recursos de “figuras em movimento” possibilitam a descoberta de propriedades geométricas, desencadeando um processo desafiador e interessante de ensino e aprendizagem.

Estes *softwares* podem subsidiar o professor, que queira ir além do tradicional em sala de aula, com atividades investigativas, que permitem aos alunos registrar e reconstruir a diversidade de seus saberes. Moran (2014) lembra que, com a presença da tecnologia nas salas de aula, um ambiente tradicional precisa ser redefinido, passando a ser um local de começo e de finalização de atividades de ensino aprendizagem. Para ele, a sala de aula será um local de socialização, de organização dos procedimentos didáticos, um ambiente motivador para o aluno, onde se inicia e se conclui o processo de ensino aprendizagem. Ainda de acordo com esse autor, cada docente pode encontrar sua forma mais adequada de integrar as várias

tecnologias e os muitos procedimentos metodológicos. É importante, ainda, que aprenda a dominar as formas de comunicação interpessoal/grupal e as de comunicação audiovisual/telemáticas.

D'Ambrósio (1999) também enfatiza a importância dos recursos tecnológicos na escola e no ensino de Matemática: a modernização da Matemática nas escolas tornou-se uma preocupação em todos os países. Novas posturas, novos métodos de ensino e até mesmo novos conteúdos se fazem necessários para uma Matemática mais moderna.

É preciso incentivar o raciocínio matemático nos alunos para que eles consigam elaborar suas conjecturas e usar ferramentas disponíveis para a construção de conceitos. Borba e Villarreal (2005) argumentam que uma abordagem experimental em Educação Matemática implica no uso de experimentos e tentativas que suportem a criação de conjecturas matemáticas; na descoberta de resultados matemáticos previamente desconhecidos; e na possibilidade de testar diferentes caminhos para alcançar o objetivo. Para esses autores, a experimentação é uma nova maneira de aprender Matemática, que ganha outra dimensão e poder com o uso da tecnologia.

De forma semelhante Borba, Silva e Gadanidis (2014) afirmam que, com o uso de tecnologias digitais, objetos matemáticos começaram a ser representados de maneira inédita (digital). Com isso, as simulações expandiram seus limites devido à virtualidade, ao caráter visual, à multiplicidade representativa e aos recursos de experimentação, dando dinamicidade às construções matemáticas e abrindo espaço para o surgimento de novos tipos de problemas e estratégias de resoluções. Além disso, deve-se ressaltar que a visualização envolve um esquema mental representativo da informação visual ou espacial. Ocorre, pois, um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos. Nessa concepção, a visualização passa a ser protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática.

Miskulin (1999) diz existirem duas maneiras de se utilizar computadores na educação: uma delas seria promover atividades projetadas para se ensinar da mesma forma o que já se ensinava na escola tradicional, apenas com um novo instrumento na sala de aula; e a outra, mais interessante e adequada, segundo a mesma autora, seria proporcionar novas atividades explorando os recursos que a tecnologia possui, como outras maneiras de visualização e representação do conteúdo trabalhado. O artefato tecnológico, por si só, não produz uma nova abordagem do processo ensino aprendizagem.

Portanto, para que a TI seja utilizada de forma adequada na prática educacional, é necessário que o professor seja capacitado, que esteja disposto a buscar novos conhecimentos,

para que possa ter segurança de quando e como usá-la como ferramenta de estímulo à aprendizagem. Uma forma de proporcionar um ambiente motivador para o aluno é elaborar um conjunto de sequências didáticas a serem desenvolvidas com o uso da TI, e analisar como o estudo de determinados conteúdos pode vir a ser aprimorado a partir desse recurso. Isto vai ao encontro de Lopes (1991), quando preconiza que o professor precisa ser criativo, ter espírito transformador, buscar inovar sua prática docente; para tal, é necessário dinamizar as atividades desenvolvidas em sala de aula.

Por outro lado, para o uso eficaz da TI, de acordo com Valente (1996, p. 48), “a transformação da escola é cada vez mais necessária e a nova realidade está exigindo que isso aconteça”. A escola deverá sofrer ajustes para se adequar a essa modalidade, pois a TI exige a busca de novos métodos, equipamentos e ambientes para proporcionar aulas mais integradas à realidade de seus alunos. Diante dessa exigência, faz-se necessário encontrar possibilidades para tornar essa aproximação real. É imperativo que haja convergência entre o projeto individual do professor e a proposta pedagógica da instituição de ensino. Libâneo (2007) afirma que “o grande objetivo das escolas é a aprendizagem dos alunos e a organização escolar necessária é a que leva a melhorar a qualidade dessa aprendizagem”. Tais considerações demonstram a necessidade de democratização do acesso à TI por todas as redes de ensino, públicas e privadas.

Para Lorenzato (1991), os recursos didáticos interferem fortemente no processo de ensino e aprendizagem. O uso de qualquer recurso depende do conteúdo a ser ensinado, dos objetivos que se deseja atingir e da aprendizagem a ser desenvolvida, visto que a utilização desses recursos ajuda a observação e a análise de elementos fundamentais para o ensino experimental, contribuindo com o aluno na construção do conhecimento.

2.1 O uso de *softwares* educativos no *tablet*

Nesta pesquisa trabalharemos com a hipótese de que alguns recursos do *tablet* podem torná-lo mais atraente para o aluno em relação a um caderno ou um livro didático; por exemplo, o uso de *softwares* educativos no *tablet* possibilita a construção e manipulação das figuras ao toque. Tem sido notória a facilidade com que a juventude se familiariza com os aparelhos eletrônicos móveis, incluindo os *tablets*. A indústria de jogos, os canais de comunicação das redes sociais, o sucesso de *bloggers*, *vloggers* e outros produtos ligados ao ambiente virtual e voltados a jovens e adolescentes são testemunho do quanto as novas gerações se identificam –

e são identificadas – com o uso da TI.¹ Este tema já se faz presente, inclusive, na mídia não especializada. Em caderno especial publicado por um jornal de Belo Horizonte, a repórter Márcia Xavier entrevistou pesquisadores e educadores sobre o uso de tecnologias “no intuito de tornar as aulas mais atrativas e dinâmicas”, como expresso no subtítulo da matéria. Entre os entrevistados, destaca-se a colocação da mestre em educação tecnológica, Ana Carolina Menezes:

“A tecnologia é utilizada em sala de aula como uma mediadora de ensino, buscando-se não só uma alternativa para a aprendizagem significativa, mas também uma adequação ao perfil dos nossos alunos, que estão acostumados com essa inovação [...]” Para ela, com jovens e crianças cada vez mais conectados, trabalhar com recursos tecnológicos é uma tendência que se fará cada vez mais presente no âmbito educacional. “Vivemos em uma sociedade da informação, e por isso é fundamental que a escola acompanhe esse desenvolvimento. Nossos alunos dominam as ferramentas tecnológicas existentes e as usam diariamente, afinal, são nativos digitais, e o ensino tradicional não lhes é mais tão atrativo”. (XAVIER, 2016, p. 7)

As escolas que disponibilizam esses recursos podem possibilitar ao professor a criação de ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e motivadores, que façam do aluno agente na construção do seu conhecimento. Com o desenvolvimento de *softwares* educativos também para *tablets*, torna-se viável sua utilização pelo professor no processo ensino aprendizagem. Além disso, seu uso torna desnecessário deslocar a turma para outro ambiente, como um laboratório de Informática, dando ao professor mais praticidade no cotidiano escolar.

Assim, a proposta aqui apresentada visa ir além da postura tradicionalista, buscando desenvolver uma prática de ensino com auxílio da TI, especificamente o uso do *software* GeoGebra em *tablets*. Seabra (2012) afirma que os *tablets* são dispositivos móveis que oferecem diversos recursos, os quais podem facilitar a visualização de conteúdo, estimular atividades cooperativas e o desenvolvimento de projetos e, assim, contribuir para a realização de diversas atividades pedagógicas. O uso pedagógico do *software* irá requerer um professor preparado, dinâmico e investigativo. De acordo com Valente (1996, p. 46) “sem o professor preparado para desafiar o aluno, é muito difícil esperar que o *software* por si só crie as situações para o aluno atingir o nível da compreensão”.

¹ À guisa de exemplo, 24 salas de cinema da Região Metropolitana de Belo Horizonte foram ocupadas no início de janeiro de 2017 com a exibição do filme *Eu Fico Loko*, sobre a carreira do *youtuber* Christian Figueiredo, “fenômeno da internet com mais de 6 milhões de seguidores e três livros”. No mesmo período, mais 29 salas foram ocupadas pelo filme *Assassin’s Creed*, inspirado na série de jogos virtuais de mesmo nome (Cinema. Caderno Fim de Semana. *O Tempo*, 2017, p. 3-4).

2.2 Ambientes de Geometria Dinâmica: *software* GeoGebra

Segundo Pereira (2012), entende-se o termo geometria dinâmica como “ambiente oferecido por softwares que possibilitam manipular construções e objetos geométricos por meio da tela” do *tablet*. Em relação às importantes contribuições da geometria dinâmica, Bairral (2015) apresenta pontos positivos para a aprendizagem em relação ao uso dos AGD – Ambientes de Geometria Dinâmica, como a facilidade na construção geométrica, a possibilidade de atividades investigativas e descobertas relacionadas a um determinado conceito, a dinamicidade na visualização e a verificação de propriedades. Silva (2012) destaca que em um AGD os objetos podem sofrer modificações, mantendo suas propriedades, o que pode levar os usuários a interagir com o objeto, manipulando, arrastando e modificando-o.

Um exemplo de AGD é o *software* GeoGebra, que foi desenvolvido para o estudo da Geometria, Álgebra, Aritmética e Cálculo. De autoria de Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, trouxe grande inovação na visualização da Geometria.

Além disso, a escolha do *software* GeoGebra se deu por ser um programa gratuito e de fácil utilização. Está disponível para *download* na internet, sendo compatível com diferentes sistemas operacionais². Em 2013 foi oficialmente lançado o programa com a versão do GeoGebra para *tablets*, compatível com as plataformas *Windows*, *Android* e *iPad*. Ainda de acordo com Hohenwart, um dos principais recursos da versão para *tablets* é a barra de ferramentas ser otimizada para toque (cf. MOREIRA; PEIXOTO; BATISTA, 2013, pg. 4). Além disso, em 2014, foi disponibilizada uma versão do GeoGebra com visualização em 3D também para *tablets*.³

Segundo Moreira, Peixoto e Batista (2013) o GeoGebra pode ser utilizado para demonstração e visualização; como ferramenta de construção; para a aprendizagem por descoberta; e para a preparação de materiais didáticos. Uma característica pedagógica do GeoGebra é que permite, por meio da visualização, que o aluno desenvolva a autonomia na exploração, levando à descoberta e construção do conhecimento. Além disso, como toda ferramenta pedagógica, o GeoGebra tem suas limitações; uma delas é não permitir a visualização da planificação de corpos redondos. Devemos lembrar, portanto, que algumas

²Maiores informações sobre o programa podem ser obtidas em:
<http://www.GeoGebra.org/cms/pt_BR/download/>.

³ Disponível em: <<http://www.ticsnamatematica.com/2015/03/GeoGebra-3D-ensinar-Matematica-mais-dinamica.html>>.

experiências podem ser levadas para o campo da tecnologia, outras não; e que os diferentes meios de visualização (papel, quadro, *tablet* etc.) geram mobilização cognitiva diferente. Todas, porém, são importantes e podem ser utilizadas em sala de aula, inclusive concomitantemente. Este trabalho aborda, especificamente, o uso do *software* GeoGebra e seus recursos como uma das ferramentas para ampliar os horizontes do ensino de Geometria Espacial.

A utilização do GeoGebra tem sido analisada em diversos estudos, os quais, em geral, apontam que o *software* é considerado de fácil utilização, permitindo maior diversificação dos métodos de ensino e agilizando a criação de abordagens e materiais didáticos. Moreira, Peixoto e Batista (2013) destacam, ainda, que o GeoGebra se tornou um ambiente de aprendizagem com potencial para contribuir para o desenvolvimento de diversas habilidades dos alunos. Dos autores abordados vem o alerta que, para obter bons resultados, é preciso fazer uso do *software* de forma significativa, contar com a dedicação dos professores para construir atividades criativas e incentivar os estudantes a trabalhar de forma independente, para que não ocorra apenas uma mera reprodução de práticas tradicionais.

Esses autores afirmam, ainda, que os materiais didáticos devem priorizar o conteúdo matemático e não o uso do software. Neste sentido, as atividades produzidas e exploradas com os alunos, aqui apresentadas, integram uma pesquisa envolvendo o uso do *software* GeoGebra no *tablet*, na tentativa de levar o aluno à construção de conceitos.

Percebe-se que o fazer do professor depende também de uma postura individual, aproveitando os recursos disponíveis. A propósito de um desses recursos, Lieban e Muller (2012, p. 49) comentam que “através de atividades com o GeoGebra, podemos criar um ambiente mais propício para a aprendizagem de matemática”. Ao passo que Baldini e Cyrino (2012, p. CLXII – CLXIII) afirmam que “o computador ou a utilização do GeoGebra por si só, não garante o sucesso dos processos de ensino e de aprendizagem”. Almeida (2000) coloca que o professor deve incentivar os alunos a testar diferentes ideias sobre os conteúdos apresentados, usando assim, os *softwares* de forma criativa. Podendo o professor estimular a participação dos alunos, com debates ou aulas dialogadas que proponham situações em que os alunos consigam alcançar as generalizações dos tópicos trabalhados.

2.3 Ensino de Geometria Espacial e as Tecnologias

Como lembra um gestor escolar, a TI “não substitui outros materiais, como lápis e caderno, mas revela-se como ferramenta de apoio” (RAMOS, 2015, p. 9), podendo ser uma aliada no ensino de Geometria Espacial, especificamente com o uso do *software* GeoGebra em aparelhos eletrônicos móveis. Segundo Alves, a TI amplia as possibilidades de ensino e aprendizagem, pois,

através dos recursos de animação de alguns softwares geométricos, o aluno pode construir, mover e observar as figuras geométricas, além de modificar algumas de suas características. Há desenhos de execução bastante complicada e até mesmo impossível com as tecnologias tradicionais (papel e lápis e quadro e giz, por exemplo) e que se tornam facilmente exequíveis com o uso do computador. (ALVES, 2004, p. 5)

Aplicada ao ensino da Geometria, a TI possibilita tornar a sala de aula mais interativa, por meio dos aplicativos educativos. “O *software* educativo é um conjunto de recursos informáticos projetados com a intenção de serem usados em contexto de ensino e aprendizagem” (SANCHO, 1998, p. 169). Como diz Silvana Claudia Santos,

do ponto de vista pedagógico, o uso das TI pode acarretar contribuições consideráveis com relação à aprendizagem, como: a capacidade de visualização das relações geométricas, a possibilidade de exploração das construções e descoberta de relações e propriedades geométricas, a validação de conjecturas e de teoremas, de forma experimental, entre outras. Acredito que possibilitar que os estudantes construam e visualizem conceitos e propriedades geométricas, que até então poderiam ser verificadas mediante um procedimento formal, complexo e abstrato, auxiliaria na compreensão de aspectos dedutivos em geometria espacial. (SANTOS, 2006, p. 16)

De acordo com Morgana Bozza,

O ensino de Geometria Espacial não se resume a aplicação de fórmulas prontas, pois dessa forma não contribui para o desenvolvimento do raciocínio do aluno. É necessário atualizar a metodologia de trabalho do professor, buscando novas possibilidades de abordar o assunto, estimulando o aluno a compreender o tópico estudado. [...] Com a utilização do *software* GeoGebra é possível explanar conceitos de Geometria Espacial de uma forma mais visual para os alunos, tornando o ensino mais dinâmico, atrativo e capaz de desencadear aprendizagens significativas, visto que a visualização dos sólidos geométricos em três dimensões é algo abstrato. (BOZZA, 2015, p. 137)

Sobre o tema, Celso Marquetti afirma:

No ensino de Geometria, em particular, o uso de *softwares*, com a correta estratégia, pode facilitar a aprendizagem, na medida em que cria um ambiente rico em imagens e animações e proporciona, dessa maneira, um estudo mais dinâmico; nesse sentido,

tais ferramentas permitem que o aluno visualize melhor as figuras geométricas e interaja com o computador, procurando as soluções para os seus problemas e, assim, construindo seus próprios conhecimentos. (MARQUETTI, 2015, p. 18)

Marquetti remete, ainda, a outro autor, que

mostra, em sua pesquisa, as contribuições positivas que os ambientes educacionais informatizados oferecem para o trabalho de professores e alunos. O autor destaca a importância das TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação) como recursos que auxiliam o ensino e aprendizagem de Geometria Espacial. (MARQUETTI, 2015, p. 16)

Para Bolda (1997, p.158), que fez um estudo mais aprofundado sobre o estudo da Geometria, “a visualização de uma figura não ocorre em um simples olhar. Ela é muito mais complexa, pois todo objeto visível pode não só ter diferentes maneiras de ser descrito, mas também de ser visto”. Para a autora, é nesse sentido que é tão importante a visualização dos sólidos trabalhados.

Alves e Soares (2003), aludindo ao trabalho de Van Hiele, consideram que, em relação a *softwares* educativos, “a visualização tem uma importância vital nesse processo de construção do conhecimento”. Para os autores, “a representação mental dos objetos geométricos, a análise e a organização formal, a síntese das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico, são passos preparatórios para o entendimento da formalização de um conceito” (ALVES, SOARES, 2003, p. 178). Um dos aplicativos que auxilia nesse processo é o *software* GeoGebra.

Nesta pesquisa de Geometria Espacial com o auxílio do *software* GeoGebra desenvolveram-se atividades investigativas guiadas, com construção de poliedros de diferentes formas. Quando as planificações dos sólidos foram manipuladas por meio do controle deslizante, e visualizadas na janela 2D, pode-se identificar também elementos da Geometria Plana. Os quais, ao serem analisados e relacionados com os sólidos na janela 3D, criaram condições para a assimilação e formalização dos conceitos que permitiram os cálculos de área. Esta formalização se tornou possível, também, ao serem utilizados outros recursos do *software* GeoGebra, tais como diferentes vistas do sólido (frontal, superior, lateral), a rotação de cena do sólido e outros. Os alunos puderam perceber, ao usar o do controle deslizante do *software*, as relações que identificaram o volume dos sólidos, o que permitiu a interação dinâmica com as figuras. Esta característica do *software*, juntamente com a orientação oferecida pelo professor, ajuda a criar um ambiente propício à investigação e formalização dos conceitos.

3. O ESTUDO DA GEOMETRIA E TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN) E NOS LIVROS DIDÁTICOS

Para a fundamentação da pesquisa foi realizado um levantamento em relação ao conteúdo do 9º ano do Ensino Fundamental II, de acordo com os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, elaborados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação; e outro, nos livros didáticos aprovados pelo PNLD- Plano Nacional do livro didático. No PCN, buscaram-se indicações referentes ao ensino da Geometria com o intuito de compreender os objetivos desses conteúdos, como devem ser abordados com os alunos, e se são sugeridos uso da tecnologia nesse processo. Nos livros didáticos, foi verificada a existência, ou não, de atividades envolvendo programas computacionais educativos, especialmente o GeoGebra.

3.1 A proposta dos PCN para a Matemática

Conforme os PCN (1998), os conteúdos selecionados de Matemática para o Ensino Fundamental aparecem organizados em blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandeza e Medidas; Tratamento da Informação. Há, ainda, a relação com outras áreas do conhecimento, assim como o cotidiano e os temas transversais – ética, orientação sexual, meio ambiente, saúde, pluralidade cultural e trabalho/consumo.

De acordo com essa proposta, o ensino e aprendizagem de Matemática no quarto ciclo (antigas 7ª e 8ª séries, atuais 8º e 9º anos) se estabelece que o trabalho com a Geometria, dentro do bloco “Espaço e Forma”, tem como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades. As atividades devem, ainda, permitir ao aluno perceber que, pela composição de movimentos, é possível transformar uma figura em outra. Como no quarto ciclo o aluno terá seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências do raciocínio dedutivo, é importante que o estudo da Geometria não se restrinja apenas a aspectos dedutivos, formais e axiomáticos. Os PCN propõem que os objetivos da Matemática do quarto ciclo referentes à Geometria devam visar:

O desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações; interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano; produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando

seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança; ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais; obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos de prismas retos e composições desses prismas. (BRASIL, 1998, p. 81-82)

É importante ressaltar que, de acordo com a proposta educacional norteadora dos PCN, desde os ciclos anteriores, em todos os blocos de conteúdos vem sendo desenvolvida a capacidade de construção de argumentos plausíveis pelos alunos. Isto precisa ser incorporado ao estudo da Geometria no quarto ciclo.

Ainda conforme os PCN, os conceitos e procedimentos para o ensino de Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental destinam-se à (ao):

- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros;
- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros;
- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números;
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas;
- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros);
- Cálculo do volume de alguns prismas retos e composições destes. (BRASIL, 1998, p. 73).

3.2 O recurso às tecnologias na educação

Os PCN apontam o uso da tecnologia como um dos caminhos para se “fazer Matemática” em sala de aula. Conforme o documento, o uso de recursos tecnológicos traz significativas contribuições para se repensar o processo de ensino aprendizagem da Matemática, à medida que

- relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que, por meio de instrumentos, esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
- evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
- permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo. (BRASIL, 1998, p. 44).

A utilização de recursos como a TI pode contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de

impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos meta-cognitivos e sua capacidade crítica. É preciso, ainda, que o professor seja reconhecido e valorizado pelo papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem (BRASIL, 1998).

Os PCN ressaltam que o professor deve repensar o processo de ensino da Matemática com a introdução da tecnologia na educação, possibilitando ao aluno o interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental da aprendizagem. Além disso, a TI pode ser usada nas aulas de Matemática com várias finalidades, tais como:

- fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem;
- auxiliar no processo de construção de conhecimento;
- meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções;
- ferramenta para realizar determinadas atividades, uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc. (BRASIL, 1998, p. 44).

Assim, o que se propõe atualmente é que o ensino da Matemática possa aproveitar ao máximo os recursos tecnológicos, tanto pela sua receptividade social como para melhorar a linguagem expressiva e comunicativa dos alunos.

3.3 Análise dos livros didáticos: uso de tecnologia no ensino da Geometria Espacial

Essa análise tem como objetivo verificar, em livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental, a inclusão ou não da tecnologia da informação, em especial o uso do *software* GeoGebra, no ensino de Geometria Espacial (poliedros) e se sua abordagem, quando existente. Para a verificação dos livros didáticos, foram estabelecidos os seguintes critérios de seleção:

- ✓ Obras aprovadas pelo Ministério da Educação no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD, 2014 e 2017), que servem de referência para complementar os conteúdos lecionados pelo professor.
- ✓ Livros adotados pelos Colégios particulares de Belo Horizonte com melhores notas do Enem 2015, por ser esse o último ano com dados disponíveis.
- ✓ Livro adotado pela instituição de ensino em que a professora leciona, na qual o produto dessa dissertação foi aplicado.

Foram verificados sete livros utilizados pelas dez instituições pesquisadas, e sua discriminação encontra-se no Quadro 1.

Quadro 1 – Livros didáticos adotados em Colégios particulares de Belo Horizonte- MG

Colégios particulares de Belo Horizonte	Livros adotados	Edição	Ano
A	1	x*	x
B	2	8 ^a	2015
C	3	x	x
D	4	2 ^a	2015
E	5	2 ^a	2012
F	6	2 ^a	2015
G	4	2 ^a	2015
H	7	Nova	2015
I	4	2 ^a	2015
J	6	2 ^a	2015
K	6	2 ^a	2015

Nota: * = sem informação por serem disponibilizados em plataformas

Fonte: Elaborado pela autora⁴

As instituições apresentadas no Quadro 1 foram selecionadas a partir da classificação dos resultados do ENEM 2015, publicados pelo Ministério da Educação. Entre as instituições particulares de Minas Gerais, foram selecionadas as dez melhores escolas de Belo Horizonte em relação à sua ordem de classificação. Foi incluída também a instituição onde a autora leciona e na qual o produto desta pesquisa foi desenvolvido. A escolha pelas escolas particulares foi realizada visando construir um universo de análise comparável ao colégio em que as atividades foram aplicadas, quer em público alvo, quer em acesso a recursos didáticos e tecnológicos.

Para cada colégio foi pesquisado o livro didático utilizado na disciplina de Matemática do 9º ano (QUADRO 1). Duas instituições utilizam material próprio, livro e plataforma de ensino, os quais são acessíveis apenas aos docentes e discentes daquelas escolas, não sendo

⁴A partir de informações disponíveis em: <<http://g1.globo.com/minas-gerais/noticia/2016/10/veja-100-escolas-de-minas-gerais-com-maiores-medias-no-enem-2015.html>>. Acesso em: 6 mai. 2017.

possível à autora uma análise mais aprofundada. Verificou-se que nos livros didáticos: 2; 4 ; 5 e 7, os autores não abordam o ensino de poliedros.

Foram examinados os sumários dos livros didáticos conforme constam no site do PNLD – Programa Nacional de Livros Didáticos do MEC – Ministério da Educação⁵. E foram selecionados para verificação aqueles que apresentaram, como tópico, área e volume dos poliedros. Essas obras compõem o Quadro 2, abaixo.

Quadro 2 – Livros didáticos avaliados

Livro	Autores	Edição	Ano
6	X	2 ^a	2015
8	Y	1 ^a	2016

Fonte: Elaborado pela autora

No livro 6, publicado em 2015, o autor aborda área e volume dos poliedros muito resumidamente e não apresenta atividades envolvendo o uso das tecnologias nesse conteúdo. O autor sugere, na parte do manual do professor, páginas 61 até 63, o uso do software GeoGebra apenas para o auxílio do conteúdo Teorema de Tales. Observamos que há pouca presença de atividades que exploram as tecnologias da informação, as quais buscam melhorar a significação do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

No livro 8, publicado em 2016, o autor aborda área e volume dos poliedros, mas não apresenta atividades envolvendo o uso das tecnologias nesse conteúdo. Entretanto, em uma parte das seções especiais, páginas 276 até 281, cujo título é Ferramentas, o autor sugere o uso da calculadora científica nos conteúdos de radiciação, seno, cosseno e tangente; inversa de seno, cosseno e tangente; e cálculo do comprimento da circunferência. Ainda nessa seção, o autor recomenda também o uso do *software* LibreOffice Calc nos conteúdos de Juros Simples e Juros Compostos, páginas 291 até 295. Esse *software* faz parte do pacote LibreOffice, desenvolvido pela The *Document Foundation*, uma organização sem fins lucrativos. O LibreOffice é um pacote gratuito de aplicações que inclui, além da planilha eletrônica, editores de texto, de apresentação, de desenho, de bancos de dados e de fórmulas científicas e equações.

A partir da análise dos livros didáticos realizada, observou-se uma carência de propostas metodológicas que utilizem ferramentas tecnológicas, como o *software* GeoGebra, para apresentar atividades nas quais os alunos possam interagir com o conteúdo estudado por meio

⁵Disponível em: <www.fn.de.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=9924:pnld-2017-guia-matematica.> Acesso em: 18 mai. 2017.

da visualização, experimentação e manipulação e, assim, construir seu conhecimento matemático. Isto enriqueceria os livros didáticos, e estimularia mais os alunos.

Portanto, essa pesquisa ganha mais relevância, ao propor atividades investigativas nas quais os alunos exploram uma variedade de recursos no uso do *software* Geogebra. O Caderno de Atividades apresentado como produto, portanto, poderá ser utilizado como material complementar aos livros didáticos atuais, apresentando outra abordagem de ensino, baseada nos AGD. Isto, como será apresentado mais adiante, permite que os alunos entendam mais facilmente os significados da área e volume dos poliedros.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A proposta desta pesquisa é a implementação de uma sequência didática, como definida por Zabala (1998), visando contribuir com o processo de aprendizagem dos alunos em relação ao estudo de alguns poliedros utilizando o *software* GeoGebra no *tablet*.

Trata-se de uma pesquisa investigativa, entendida como uma abordagem qualitativa. As atividades investigativas propostas foram desenvolvidas em três fases:

(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individual, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado. (PONTE; BROCARDI; OLIVEIRA, 2005, p. 25)

Uma atividade investigativa em sala de aula requer que sejam criadas situações que permitam aos alunos explorá-las, aprofundando conceitos e descobrindo padrões fundamentais para a exploração de determinados conteúdos.

O papel do professor na realização de atividades investigativas é fundamental, pois cabe a ele propor atividades que deem aos alunos oportunidade de experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar suas ideias e tomar decisões. O professor é, pois, um mediador da formação do conhecimento e o aluno, o centro de todo o processo.

É fundamental que, ao utilizar atividades investigativas, o professor tenha capacidade de reagir e interagir em situações improvisadas, pois atividades desse tipo devem conduzir à produção de significado. De acordo com os autores Ponte *et al.* (2005):

Numa aula em que os alunos realizam investigações matemáticas, é muito provável, e desejável, que o professor raciocine matematicamente e de modo autêntico. Dada a natureza desse tipo de atividade, é muito natural que os alunos formulem questões em que o professor não pensou. (PONTE; BROCARDI; OLIVEIRA, 2005, p. 49-50)

Para criar as situações propícias à experiência da descoberta, pela exploração e investigação, foram elaboradas atividades no formato de sequências didáticas. Segundo Zabala (1998, p. 18), uma sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos”. O autor vai além:

As sequências didáticas são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a

função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir. (ZABALA, 1998, p. 20)

Ainda segundo Zabala (1998), trabalhar com as sequências didáticas é um dos caminhos mais acertados para aprimorar a prática educativa, já que, nessa proposta, os alunos têm diferentes oportunidades de aprender e os professores, uma diversidade de meios para captar os processos de construção edificados pelos estudantes, avaliar e repensar suas propostas de ensino. Na concepção desse autor “sobre como se produzem os processos de aprendizagem”,

A natureza dos esquemas de conhecimento de um aluno depende de seu nível de desenvolvimento e dos conhecimentos prévios que pôde construir; a situação de aprendizagem pode ser concebida como processo de comparação, de revisão e de construção de esquemas de conhecimento sobre os conteúdos escolares. Agora, para que este processo se desencadeie, não basta que os alunos se encontrem frente a conteúdos para aprender; é necessário que diante destes possam atualizar seus esquemas de conhecimento, compará-los com o que é novo, identificar semelhanças. (...). Quando acontece tudo isso – ou na medida em que acontece – podemos dizer que está se produzindo uma aprendizagem significativa dos conteúdos apresentados. (ZABALA, 1998, p. 36-37)

Na elaboração das atividades procuramos contemplar os pontos que Zabala (1998) destaca como necessários para reconhecer a validade de uma sequência didática programada para desenvolver determinado conteúdo. Segundo esse autor, as atividades que compõem uma sequência didática objetivam:

- a. permitir verificar os conhecimentos prévios que cada aluno tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem;
- b. propor conteúdos de forma funcional e significativa;
- c. estar adequada ao nível de desenvolvimento dos alunos;
- d. representar um desafio alcançável para o aluno;
- e. provocar um conflito cognitivo e promover a atividade mental;
- f. ser motivadora em relação à aprendizagem de novos conteúdos;
- g. estimular a autoestima e o autoconceito em relação às aprendizagens que se propõem;
- h. ajudar o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o aprender a aprender, contribuindo para que o aluno seja cada vez mais autônomo em suas aprendizagens.

É preciso pensar a sequência didática como uma oportunidade para o desenvolvimento da curiosidade, da imaginação, da habilidade motora no uso do equipamento, na interação pessoal etc. A sequência didática proposta tem como fio condutor a investigação, pelos alunos, dos conceitos que explicam a construção dos sólidos e permitem apresentar essa compreensão em termos formais. Assim, a sequência didática produzida buscou proporcionar aos alunos condições de atuarem como sujeitos ativos em seu processo de ensino e aprendizagem.

A sequência didática foi elaborada no formato de atividades investigativas guiadas a serem realizadas com o auxílio do *software* GeoGebra, visando garantir que as atividades apresentadas sejam compatíveis com o conhecimento dos alunos, tornando os desafios instigantes, mas não impossíveis de solucionar. Para isso, foi importante elaborar as atividades de modo a não se apresentarem como exercícios isolados, e sim como etapas de um caminho investigativo, as quais permitem aos alunos, gradativamente, a construção dos conceitos, sua utilização para resolução de problemas e a descoberta de como formalizá-los.

4.1 Contexto da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em um colégio particular de Belo Horizonte, MG. As atividades foram aplicadas no mês de novembro de 2016 na turma do 9º ano do Ensino Fundamental II, com participação de 33 alunos, que foram divididos em 7 grupos, sendo 5 grupos com 5 alunos e 2 grupos com 4 alunos. Essa configuração possibilitou que a professora pudesse acompanhar e compreender, mais facilmente, o desenvolvimento dos trabalhos, bem como, incentivar a participação dos alunos nos grupos com diálogos e discussões, socializando assim o conhecimento.

As atividades foram realizadas em sala de aula, junto à turma para a qual a professora pesquisadora lecionava a disciplina de Matemática. Isto propiciou o contato direto com os alunos em sete encontros, durante os quais foram desenvolvidas dezesseis atividades, abordando os seguintes tópicos: área de alguns polígonos, planificação, área e volume dos poliedros. As atividades foram entregues aos alunos em forma impressa, com a descrição do que deveria ser realizado; nesse mesmo material impresso deveria ser feita a transcrição de suas observações, respondendo às questões apresentadas em cada atividade. Cada aluno recebeu um *tablet*, para que todos tivessem a oportunidade de construir, manipular e visualizar as figuras geométricas. A formação dos grupos visou incentivar o diálogo, a discussão e o apoio mútuo ao longo do processo de investigação, pois cada grupo deveria buscar um consenso quanto às

respostas encontradas. Ao final de cada atividade, todos os grupos relataram para a turma suas conclusões e generalizações, sendo este um momento rico de socialização e verbalização das descobertas.

Em seguida, dois alunos de cada grupo foram sorteados, ficando um responsável pelo envio da construção geométrica para a professora, por *e-mail*; e o outro para a entrega do registro das atividades, devidamente preenchido. Combinou-se que o registro entregue refletiria a resposta dada pelo grupo à atividade antes da discussão coletiva, ainda que tenha havido alterações na resposta após a socialização dos resultados. Estes registros foram posteriormente utilizados na interpretação e análise dos dados obtidos.

As atividades foram planejadas com intuito de investigar a questão: **como podem ser estudadas as áreas e volumes de alguns poliedros com auxílio da Tecnologia da Informação, de modo a levar o aluno a compreender e a formalizar seus os conceitos matemáticos?**

Também foi estabelecida uma regra de utilização exclusiva do *tablet* para as atividades didáticas, não podendo o equipamento ser utilizado para outras finalidades, tais como jogos virtuais ou acesso às redes sociais. Visando ao melhor uso do *software* nos encontros destinados às atividades, foi realizada uma oficina tutorial prévia, durante a qual os alunos foram apresentados ao GeoGebra, seus comandos e recursos. Neste primeiro contato os alunos já foram incentivados a investigar, por conta própria, o funcionamento e as potencialidades do *software*.

Essa experiência mostrou ser importante que, nas três primeiras atividades, seja feito o passo a passo junto aos alunos, cuidando para que dificuldades operacionais não comprometam a execução da atividade.

A proposta foi fazer com que os alunos, por meio da construção, visualização, manipulação e experimentação das figuras geométricas, em 2D e em 3D, a partir dos recursos do GeoGebra, chegassem a uma formalização para o cálculo da área e volume de alguns poliedros, não se resumindo apenas à aplicação de fórmulas prontas, aprimorando assim, sua relação com os conceitos matemáticos.

4.2. Coleta de dados

Os dados utilizados na pesquisa foram obtidos por meio de alguns procedimentos metodológicos, dentre os quais: observações, anotações, aplicação das atividades, questionário e análise do material.

As observações foram úteis, pois facilitaram a compreensão do processo de realização das atividades pelos alunos. Esse método é importante, porque, segundo Ludke e André (1986), a observação ocupa um lugar privilegiado nas novas abordagens de pesquisa educacional. Para as autoras, se a observação for associada a outros métodos de coleta, ela possibilitará um contato estreito entre o pesquisador e o que está sendo pesquisado. Todas as aulas tiveram a presença da investigadora, orientando e observando os principais dados relevantes para o trabalho.

As anotações, associadas às observações, podem oferecer um melhor acompanhamento das aplicações das atividades em sala de aula durante a realização da pesquisa. Estas foram registradas no mesmo dia de cada encontro. Ainda de acordo com Ludke e André,

Não será nada fácil para o pesquisador encontrar um momento propício para fazer suas anotações, que não seja muito distante dos eventos observados, para não haver esquecimento, nem provoque dúvidas nos participantes sobre o seu verdadeiro papel. (LUDKE; MENGA, 1986, p. 32)

4.3 Aplicação das atividades

Para a aplicação das atividades com o uso do *software* GeoGebra a instituição deve garantir as condições técnicas necessárias para realização das tarefas. Como, por exemplo, a instalação do *software* GeoGebra nos *tablets* dos alunos e professor; o carregamento dos *tablets*; sala de aula equipada para transmissão da tela do *tablet* do professor para visualização pela turma; e um técnico à disposição para intervir em alguma eventualidade. Estas são algumas das condições necessárias para o uso da TI que devem passar a compor a pauta dos projetos educacionais e das reivindicações por uma melhor educação. Como dizem Moran *et al.*,

É imprescindível que haja salas de aula conectadas, salas adequadas para pesquisa, laboratórios bem equipados. Professores e alunos necessitam ter facilitada a aquisição de seus próprios computadores por meio de financiamentos públicos, privados -com juros baixos- e o apoio de organizações sociais e não governamentais. (MORAN *et al.*, 2000, p. 50)

Na oficina tutorial, para familiarização com o *software*, foram apresentados os comandos e os procedimentos, a serem adotados para a construção e visualização das figuras no *tablet*, tais como as janelas de visualização algébrica, a geométrica e a 3D. Os participantes puderam, juntos, explorar as funcionalidades da ferramenta de ensino.

Após esse primeiro momento de investigação do GeoGebra, foram aplicadas as atividades, conforme detalhamento apresentado no Quadro 3.

Quadro 3: Detalhamento dos encontros e das atividades

Encontro	Atividades	Conteúdo	Objetivo	Tempo previsto do encontro
Primeiro Encontro	1	Área do Quadrado	Relembrar a área do quadrado	150 minutos 3 aulas
	2	Planificação e Área do Cubo	Assimilar e formalizar a área do Cubo	
	3	Volume do Cubo	Formalizar o volume do Cubo	
Segundo Encontro	4	Área do Retângulo	Relembrar a área do retângulo	150 minutos 3 aulas
	5	Planificação e Área do Paralelepípedo	Assimilar e formalizar a área do Paralelepípedo	
	6	Volume do Paralelepípedo	Formalizar o volume do Paralelepípedo	
Terceiro Encontro	7	Área do Hexágono	Relembrar a área do hexágono	150 minutos 3 aulas
	8	Planificação e Área do Prisma Hexagonal	Assimilar e formalizar a área do Prisma hexagonal	
	9	Planificação e Área do Prisma Triangular Regular	Assimilar e formalizar a área do Prisma Triangular Regular	

Continua...

Continuação...

Encontro	Atividades	Conteúdo	Objetivo	Tempo previsto do encontro
Quarto Encontro	10	Planificação e Área da Pirâmide quadrangular	Assimilar e formalizar a área da Pirâmide de Base Quadrada	150 minutos 3 aulas
	11	Planificação e Área do Tetraedro Regular	Assimilar e formalizar a área do Tetraedro Regular	
Quinto Encontro	12	Volume da Pirâmide	Formalizar o volume da Pirâmide	100 minutos 2 aulas
	13	Poliedros Regulares e Irregulares	Conhecer e classificar os Poliedros	150 minutos 3 aulas
Sexto Encontro	14	Definição de Poliedros	Desenvolver o conceito de poliedros	
	15	Poliedros	Consolidar os conceitos de alguns Poliedros	
Sétimo Encontro	16	Criação de Poliedros no GeoGebra	Usar os conceitos prévios e adquiridos	50 minutos 1 aula
		Questionário		

Fonte: Elaborado pela autora

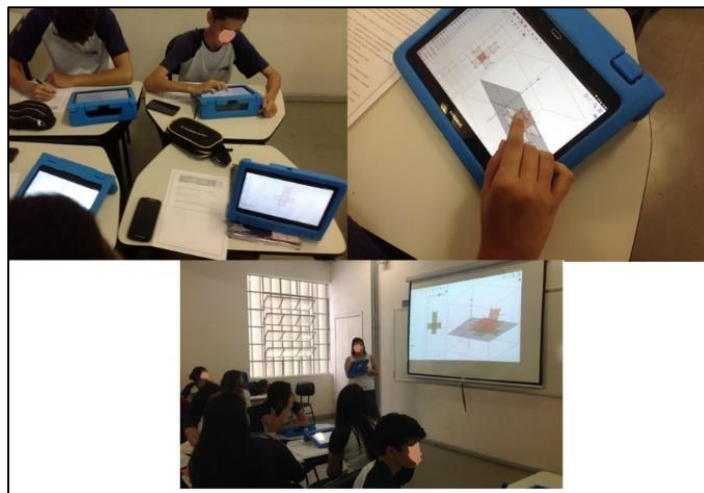
As aplicações foram realizadas em sete encontros, e em todos os encontros os alunos tiveram tempo para construírem as figuras geométricas e responderem as questões propostas, e ao final de cada atividade as respostas foram discutidas com a professora e os colegas, a fim de proporcionar a compreensão dos alunos, cuidando para que a aprendizagem fosse satisfatória.

No primeiro encontro com a turma os grupos foram separados pela professora, classificando-os em: grupo A, grupo B, grupo C, grupo D, grupo E, grupo F e grupo G. Nesse encontro foram realizadas as atividades 1, 2 e 3, em três horários de aulas geminadas para que

as atividades fossem desenvolvidas sem interrupções, dando, assim, sequência ao raciocínio matemático e também para que a professora pudesse acompanhar melhor o desenvolvimento dos grupos. Esse encontro teve como objetivo rever a área do quadrado e generalizar a área e volume do cubo.

A utilização do GeoGebra, em especial a janela 3D, que permite manipulação, visualização e animação dos sólidos geométricos, ajudou os alunos na resolução das atividades. Ainda nesse encontro, a professora fez o passo a passo dessas atividades com os alunos. Durante a aplicação da última atividade, a professora percebeu que os alunos estavam com dificuldade no entendimento da pergunta referente ao item “b”. Conjuntamente, então, a professora e os alunos formularam outra maneira de apresentar a questão. Voltaremos a esse fato no capítulo seguinte. A figura 1 reproduz alguns momentos desse primeiro encontro:

Figura 1: Aplicação das atividades do primeiro encontro

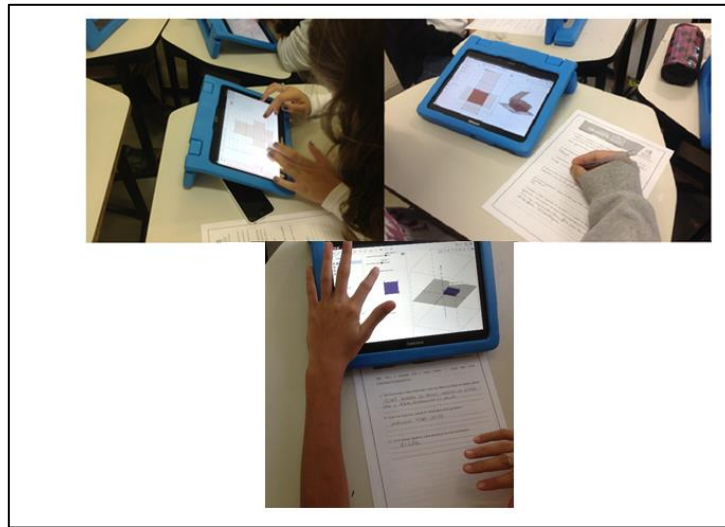


Fonte: Acervo da autora

No segundo encontro os alunos se agruparam de acordo com a separação feita anteriormente pela professora. Foram realizadas as atividades 4, 5 e 6, também em três horários de aula geminada, para que as atividades fossem desenvolvidas sem interrupções, dando sequência ao raciocínio matemático. A partir desse encontro a professora não interferiu nos grupos, deixando os alunos fazerem o passo a passo das atividades, incentivando o diálogo entre eles e a socialização do conhecimento. Durante o momento de apoio aos grupos para a realização das tarefas surgiu uma demanda apresentada pelos alunos, em relação aos comandos do GeoGebra. Eles perceberam que a tela do *tablet* era muito sensível ao toque, e isso demandava uma adaptação no seu jeito de utilizar o equipamento, visando o bom uso do *software*. Esta preocupação foi incorporada ao processo de realização das atividades.

Esse encontro teve como objetivo rever a área do retângulo; e por meio da planificação do sólido geométrico apresentada pelo *software*, alcançar a generalização da área do paralelepípedo. Outro objetivo era descobrir o volume do paralelepípedo pela manipulação do controle deslizante, que representava os valores das medidas do comprimento, largura e altura do sólido. A figura 2 apresenta esse momento.

Figura 2: Aplicação das atividades do segundo encontro



Fonte: Acervo da autora

No terceiro encontro foram mantidos os mesmos grupos e realizadas as atividades 7, 8 e 9, em três horários de aulas geminadas. Nesse encontro, vários grupos já estavam familiarizados com o *software* GeoGebra e conseguiram desenvolver essas atividades mais facilmente, ajudando uns aos outros dentro do seu grupo. Isso possibilitou à professora observar a turma e ajudar os alunos com maiores dificuldades nas construções geométricas. Na primeira aplicação desse encontro, um grupo de alunos questionou a professora sobre os itens “b” e “c” da sétima atividade. Voltaremos a isto no capítulo seguinte.

A atividade desse encontro permitiu que os alunos, por meio da visualização das planificações dos sólidos, alcançassem a generalização da área do prisma. A figura 3 mostra esse encontro.

Figura 3: Aplicação das atividades do terceiro encontro



Fonte: Acervo da autora

No quarto encontro foram realizadas as atividades 10 e 11, em dois horários de aulas geminadas, pelos mesmos grupos. Nesse encontro, principalmente na atividade da pirâmide quadrangular, que solicitava no passo a passo a construção de um triângulo interno na pirâmide, alguns grupos apresentaram dificuldades na construção, pois a alta sensibilidade da tela do *tablet* apresentada pelos alunos dificultou o toque correto. A representação das planificações dos sólidos dessas atividades permitiu aos alunos alcançar a generalização da área da pirâmide. A figura 4 registra esse momento.

Figura 4: Aplicação das atividades do quarto encontro

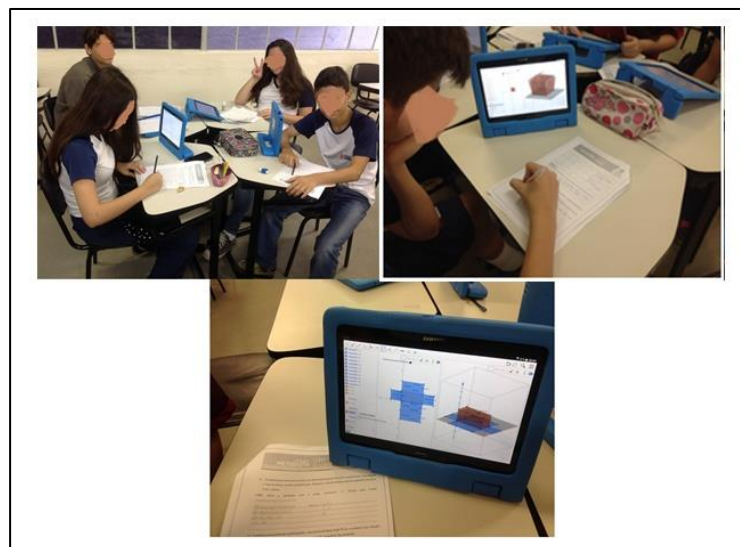


Fonte: Acervo da autora

Assim como nos outros encontros, no quinto também foram mantidos os mesmos grupos para a realização da atividade 12. A professora realizou essa atividade juntamente com os alunos, pelo fato do passo a passo ser bastante extenso, e também por apresentar alguns comandos diferentes dos encontros anteriores. A aplicação não foi fotografada, pela professora, como nas outras atividades, devido à sua complexidade. Esta intervenção visava evitar que os alunos desanimassem, e que a dificuldade operacional não comprometesse a atividade. Esse encontro teve como objetivo formalizar o volume da pirâmide, por meio da manipulação do controle deslizante que representava os sólidos na figura.

No sexto encontro mantiveram-se os mesmos grupos. Foram realizadas as atividades 13, 14 e 15. Nas atividades 13 e 14 não foi preciso utilizar o *software* GeoGebra, pois os alunos responderam às atividades com base nas questões anteriores. Na aplicação da atividade 15 os alunos tiveram que construir as figuras geométricas com auxílio do *software* GeoGebra sem usar o passo a passo. A professora participou da atividade, dando dicas para resolução do desafio, tais como, primeiramente construir a base do sólido no plano para depois solicitar ao *software* a construção em 3D. A visualização das construções e manipulações sob diferentes aspectos, proporcionada pelo *software* GeoGebra, ajudou os alunos a responderem essas atividades. Neste encontro o objetivo foi investigar se houve, ou não, melhoria no conhecimento dos conceitos matemáticos. A figura 5 mostra a aplicação das atividades no sexto encontro.

Figura 5: Aplicação das atividades do sexto encontro

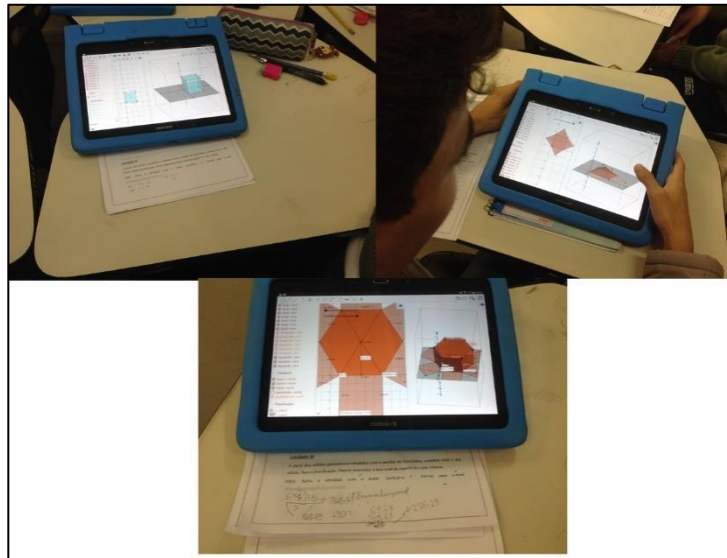


Fonte: Acervo da autora

No sétimo encontro, cada aluno foi desafiado a criar um sólido geométrico com o auxílio do *software* GeoGebra e determinar a área e volume do sólido construído. Nesta atividade todos

os alunos enviaram a construção para o e-mail da professora e entregaram a atividade devidamente preenchida. Aqui também o objetivo era investigar se houve, ou não, melhoria no conhecimento dos conceitos matemáticos. Ao final, foi aplicado um questionário cujo objetivo era avaliar as contribuições do uso do *software* à aprendizagem dos tópicos trabalhados. A figura 6 registra esse momento.

Figura 6: Aplicação da atividade do sétimo encontro



Fonte: Acervo da autora

5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo será feita a descrição e a apresentação das 14 atividades aplicadas com auxílio do *software* GeoGebra, buscando analisar a maneira como os sete grupos participantes realizaram as tarefas, além de observar os pontos positivos e os pontos negativos destas aplicações. A análise teve como referência cada atividade, e não os encontros isoladamente.

As atividades foram planejadas no modelo de investigação matemática, por meio de sequências didáticas, para que os alunos fossem capazes de aprofundar conceitos matemáticos, assimilando e formalizando o cálculo da área e volume dos poliedros.

Os resultados foram agrupados de acordo com as respostas obtidas nas atividades, as quais foram denominadas, pela pesquisadora, de Protocolos. Para este agrupamento foram definidas três categorias denominadas como:

- a) *formalização plena*, em que o grupo resolveu o problema proposto e conseguiu criar uma fórmula a partir de sua descrição;
- b) *formalização parcial*, em que o grupo resolveu o problema proposto e não conseguiu criar uma fórmula a partir de sua descrição;
- c) *formalização não realizada*, em que o grupo não resolveu o problema ou não apresentou o resultado corretamente.

Estas categorias facilitaram a construção dos protocolos de respostas e a apresentação do desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos.

Duas atividades, 13 e 14, não serão aqui analisadas, por terem sido aplicadas visando avaliar a fixação dos conteúdos trabalhos, por meio de reconhecimento dos sólidos, sem o auxílio do *software* GeoGebra.

No Apêndice, o leitor encontrará a sequência de atividades como foi apresentada aos alunos.

5.1 Descrição - Atividade 1

Esta primeira atividade foi elaborada tendo como um dos objetivos lembrar os conceitos básicos de um quadrado: polígono convexo que possui lados opostos paralelos e congruentes; e quatro ângulos internos retos. O intuito era utilizar esses conceitos para a construção da figura com auxílio do *software* GeoGebra e por meio da área do quadrado descobrir a área do terreno proposta na atividade.

5.1.1 Atividade 1- Relembrar área do quadrado

Objetivos

- Construir e visualizar a figura com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Relembrar a área do polígono
- Usar o conhecimento prévio para determinar a área do polígono.

Conteúdo explorado




- ✓ Área do quadrado

Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra–*Software* de Geometria Dinâmica

ATIVIDADE – RELEMBRAR ÁREA DO QUADRADO

Cristina precisa saber a área total de um terreno. A planta está representada no plano cartesiano com os seguintes vértices (pontos): A(4,2); B(2,2); C(2,0); D(4,0); E(2,-2); F(4,-2); G(2,4); H(4,4); I(0,2); J(0,0); K(6,2); L(6,0); M(2,6) e N(4,6). Então, para atingir seu objetivo, ela resolveu usar o GeoGebra. Para tanto, Cristina seguiu essas instruções:

- 1- Na tela do GeoGebra à direita, feche o teclado virtual, toque no ícone  e selecione a malha quadriculada.
- 2- Selecione a ferramenta ponto  marque todos os vértices acima na janela de visualização.
- 3- Utilize a ferramenta polígono  toque em “*polígono*” e construa a maior quantidade possível de polígonos de quatro lados, com os lados opostos paralelos e ângulos internos iguais 90°, considerando os vértices da planta.

Protocolo 1: Padrão de respostas dos grupos A, C, D, E, F e G

a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?
 6 polígonos.

b) Identifique os polígonos que você encontrou.
 São 6 quadrados com lados de valores 2.

c) Como você encontraria a área total do terreno da Cristina?
 Calcularia a área de um quadrado e multiplicaria a área por 6.

d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?
 lado: x
 $A = 6x^2$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 2: Padrão de resposta do grupo B

a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?
 Foram 6 polígonos

b) Identifique os polígonos que você encontrou.
 São quadrados

c) Como você encontraria a área total do terreno da Cristina?
 Primeiramente, você tem que encontrar a área de cada polígono, depois tem que somar

d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?
 $A = 6 \cdot 2$
 $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$

Fonte: Acervo da autora

Os protocolos apresentados fazem parte da categoria de formalização plena, pois os grupos resolveram o problema proposto e chegaram a sua formulação, mesmo que escrita de maneiras diferentes. No protocolo 1, os grupos chegaram a uma formulação em que a área total da figura é 6 vezes a área de um quadrado; no protocolo 2, o grupo chegou à formulação que a área total é igual à soma da área dos seis quadrados. Isso exemplifica que, por meio de

atividades investigativas em um *software* dinâmico, os alunos conseguem construir seus próprios caminhos e diferentes maneiras de formulá-los. Isto fica claro, por exemplo, nas formulações apresentadas como resposta ao item “d”. Por meio da construção e visualização da figura com o auxílio do GeoGebra no *tablet*, e a partir de seus conhecimentos prévios, os alunos foram capazes de traçar caminhos próprios visando responder aos desafios propostos. Segundo propõe Gravina (2001), os alunos, independente da série em que estiverem, deverão desenvolver a capacidade de visualização por meio de experiências concretas com uma diversidade de objetos geométricos. A utilização das tecnologias de animação e manipulação das figuras torna-se um elemento facilitador da aprendizagem, como veremos adiante.

As diferentes descrições foram exploradas pela professora no momento da discussão coletiva. Foi pedido à turma que avaliasse se as respostas estavam certas, ou se havia alguma errada. Esta etapa foi importante para consolidar o caminho de construção de raciocínio elaborado por cada grupo, bem como conferir os resultados. Em caso de equívoco no processo, seria também o momento de correção.

A turma chegou à conclusão que as respostas apresentadas, embora diferentes, estavam corretas. A professora propôs, então, que um grupo se voluntariasse para explicar as respostas.

O grupo F aceitou, explicando que a resposta $A = 6x^2$ é uma simplificação da resposta $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$. De acordo com Ponte (2003), a discussão é fundamental para que o aluno desenvolva a capacidade de comunicar matematicamente e refletir sobre seu poder de argumentação.

5.2. Descrição - Atividade 2

A segunda atividade foi elaborada com o intuito de despertar novas visões a respeito do espaço. Isto seria obtido por meio da construção, animação e comparação das figuras com o auxílio do *software* GeoGebra, especialmente sua visualização 3D. Assim, os alunos poderiam desenvolver os conceitos básicos do cubo como um prisma que possui 3 dimensões (comprimento, largura e altura), formado por seis faces quadradas e congruentes. Bem como, conhecer suas características e entender o significado de sua área.

5.2.1 Atividade 2- Planificação e área do cubo

Objetivos

- Estimular a percepção espacial do aluno com auxílio do GeoGebra.
- Visualizar a planificação.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área do Cubo.

Conteúdo explorado





- ✓ Área do Cubo


Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE -PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO CUBO

Vamos retomar a planta do terreno da Cristina, que está representada no plano cartesiano com os seguintes vértices (pontos): A(4,2); B(2,2); C(2,0); D(4,0); E(2,-2); F(4,-2); G(2,4); H(4,4); I(0,2); J(0,0); K(6,2); L(6,0); M(2,6) e N(4,6). Utilizando seu formato e sua área total para pensarmos uma definição para área total de um sólido. Para tanto, devem ser seguidas essas instruções:

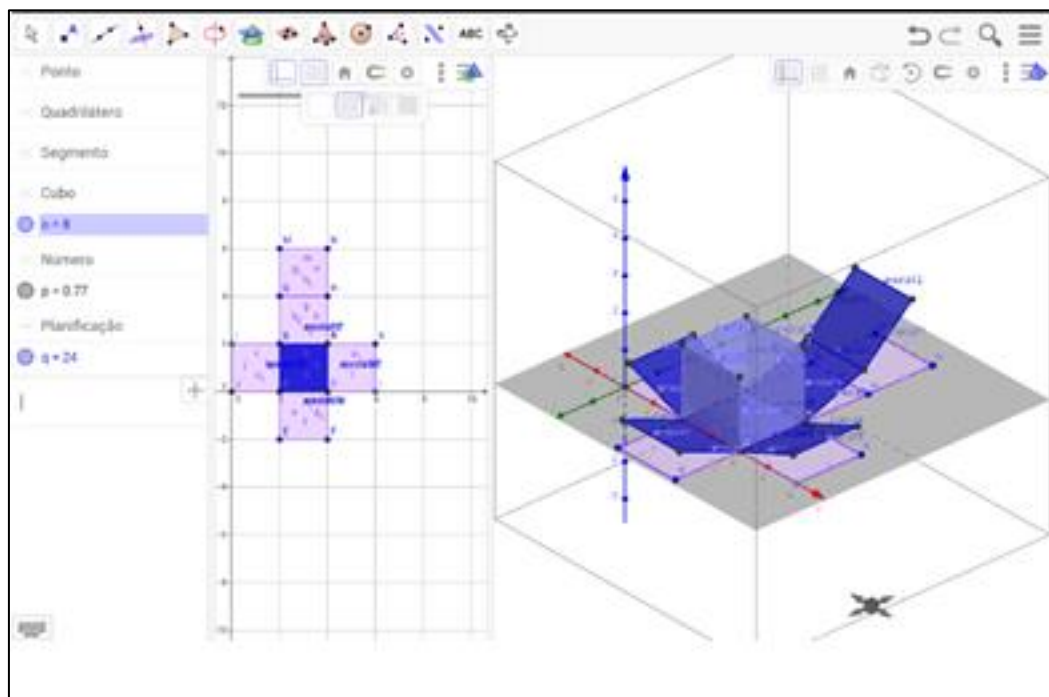
- 1- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*”, toque na “janela de visualização 3D. Abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 2- Toque na janela 3D, selecione a ferramenta  escolha a opção “*cubo*”.
- 3- Na janela de visualização 3D, toque nos pontos B e C nessa ordem.
- 4- Utilize a mesma ferramenta  escolha a opção “*planificação*” e toque no sólido.
- 5- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta , e movimente o controle deslizante ou na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*número*” abrirá uma janela, toque em “*animar*”.

OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*área dos sólidos geométricos I*”.

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a planificação construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas do terreno da Cristina. Que relação você estabelece entre elas?
- b) Observe na janela de visualização 3D: que polígono forma as faces do sólido geométrico?
- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?
- d) Como você encontraria a área total da superfície desse sólido?
- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?

A figura 8 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 2, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 8: Representação da construção da figura da atividade 2



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 3: Padrão de respostas dos grupos A, D, E, F e G

a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a planificação construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas do terreno da Cristina. Que relação você estabelece entre elas?

São iguais, a planificação do sólido forma o cubo que sobrepõe a outra planificação na janela de visualização 3D.

b) Observe na janela de visualização 3D: que polígono forma as faces do sólido geométrico?

Um quadrado

c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

12 arestas e 8 vértices

d) Como você encontraria a área total da superfície desse sólido?

multiplicando a área de cada quadrado por seis

e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?

$A = l \cdot l \cdot 6$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 4: Padrão de respostas dos grupos B e C

a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a planificação construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas do terreno da Cristina. Que relação você estabelece entre elas?

O terreno de Cristina é igual planificação de um cubo

b) Observe na janela de visualização 3D: que polígono forma as faces do sólido geométrico?

Quadrado

c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

12 arestas e 8 vértices

d) Como você encontraria a área total da superfície desse sólido?

Somando a área de cada face

e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?

*$A = l^2 + l^2 + l^2 + l^2 + l^2 + l^2$
 $A = l^2 \cdot 6$*

Fonte: Acervo da autora

Percebemos que todos os grupos conseguiram traduzir o significado da área de um cubo, fazendo parte da categoria de formalização plena, em que os grupos resolveram o problema proposto e conseguiram chegar na formulação da área de maneiras diferentes, como mostrado nos itens “d” e “e”, conforme os protocolos 3 e 4. Com auxílio dos recursos do GeoGebra, especificamente a janela 3D, a animação da planificação do sólido, por meio do controle deslizante, possibilitou a visualização do processo, e os alunos conseguiram estabelecer relações e fazer formulações. Além disso, identificaram as características daquele sólido, como número de faces, vértices e arestas, ao usar os recursos do *software*.

A autora Gravina (1996, p. 9) destaca que programas com recursos de “figuras em movimento” possibilitam a descoberta de propriedades geométricas, desencadeando um processo desafiador e interessante de ensino e aprendizagem. Portanto, podemos dizer que o GeoGebra, como um programa desse tipo, amplia as possibilidades de observação das figuras pelo aluno, facilitando o entendimento do conteúdo.

Todos os grupos fizeram a relação entre a planificação do sólido e o terreno de Cristina, proposta na questão 1. Eles observaram que a planificação do sólido sobrepunha ao desenho do terreno de Cristina na janela de visualização 3D, apresentando então áreas iguais.

Após a discussão e correção da atividade, feita de forma coletiva e interativa, os alunos foram percebendo outras possibilidades de se trabalhar com estes conceitos. Por exemplo: observaram que a área de um cubo é formada pela união de polígonos que, planificados, são identificados como quadrados.

Os alunos não perceberam, de imediato, a relação entre a nomenclatura “lado do quadrado” e “aresta do cubo”. Mas, ao serem provocados a pensar sobre isto, compreenderam-na rapidamente. Isto sugere que, embora consigam entender os princípios fundamentais de um conceito – como mostram as respostas ao item “e” –, a associação com outros elementos do campo geométrico, ou a nomenclatura correta dos elementos de uma figura, são aspectos que demandam uma participação mais ativa do professor.

5.3 Descrição - Atividade 3

A expectativa do professor quanto a esta atividade era que os alunos chegassem ao significado do volume de um cubo sem conhecer essa definição. Por meio da atividade seria possível observar que o volume de um cubo depende da medida de sua aresta, por serem todas de tamanhos iguais. Com o auxílio do *software* GeoGebra e por meio do recurso controle

deslizante que representava o tamanho das arestas, essa característica seria visualizada e os alunos poderiam percebê-la, mesmo sem o conhecimento prévio da definição formal.

5.3.1 Atividade 3- Volume do cubo

Objetivos

- Mostrar por meio da manipulação do controle deslizante a alteração do volume.
- Descrever e formalizar o volume do Cubo.

Conteúdo explorado


- ✓ Volume do Cubo


Ambiente virtual


- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica


ATIVIDADE - VOLUME DO CUBO


Roteiro de construção, siga os passos abaixo:


1- Abra o GeoGebra, feche o teclado virtual, a direita selecione o ícone  e toque no eixo.





2- Na barra de ferramentas selecione a opção “*controle deslizante*” , toque na janela de visualização, abrirá uma janela específica do controle deslizante. Digite em nome a letra n ; min: 2; max: 6 e incremento 1; toque em aplicar.

3- Utilize a ferramenta reta  e selecione “*segmento com comprimento fixo*”, toque na janela de visualização, abrirá uma janela específica de comprimento, digite n , selecione OK.

4- Use a ferramenta polígono  cione “*polígono regular*” e toque nos pontos A e B do segmento fixo, aparecerá uma janela referente a vértices, digite o número 4, finalizar no botão OK.

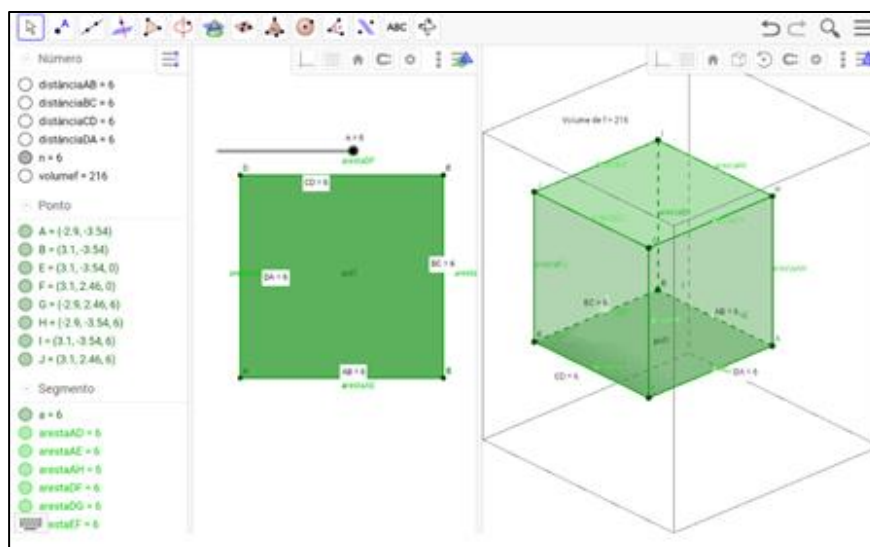
5- Selecione na barra de ferramentas o ícone  marque opção “*distância*” toque nos vértices da figura.

6- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*”, marque a “janela de visualização 3D. Abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.

- 7- Toque na janela de visualização 3D, selecione a ferramenta  escolha a opção “*cu*bo”.
- 8- Na janela de visualização 3D, toque nos vértices B e C.
- 9- Ainda na janela 3D, utilize a ferramenta , escolha a opção “*volume*” e toque no cubo.
- 10- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta  e movimente a barra do controle deslizante.
- OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*volume I*”.
- a) Ao movimentar o controle deslizante, o que você observa em relação ao valor do volume do sólido construído na janela de visualização 3D?
- b) Qual relação você estabelece entre os valores da barra do controle deslizante, que representam as arestas com os valores do volume apresentados na janela de visualização 3D?
- c) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria?

A figura 9 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 3, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 9: Representação da construção da figura da atividade 3



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 5: Padrão de respostas de todos os grupos

a) Ao movimentar o controle deslizante, o que você observa em relação ao valor do volume do sólido construído na janela de visualização 3D?

O volume aumenta proporcionalmente ao valor da aresta.

b) Como você explicaria o valor do volume desse sólido geométrico?

~~_____~~ ~~_____~~ ~~_____~~

c) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

$V = a^3$

b) valor da aresta = valor do volume.

2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
...	...
a	a^3

Fonte: Acervo da autora

O protocolo faz parte da categoria de formalização plena; todos os grupos conseguiram resolver o problema proposto e chegar na formulação do volume do cubo de acordo com o protocolo 5. A princípio os alunos apresentaram dificuldade em explicar o item “b” dessa atividade, o qual originalmente perguntava: “Como você explicaria o valor do volume desse sólido geométrico?”. A professora, então, abriu a discussão junto com os alunos, buscando uma maneira de reformular o item “b”, visando assim uma melhor compreensão pela turma ao mudar a pergunta para: “Qual relação você estabelece entre os valores da barra do controle deslizante, que representam as arestas com os valores do volume apresentados na janela de visualização 3D?”. Uma vez esclarecido qual era o desafio proposto pela questão, os alunos conseguiram estabelecer uma sequência com o valor do volume. Como mostra o quinto protocolo, todos os grupos chegaram ao significado do volume.

Esta situação reforça o que foi colocado no capítulo dois sobre a postura do professor: este deve estar aberto às situações que ocorrem no processo ensino aprendizagem, levando em consideração as colocações, dificuldades e sugestões dos alunos. Desta maneira, ao invés de traçar previamente um caminho e segui-lo a qualquer custo, o professor que permite aos alunos colocarem suas dificuldades, torna a prática didática mais próxima deles e, conseqüentemente, mais eficaz. Como afirmam Ponte *et al.*, (2003, p. 23) “Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem”. Esta postura condiz também com a proposta aqui apresentada de utilização do

software GeoGebra, na medida em que valoriza os conhecimentos prévios dos alunos e reforça a ideia de que o conhecimento é um processo de construção, e não apenas de adequação a procedimentos pré-estabelecidos, conforme foi exemplificado no item “b” desta atividade.

5.4 Descrição - Atividade 4

Na atividade 4 pretendeu-se que os alunos relembassem os conceitos básicos de um retângulo: polígono convexo que possui quatro lados, dois a dois congruentes; e quatro ângulos internos retos. A proposta era utilizar esses conceitos para a construção da figura com auxílio do *software* GeoGebra. Esta atividade estabeleceria as condições para o desenvolvimento da atividade 5.

5.4.1 Atividade 4 – Relembrar área do retângulo

Objetivos

- Construir e visualizar a figura com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Relembrar a área do polígono
- Usar o conhecimento prévio para determinar a área do polígono.

Conteúdo explorado




- ✓ Área do retângulo

Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE- RELEMBRANDO ÁREA DO RETÂNGULO

Pedro também precisa encontrar a área total de um terreno. Porém, a planta está representada no plano cartesiano com os seguintes vértices (pontos): A(2,1); B(6,1); C(6,4); D(2,4); E(2,6); F(6,6); G(2,9); H(6,9); I(0,4); J(0,1); K(8,4); L(8,1); M(2,-1) e N(6,-1). Então, Pedro utilizou o GeoGebra da seguinte maneira:

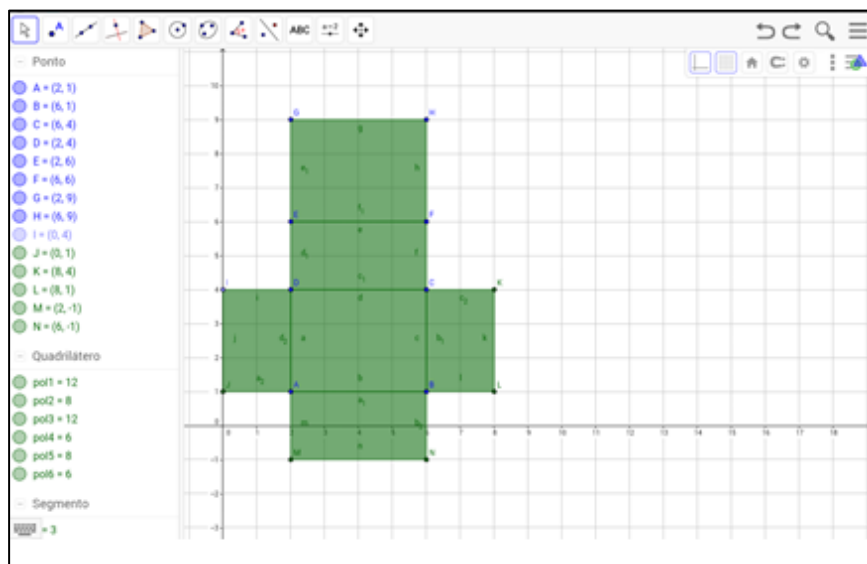
- 1- Na tela do GeoGebra à direita, toque no ícone ; toque a malha quadriculada.
- 2- Selecione o ícone ponto  e marque os vértices na janela de visualização.
- 3- Utilize a ferramenta polígono  toque em “*polígono*” e construa a maior quantidade possível de polígonos de quatro lados, com os lados opostos paralelos e ângulos internos iguais a 90° , considerando os vértices da planta.

Dessa forma, você visualizará o terreno do Pedro. Selecione na Barra de Menu o símbolo e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*terreno do Pedro*”. Com isso, você pode responder as perguntas abaixo:

- a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?
- b) Identifique os polígonos que você encontrou.
- c) Como você encontraria a área total do terreno do Pedro?

A figura 10 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 4, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 10: Representação da construção da figura da atividade 4



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 6: Padrão de respostas dos grupos B e D

a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?

6 polígonos

b) Identifique os polígonos que você encontrou.

Retângulos (Dois lados paralelos e iguais)

c) Como você encontraria a área total do terreno do Pedro?

Calculando a área de cada retângulo e somando-as.

$A = A_{pol1} + A_{pol2} + A_{pol3} + A_{pol4} + A_{pol5} + A_{pol6}$

$A = 8 + 6 + 6 + 12 + 8 + 12$

$A = 52 \text{ m}^2$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 7: Padrão de respostas dos grupos A, C, E, F e G

a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?

6 polígonos.

b) Identifique os polígonos que você encontrou.

retângulo, dois lados iguais e paralelos.

c) Como você encontraria a área total do terreno do Pedro?

Soma da área dos 6 polígonos.

A área é 52

Pol 1 = Base (4) · H (2)

Pol 2 = Base (2) · H (3)

Pol 3 = Base (4) · H (3)

Pol 4 = Base (2) · H (3)

Pol 5 = Base (4) · H (2)

Pol 6 = Base (4) · H (3)

Fonte: Acervo da autora

Observamos nos protocolos a categoria de formalização plena, pois os grupos resolveram o problema proposto e conseguiram formular a área total da figura corretamente, usando caminhos diferentes. A maioria dos grupos não teve dificuldade na obtenção das respostas; os alunos usaram seus conhecimentos prévios sobre a área do retângulo e, por meio da construção e visualização da figura com auxílio do GeoGebra, conseguiram alcançar o objetivo proposto, conforme apresentado nos protocolos 6 e 7. De acordo com Zabala (2008) é importante verificar os conhecimentos prévios dos alunos, apresentando conteúdos

relacionados ao que já sabem, para serem usados em novas situações. Como veremos na próxima atividade.

Na discussão das respostas a professora observou que os grupos B e D tinham chegado à resposta do item “c” sem registrarem o cálculo como os outros grupos. Questionados sobre como haviam obtido os valores da área total do terreno de Pedro, os alunos do grupo B responderam que, como a figura representava vários retângulos, foi feito o cálculo da área igual a base x altura de cada um deles e depois a soma das áreas foi feita “de cabeça”. O grupo D respondeu ter percebido na janela de álgebra do GeoGebra os valores da área de cada polígono.

Este fato demonstra a curiosidade e capacidade de investigação dos alunos, que observaram, em um campo não indicado pela professora, dados que correspondiam ao problema que buscavam responder. Por outro lado, reforça a necessidade de que as questões da sequência didática sejam construídas de maneira a valorizar o processo de raciocínio e a discussão sobre como construir os conceitos, não ficando restrita à mera apresentação de uma resposta em termos numéricos.

5.5 Descrição - Atividade 5

Pretendeu-se nesta atividade que os alunos desenvolvessem os conceitos básicos do paralelepípedo: prisma cujas faces são paralelogramos, sendo que as seis faces formam três pares, idênticos e paralelos entre si. Além disso, a atividade objetivou que os alunos chegassem ao significado e generalização da área de um paralelepípedo, a partir da construção, visualização e animação do sólido com o auxílio do *software* GeoGebra, especialmente na janela de visualização 3D. O que contribuiu, também, para estimular a percepção espacial dos alunos.

5.5.1 Atividade 5- Planificação e área do paralelepípedo

Objetivos

- Estimular a percepção espacial do aluno com auxílio do GeoGebra
- Visualizar a planificação.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.

- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área do Paralelepípedo

Conteúdo explorado





- ✓ Área do paralelepípedo


Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO PARALELEPÍPEDO

Agora, vamos usar as medidas da planta do terreno do Pedro para pensarmos numa definição para outra área de um sólido geométrico. As instruções são as seguintes:

- 1- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*” e toque na “janela de visualização 3D”. Você abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 2- Toque na janela 3D, selecione a ferramenta  e escolha a opção “*extrusão para prisma ou cilindro*”.
- 3- Toque no polígono ABCD na janela 3D. Com isso você abrirá uma janela de altura; digite 2, selecione OK. Aparecerá o sólido geométrico.
- 4- Selecione na janela 3D a ferramenta  e escolha a opção “*planificação*”; toque no sólido.
- 5- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta  e movimente o controle deslizante, ou na janela de álgebra selecione “*número*” e marque “*animar*”.

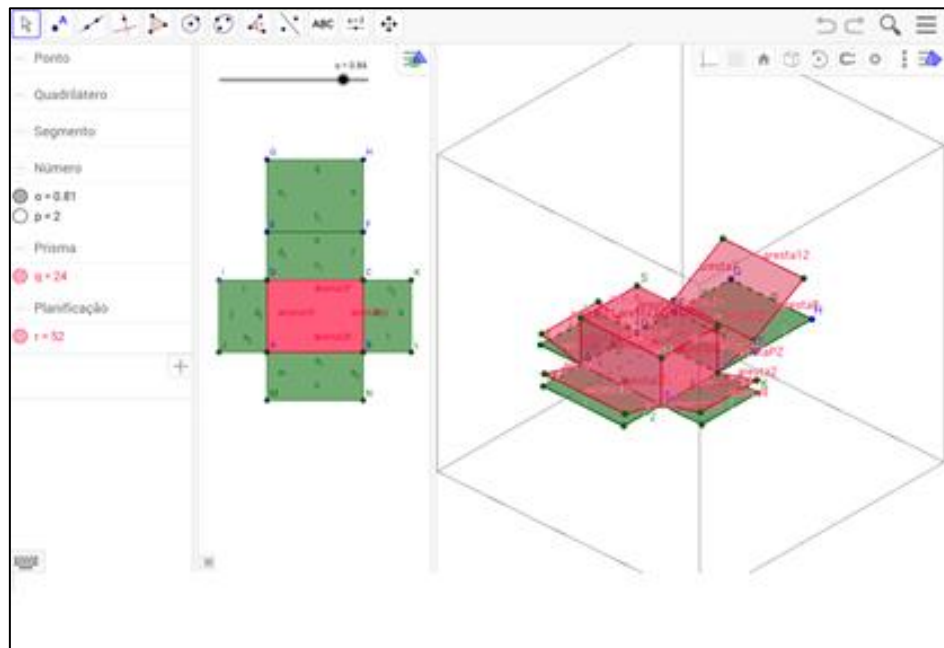
OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*área dos sólidos geométricos 2*”.

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a área construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas da planta do terreno do Pedro. Que relação você observa entre elas?
- b) Qual polígono forma as faces do sólido geométrico na janela de visualização 3D?

- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?
- d) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido.
- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?
- f) Compare os sólidos construídos nas atividades 3.2 e 3.5 quanto às faces, a área e outras características. A que conclusões você chega? Como as expressaria por escrito?

A figura 11 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 5, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 11: Representação da construção da figura da atividade 5



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 08: Padrão de resposta do grupo B e E

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a área construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas da planta do terreno do Pedro. Que relação você observa entre elas?

A planificação do sólido é igual à planta do terreno.

- b) Qual polígono forma as faces do sólido geométrico na janela de visualização 3D?

Retângulo

- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

vértices - 8
arestas - 12

- d) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido.

Resolvendo a planificação do sólido.

- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?

$A = Apd1 + Apol2 + Apol3 + Apol4 + Apol5 + Apol6$

- f) Compare os sólidos construídos nas atividades 3.2 e 3.5 quanto às faces, a área e outras características. A que conclusões você chega? Como as expressaria por escrito?

3.2 Faces - todas iguais

3.5 - Faces - as opostas são iguais.

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 09: Padrão de respostas dos grupos A e F

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a área construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas da planta do terreno do Pedro. Que relação você observa entre elas?

A planificação do sólido tem as mesmas medidas da área do terreno de Pedro.

- b) Qual polígono forma as faces do sólido geométrico na janela de visualização 3D?

Retângulo

- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

arestas - 12
vértices - 8

- d) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido.

Calculando a área de sua planificação.

- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?

$A = A(\text{comprimento, altura}) + 2(\text{comprimento} \cdot \text{altura}) + 2(\text{comprimento} \cdot \text{altura})$

- f) Compare os sólidos construídos nas atividades 3.2 e 3.5 quanto às faces, a área e outras características. A que conclusões você chega? Como as expressaria por escrito?

3.2 - todas as faces são iguais
3.5 - as faces opostas são iguais

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 10: Padrão de respostas dos grupos C, D e G

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a área construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas da planta do terreno do Pedro. Que relação você observa entre elas?
 SÃO IGUAIS, A PLANIFICAÇÃO DO SÓLIDO SOBREPÕE NA DO TERRENO
- b) Qual polígono forma as faces do sólido geométrico na janela de visualização 3D?
 RETÂNGULO
- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?
 VÉRTICES - 8
 ARESTAS - 12
- d) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido.
 CALCULAR A ÁREA DO PLANO POIS É A MESMA DO SÓLIDO
- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?
 NÃO SABEMOS
- f) Compare os sólidos construídos nas atividades 3.2 e 3.5 quanto às faces, a área e outras características. A que conclusões você chega? Como as expressaria por escrito?
 CUBO - FACES FORMADAS POR QUADRADOS
 PARALELEPÍEDO - FACES FORMADAS POR RETÂNGULOS

Fonte: Acervo da autora

A tabela 1 mostra a distribuição percentual dos grupos de acordo com os protocolos formados nesta atividade.

Tabela 1: Distribuição dos grupos por protocolo

Protocolos	Grupos	Frequência	Percentual
8 e 9	A, B, E e F	4	56%
10	C, D, e G	3	44%
Total		7	100%

De acordo com os protocolos 8 e 9, observamos a categoria de formalização plena: os grupos resolveram o problema proposto e criaram uma fórmula para área do paralelepípedo, apresentando maneiras diferentes de resolução do item “e”. No protocolo 10, observamos a categoria de formalização parcial. Pois, apesar dos grupos terem resolvido o problema proposto, não conseguiram chegar a uma formulação para área do sólido.

Nesta atividade os grupos não apresentaram dificuldades na construção do sólido. Usaram o controle deslizante, que representava a planificação do sólido, e compararam com a figura plana, na janela 2D. Utilizaram também o recurso da janela de visualização 3D, vista do

sólido superior, frontal e lateral, reforçando a identificação dos polígonos da face do prisma. Além disso, puderam quantificar o número de vértices e arestas.

Na discussão da resposta a professora perguntou aos grupos qual era a dificuldade para formular a área do sólido (item “e”) a partir de suas descrições (item “d”). Os alunos disseram que conseguiram perceber e assimilar por meio do *software* GeoGebra que a planificação do sólido era a mesma da figura que representava a área do terreno de Pedro. A maioria dos grupos identificou esta relação. Também souberam encontrar a área do sólido usando a mesma estratégia da atividade 4, referente à figura plana, ou seja, a área do retângulo. Perceberam que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais foram identificados por meio da planificação como retângulos.

De acordo com Zabala (1998), é necessário provocar desafios que questionem os conhecimentos prévios e possibilitem as modificações necessárias na direção desejada. Isto quer dizer que o ensino não deve se limitar ao que o aluno já sabe, mas que, a partir deste conhecimento, devem ser colocadas situações que o levem à aprendizagem de novos conhecimentos.

Pode-se afirmar que a atividade com o *software* GeoGebra alcançou o seu objetivo, posto que a maioria dos grupos conseguiu visualizar a relação que havia entre as figuras, compreendendo, portanto, o significado da área do paralelepípedo. A aprendizagem, aqui, foi concebida no processo de comparação das figuras da janela 2D com a 3D, em que os alunos usaram seus conhecimentos prévios da área do retângulo e aplicaram em uma nova situação.

Ao tentar traduzir o que foi compreendido em uma formalização, escrita em fórmula matemática, os grupos encontraram dificuldades. Assim, ao mesmo tempo, a atividade revela o estranhamento dos alunos face à maneira de se criar uma fórmula a partir de suas descrições, apontando a necessidade de mais atividades nessa linha – que explore a ideia de generalização e formulação.

A professora aproveitou a resposta do protocolo 09 para explorar, junto com os alunos, a área de qualquer paralelepípedo. Para os alunos entenderem mais facilmente, a professora denominou a altura de a ; largura de b ; e o comprimento de c . Substituiu suas palavras pelas letras, obtendo $A = 2(c.a) + 2(c.b) + 2(a.b)$; o fator comum, 2, foi colocado em evidência, obtendo $A = 2(a.b + a.c + b.c)$. Os alunos foram convidados a pensar sobre o significado do valor numérico 2. Um aluno respondeu que esse valor representava as duas faces opostas e iguais de um paralelepípedo.

A finalidade de uma atividade como esta é clarear os processos matemáticos para os alunos, para que, após observar os elementos pertinentes, construam relações e as expressem de maneira apropriada, com suas fórmulas, suas generalizações e seus conceitos.

5.6 Descrição - Atividade 6

A expectativa quanto a esta atividade era que os alunos compreendessem o significado e chegassem à formulação do volume de um paralelepípedo sem conhecer a definição. Por meio das atividades, seria possível observar que o volume de um paralelepípedo depende da altura, largura e do comprimento. Com o auxílio do *software* GeoGebra e seu recurso de controle deslizante, essa característica seria visualizada e os alunos poderiam percebê-la, mesmo sem o conhecimento prévio da definição formal.

5.6.1 Atividade 6- Volume do paralelepípedo

Objetivos

- Mostrar por meio da manipulação do controle deslizante a alteração do volume.
- Compreender e interpretar a finalidade do controle deslizante na alteração do volume.
- Descrever e formalizar o volume do paralelepípedo.

Conteúdo explorado


- ✓ Volume do paralelepípedo









Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE - VOLUME DO PARALELEPÍPEDO

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

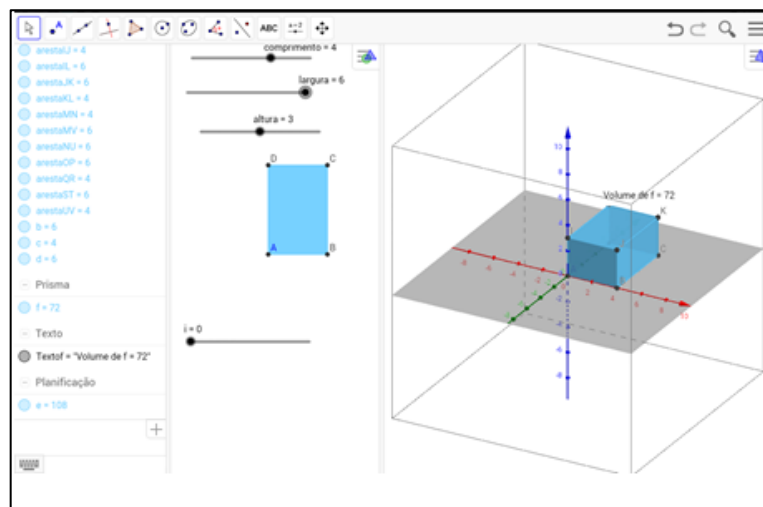
- 1- Abra o GeoGebra, feche o teclado virtual, a direita selecione o ícone  e toque no eixo.

- 2- Na barra de ferramentas selecione a opção “*controle deslizante*”  toque na janela de visualização, que abrirá uma janela específica do controle deslizante. Digite em nome: *comprimento*; min: 0; max: 6 e incremento 1; selecione aplicar.
- 3- Utilize o mesmo recurso  toque na janela de visualização, digite em nome: *largura*; min: 0; max: 6 e incremento 1; selecione aplicar. Crie outro controle deslizante e digite em nome: *altura*; min: 0; max: 6 e incremento 1; selecione aplicar.
- 4- Na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, $A=(0,0,0)$ toque *enter*; $B=(\text{comprimento},0,0)$ toque *enter*; $C=(\text{comprimento},\text{largura},0)$ toque *enter*; $D=(0,\text{largura},0)$ toque *enter*.
- 5- Ainda na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, polígono [A,B,C,D] toque *enter*.
- 6- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*” e toque na “janela de visualização 3D. Você abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 7- Toque na janela 3D, selecione a ferramenta  e escolha a opção “*extrusão para prisma ou cilindro*”. Toque no polígono; abrirá uma janela, digite: altura; selecione OK.
- 8- Na janela 3D, utilize a ferramenta , escolha a opção “*volume*” e toque no sólido.
- 9- Selecione a opção “*controle deslizante*”  toque na janela de visualização, que abrirá uma janela específica do controle deslizante. Digite em nome: i ; min: 0; max: 1 e incremento 0.01; selecione aplicar.
- 10- Na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, planificação [f,i] toque *enter*.
- 11- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta  e movimente os controles deslizantes um de cada vez. Observe o que acontece com o valor do volume.
- OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*volume 2*”.

- a) Após movimentar o controle deslizante, o que você observa em relação ao valor do volume?
- b) Como você explicaria o cálculo do volume desse sólido geométrico?
- c) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

A figura 12 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 6, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 12: Representação da construção da figura da atividade 6



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 11: Padrão de resposta de todos os grupos

a) Após movimentar o controle deslizante, o que você observa em relação ao valor do volume?

VOLUME AUMENTA OU DIMINUI, VARIANDO DE ACORDO COM A ALTURA, COMPRIMENTO OU LARGURA

b) Como você explicaria o cálculo do volume desse sólido geométrico?

COMPRIMENTO · ALTURA · LARGURA

c) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

$V = c \cdot l \cdot a$

Fonte: Acervo da autora

Observamos no protocolo 11 a categoria de formalização plena, pois os grupos conseguiram resolver o problema e chegaram à formulação do volume do paralelepípedo.

A dificuldade apresentada nesta atividade foi em relação a alguns comandos do GeoGebra e à sensibilidade do toque na tela do *tablet*. Outra dificuldade é que essa atividade exige muitas etapas para realizar a construção da figura, tornando o passo a passo longo. Houve necessidade de a professora intervir, ajudando na utilização do *software* no momento de construir o sólido. Uma vez sanada essa dificuldade, a atividade teve seu objetivo alcançado pelos grupos.

Quanto à questão envolvendo o volume do paralelepípedo, Giovanni *et al.* (2013) demonstram que o volume é representado pelo produto de suas dimensões. Assim, ao propor uma possibilidade de visualizar esse conceito, elaboramos uma manipulação que está apresentada na Figura 12. Após a construção e observação da figura, com o uso correto dos comandos do GeoGebra, os alunos conseguiram investigar a relação dos valores do volume com essas medidas, por meio da manipulação das barras dos controles deslizantes que representavam os valores das medidas da altura, largura e comprimento do sólido. Quando solicitados a explicarem o volume de um paralelepípedo, os grupos logo responderam que este é igual ao produto das medidas do comprimento, da largura e da altura, como mostra o protocolo 11. Um dos grupos expressou sua conclusão afirmando que o volume do paralelepípedo é o produto de suas dimensões. Como dizem Ponte *et al.* (2003), a utilização de programas de Geometria Dinâmica permite a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilitando a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio.

Nesta atividade a professora denominou o comprimento como a ; largura como b e a altura como c , explicando que, muitas vezes, os livros didáticos adotam a representação do volume como $V = a.b.c$, conforme Dante (2015), o livro adotado pela instituição. Confirmou que a relação feita por eles na atividade estava correta, e que haviam compreendido o significado da fórmula. Depois a professora solicitou aos alunos que comparassem as fórmulas $V = a.b.c$ com $V = A_b.h$, nomenclatura encontrada em outros livros didáticos⁶, e perguntou se as fórmulas tinham o mesmo significado ou não. Face à resposta de alguns alunos de que eram fórmulas diferentes, a professora passou a analisar o tema, juntamente com a turma, traduzindo

⁶ Por exemplo: Projeto Telares: Matemática: 9º ano, ensino fundamental. Luiz Roberto Dante. 2 ed. São Paulo: Ática, 2015, p. 313 a 317./Convergência Matemática: 9º ano, ensino fundamental. Eduardo Rodrigues Chavante. São Paulo: SM, 2016, p. 253 a 254. /Projeto Múltiplo: Matemática: 2º ano, ensino médio. Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 2014, p. 313. /Matemática uma nova abordagem: progressão: 2º ano, ensino médio. Jose Ruy Giovanni *et al.*. 3. ed. São Paulo: FTD, 2013, p. 211 e 214.

os termos. A professora sugeriu aos alunos que primeiramente identificassem o polígono que representava a base do sólido e depois que observassem a área desse polígono. Os alunos concluíram que a base do sólido era representada por um retângulo, com área igual ao comprimento multiplicado pela largura. A professora, então, substituiu a fórmula $V=A_b.h$; como A_b sendo comprimento (a) x largura (b) e altura por (c), ficando evidente que ambas as fórmulas representavam o mesmo valor do volume. Explicou que o volume de qualquer prisma é representado nos livros didáticos como $V=A_b.h$.

5.7 Descrição - Atividade 7

A atividade seguinte foi elaborada com a finalidade dos alunos lembrarem os conceitos básicos de um hexágono regular: um polígono com seis lados que pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros. A proposta era utilizar esses conceitos para a construção da figura com auxílio do *software* GeoGebra. Esta atividade estabeleceria as condições para o desenvolvimento da atividade 8.

5.7.1 Atividade 7- Lembrar área do hexágono regular

Objetivos

- Construir e visualizar a figura com o uso do GeoGebra.
- Identificar o polígono.
- Usar o conhecimento prévio para determinar a área do polígono.

Conteúdo explorado


- ✓ Lembrar área do hexágono regular











Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE – RELEMBRANDO ÁREA DO HEXÁGONO REGULAR

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Na tela do GeoGebra, selecione o ícone  e toque na malha quadriculada.

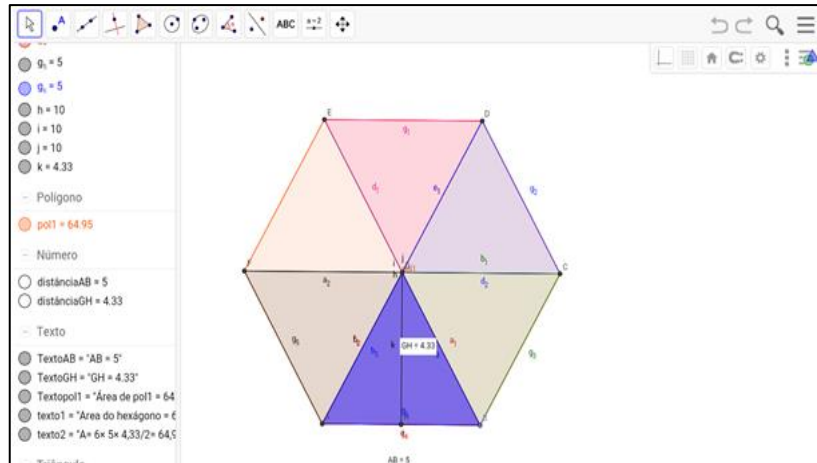
- 2- Selecione a ferramenta  e marque a opção “*segmento com comprimento fixo*”, na janela de visualização toque na origem P(0,0); abrirá uma janela referente a comprimento, digite 5, selecione OK.
- 3- Utilize o recurso polígono  e marque “*polígono regular*”, toque nos pontos A e B. Abrirá uma janela referente a vértices, digite o número 6, toque em OK.
- 4- Utilize a o ícone  que nos eixos e na malha quadriculada para ficarem escondidas.
- 5- Selecione o ícone , marque “*segmento*”, toque nos pontos E e B; D e A; C e F.
- 6- Utilize o recurso ponto  marque “*interseção de dois objetos*” e toque no ponto de encontro das retas. Aparecerá o ponto de interseção G.
- 7- Selecione a ferramenta , marque a opção “*ponto médio*”, e toque na janela de visualização nos pontos A e B. Aparecerá o ponto H.
- 8- Utilize o recurso  marque “*segmento*”, toque no ponto G e no ponto médio H. Esse segmento recebe o nome de apótema.
- 9- Selecione a ferramenta , marque a opção “*comprimento*” e toque nos pontos A e B; G e H.
- 10- Utilize o ícone , e marque “*polígono*”, toque nos vértices AGBA, depois selecione o ícone  toque no quadradinho de cor, selecione uma cor. Repita o mesmo processo para BGCB; CGDC; DGED; EGFE; FGAF.

OBS: Salve a atividade com o nome “*área do polígono*”.

- a) Identifique o polígono ABCDEF construído.
- b) Quais e quantas figuras congruentes você observa no interior do polígono ABCDEF?
- c) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter a área do polígono ABCDEF?
- d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula?
- e) Como você encontraria o valor da área do polígono ABCDEF?

A figura 13 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 7, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 13: Representação da construção da figura da atividade 7



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 12: Padrão de respostas dos grupos A, B, C, D, E e F

a) Identifique o polígono ABCDEF construído.
Hexágono

b) Quais figuras você observa no interior do polígono ABCDEF?
Triângulos

c) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter a área do polígono ABCDEF?
Obtendo a área de um dos triângulos e multiplicando por 6

d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula?
 $A = \frac{b \cdot h}{2} \cdot 6$

e) Como você encontraria o valor da área do polígono ABCDEF?
 $\frac{b \cdot h \cdot 6}{2} = \frac{5 \cdot 4,33 \cdot 6}{2} = \frac{21,65 \cdot 6}{2} = \frac{10,825 \cdot 6}{2} = 64,9$

$\frac{4,33}{2} = 2,165$ $\frac{10,825}{2} = 5,4125$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 13: Padrão de resposta do grupo G

a) Identifique o polígono ABCDEF construído.

Hexágono

b) Quais figuras você observa no interior do polígono ABCDEF?

triângulo

c) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter a área do polígono ABCDEF?

Seu perímetro e dividir por a altura dividida por dois

d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula?

Soma dos lados = perímetro } $A = \frac{6 \cdot h}{2}$
 $6h = P$ } $A = \frac{P \cdot a}{2}$

e) Como você encontraria o valor da área do polígono ABCDEF?

$A = \frac{30 \cdot 4,77}{2} = 71,55$

$15 \cdot 4,77 = 71,55$

Fonte: Acervo da autora

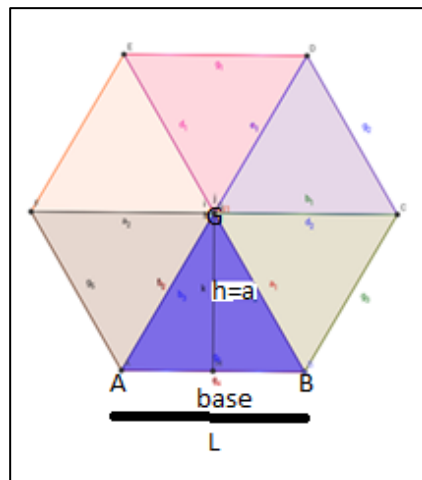
Os protocolos fazem parte da categoria de formalização plena. Observamos que, mesmo dentro de uma mesma categoria, foram apresentadas duas maneiras diferentes de formulação em relação à área do hexágono regular. No protocolo 12, os grupos chegaram a uma formulação, em que identificaram seis triângulos; concluíram, portanto, que a área do hexágono é igual à área de um triângulo multiplicado por seis. E no protocolo 13, concluíram que seria o perímetro do hexágono multiplicado pela altura (apótema) dividido por dois. Isso exemplifica que, usando um *software* dinâmico, os alunos conseguem, por meio de atividades investigativas, construir seus próprios caminhos e diferentes maneiras de formulá-los.

Analisando os protocolos, percebemos que os alunos alcançaram os objetivos propostos. Nesta atividade as discussões das respostas junto à turma foram fundamentais para algumas observações. Um grupo observou que os itens “b” e “c” da atividade geraram algumas dúvidas em relação à pergunta proposta acerca da visualização da figura no GeoGebra. A professora reformulou o item “b”, mudando a pergunta para: “quais e quantas figuras congruentes você observa no interior do polígono ABCDEF?”. Assim ficou mais fácil de os alunos entenderem que só deveriam ser contadas as figuras iguais, não deixando dúvidas para a descrição da próxima questão. Além disso, para facilitar a compreensão e visualização deste item, a professora sugeriu aos alunos colorirem cada figura congruente no interior do polígono

ABCDEF com auxílio do GeoGebra. Esse procedimento gerou o tópico dez do passo a passo dessa atividade.

Outra consideração interessante foi feita pelo Grupo G em sua resposta aos itens “c” e “d”. Este grupo apresentou uma formulação diferente dos demais; quando questionados sobre suas respostas, disseram ter “visualizado que o hexágono era representado por 6 triângulos equiláteros, que as bases de cada triângulo representavam os lados do hexágono, 6 lados é igual ao perímetro”. Porém, vários alunos não compreenderam essa formulação, o que propiciou o convite para que todos, alunos e professora, explorassem juntos a resposta. A imagem do polígono foi projetada no quadro e feita a pergunta: “conforme visualização da área do hexágono, ela pode ser decomposta em quais e quantos polígonos congruentes?”. Os alunos responderam que seriam 6 triângulos equiláteros. Então, a professora denominou a base do triângulo como medida L (lado de hexágono) e a altura como medida a (apótema do hexágono). Conforme a figura a seguir:

Figura 14: Projeção do Hexágono Regular da atividade 7



Fonte: Acervo da autora

Foi perguntado à turma a área do triângulo AGB e os alunos responderam rapidamente: $A_{\Delta AGB} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$. Então a professora pediu que eles substituíssem a *base* pelo *lado* e a *altura* pelo *apótema* e multiplicassem pela quantidade de lados do hexágono. Os alunos observaram que a área de um hexágono poderia ser expressa como $A = \frac{6 \times \text{lado} \times \text{apotema}}{2}$. A professora alertou os alunos para o significado de *6 vezes o lado*; só então conseguiram observar que se tratava da soma de todos os lados do hexágono, o que equivale ao perímetro.

$$\text{Logo, concluíram que a área seria } A = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{P \times a}{2}$$

Os alunos do grupo G disseram que foi bom resolver o problema junto com a turma, pois não se lembravam da relação da altura com o apótema. Além disso, os outros grupos compreenderam o raciocínio do grupo G. Ponte *et al.* (2003, p.49) afirmam que, conforme “o progresso da investigação em cada grupo, o professor adota a estratégia de interação com os alunos que se revela mais adequada naquele momento, intervindo consoante as necessidades que neles detecta”

5.8 Descrição - Atividade 8

Pretendeu-se nesta atividade que os alunos desenvolvessem os conceitos básicos de prisma hexagonal, ou seja, que conseguissem verificar que o sólido possui duas faces congruentes e paralelas em forma de um hexágono, denominadas de bases, e que as demais faces laterais são paralelogramos. Além disso, a atividade objetivou que os alunos chegassem ao significado e generalização da área de um prisma hexagonal, a partir da construção, visualização e animação do sólido com o auxílio do *software* GeoGebra, especialmente sua visualização 3D. Esta atividade contribuiu também para estimular a percepção espacial do aluno.

5.8.1 Atividade 8- Planificação e área do prisma hexagonal

Objetivos

- Visualizar a planificação com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Fazer relações entre o sólido e sua planificação.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área do Prisma Hexagonal.

Conteúdo explorado









- ✓ Área do Prisma hexagonal

Ambiente virtual

✓ GeoGebra – Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO PRISMA HEXAGONAL

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Na tela do GeoGebra à direita, selecione o ícone  , escolha e marque a malha quadriculada.
- 2- Utilize a ferramenta  escolha a opção “*ponto*”. Marque dois pontos A(3,0) e B(6,0).
- 3- Selecione a ferramenta  , opção “*polígono regular*”, toque nos dois pontos A e B; abrirá uma janela de vértices, digite o número 6, selecione OK.
- 4- No lado superior direito clique na barra de menu no símbolo  utilize a opção “*exibir*” e marque a janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 5- Na janela de visualização 3D, na barra de ferramenta, selecione o ícone  e utilize a opção “*extrusão para prisma e cilindro*”. Toque na base da figura na janela 3D, abrirá uma janela de altura, digite o número 4 e selecione OK. Visualizará o sólido geométrico.
- 6- Selecione o ícone  , marque a opção “*planificação*” e toque no sólido.
- 7- Selecione na janela de álgebra a opção “*prisma*”, toque na barra de menu  a opção “*editar*”, selecione “*propriedades*”, escolha cor, e feche a janela.
- 8- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta mover  e movimente o controle deslizante ou na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*número*” abrirá uma janela, toque em “*animar*”.
- 9- Observe a janela de visualização 2D e a janela de visualização 3D.

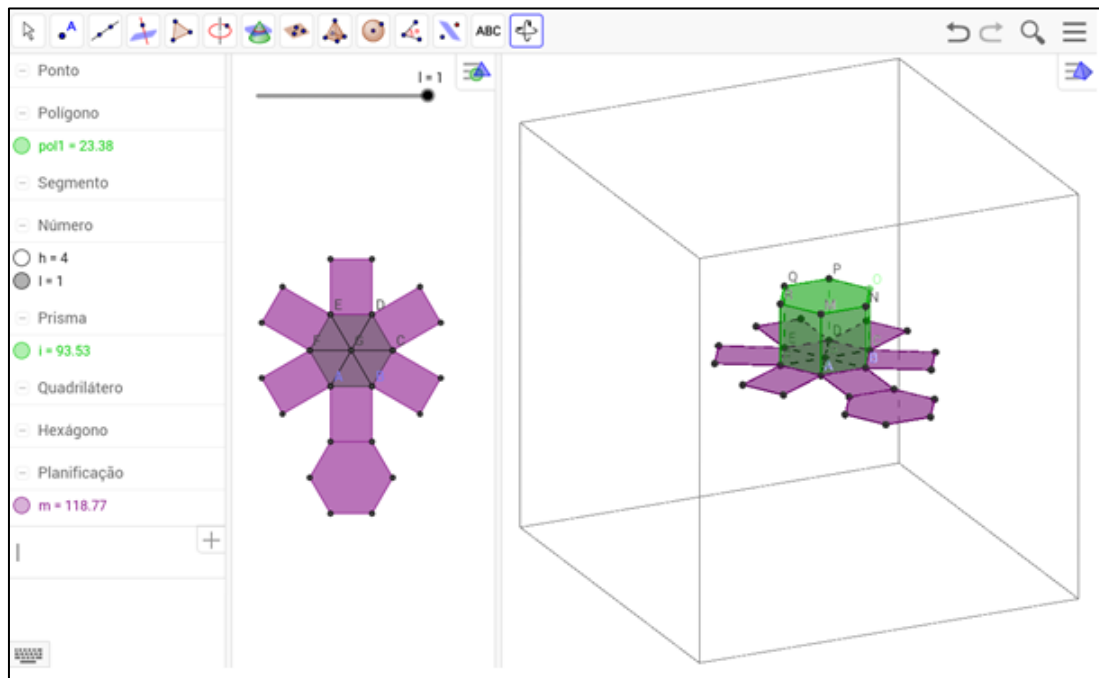
OBS: Salve a atividade com o nome “*área dos sólidos geométricos 3*”.

- a) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?
- b) Identifique os polígonos que formam a face lateral do sólido.
- c) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
- d) Descreva como você poderia obter a área lateral do sólido geométrico.

- e) Que polígono representa a base do sólido? Você consegue identificar o sólido geométrico? Que nome ele recebe?
- f) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.
- g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria?

A figura 15 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 8, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 15: Representação da construção da figura da atividade 8



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 14: Padrão de respostas dos grupos A, C, D, E, F e G

a) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?
 18 arestas e 12 vértices

a) Identifique os polígonos que formam a face lateral do sólido.
~~hexágonos~~ Retângulos

b) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
 6 retângulos

c) Descreva como você poderia obter a área lateral do sólido geométrico.
 Somando a área dos retângulos. ~~Os~~

d) Que polígono representa a base do sólido? Você consegue identificar o sólido geométrico? Que nome ele recebe?
~~hexágono~~ Prisma hexagonal.

e) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.
 Área dos retângulos mais a área dos hexágonos.

f) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?
 Área dos retângulos + área dos hexágonos

$$AT = 6(b \cdot h) + 2 \left(6 \frac{b \cdot h}{2} \right)$$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 15: Padrão de resposta do grupo B

a) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?
 18 arestas e 12 vértices

a) Identifique os polígonos que formam a face lateral do sólido.
 Retângulo

b) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
 6 polígonos

c) Descreva como você poderia obter a área lateral do sólido geométrico.
 Multiplicando a área do retângulo por 6

d) Que polígono representa a base do sólido? Você consegue identificar o sólido geométrico? Que nome ele recebe?
 Hexágono

e) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.
 Multiplicando a área do retângulo por 6 e dos hexágonos por 2

f) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?
 $6(3 \cdot 4) + \{ 2 [6 \left(\frac{3 \cdot 4}{2} \right)] \}$
 $6(b \cdot h) + [2 [6 \left(\frac{b \cdot h}{2} \right)]]$

Fonte: Acervo da autora

A tabela 2 mostra a distribuição percentual dos grupos de acordo com os protocolos formados nesta atividade.

Tabela 2: Distribuição dos grupos por protocolo

Protocolos	Grupos	Frequência	Percentual
14	A, C, D, E, F e G	6	86%
15	B	1	14%
Total		7	100%

No protocolo 14, observamos a categoria de formalização plena, pois os grupos conseguiram resolver o problema proposto e criaram a fórmula a partir de suas descrições. No protocolo 15, observamos a categoria de formalização não realizada, em que o grupo não apresentou o resultado da fórmula corretamente.

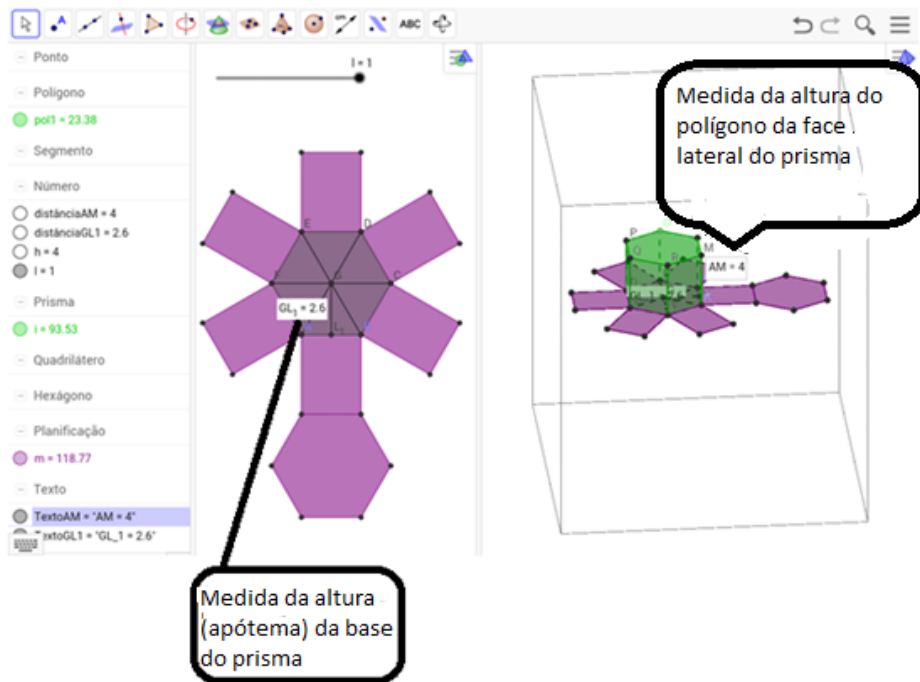
Nesta atividade, os alunos estavam mais à vontade ao utilizarem o *software* GeoGebra para construção e animação do sólido, utilizando, inclusive, outros recursos, como rotação do sólido, na janela 3D; visualização da face do sólido superior, lateral e frontal; o recurso para colorir o sólido e sua planificação de cores diferentes; tudo isso facilitou a definirem o significado da área do hexágono. Além disso, as atividades anteriores, como área do retângulo e área do hexágono regular, ajudaram os alunos a compararem e identificarem semelhanças entre a planificação do sólido. Quando analisadas e relacionadas, levaram-nos à assimilação e generalização da área do prisma hexagonal. Essa assimilação auxiliou os alunos a entenderem o significado da área do prisma. De acordo com Zabala,

não basta que os alunos se encontrem frente a conteúdos para aprender; é necessário que diante destes possam atualizar seu conhecimento, compará-los com que é novo, identificar semelhanças e diferenças e integrá-las em seu conhecimento, comprovar que o resultado tem certa coerência etc. Quando acontece tudo isto- ou na medida em que acontece- podemos dizer que está produzindo uma aprendizagem significativa dos conteúdos apresentados. (ZABALA, 1998, p. 37)

Na discussão das respostas realizadas por cada grupo a professora observou que o grupo B tinha representado o item “f” numericamente e de forma errada. A professora pediu para o grupo tentar escrever o item como uma fórmula. A fim de investigar se a turma havia realmente compreendido o significado da fórmula e a assimilação do sólido com sua planificação, foi pedido a cada grupo para testar, a partir do cálculo da área, as formulações criadas por eles.

A professora fez a intervenção nos comandos do GeoGebra usando a projeção da tela de seu *tablet* no quadro para traçar o apótema da base, mostrando a altura da face lateral do prisma e o apótema da base, que é o segmento que passa pelo ponto médio do lado AB até o centro do polígono (G), como mostra a figura abaixo.

Figura 16: Projeção do prisma da atividade 8

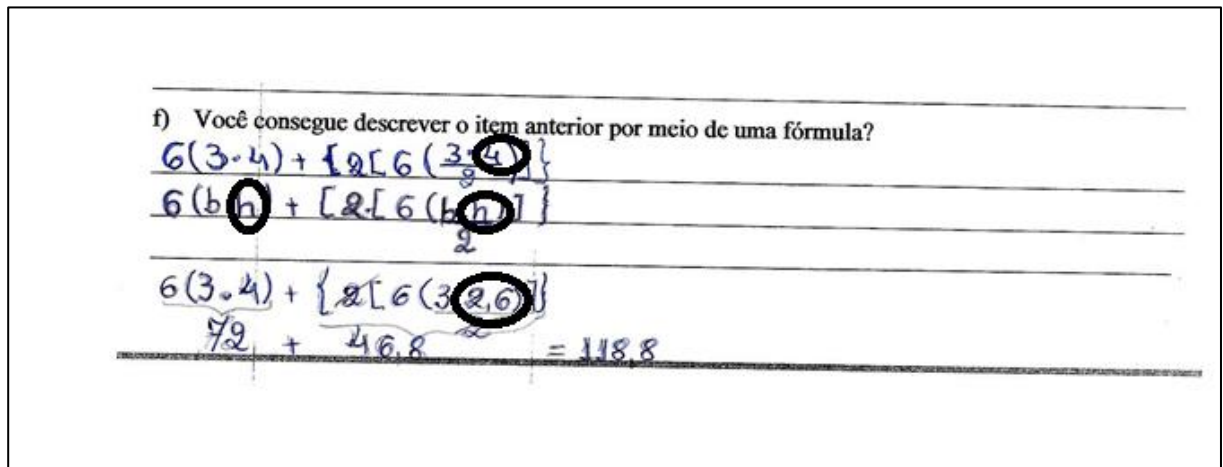


Fonte: Acervo da autora

Isso fez com que o grupo B percebesse que as alturas eram diferentes. O resultado foi positivo, pois a professora pediu ao grupo que explicasse à turma o processo, como forma de melhorar a compreensão do significado da fórmula. O que vai ao encontro da afirmação de Ponte *et al.* (2003) da necessidade do professor questionar os alunos, para que reflitam sobre o processo investigativo, de forma a aprenderem com e sobre ele.

O grupo B, com a ajuda da professora, conseguiu compreender a diferença entre o apótema da base e a altura da face lateral do prisma; além disso, as dúvidas e interpretações equivocadas dos demais grupos foram dirimidas. Abaixo, a resposta final do grupo B no protocolo 15, conforme a figura 17.

Figura 17: Parte final do item “f” do protocolo 15



Fonte: Acervo da autora

Conforme os protocolos dessa atividade, pode-se observar que o significado e a formalização da área foram construídos de forma satisfatória. Além disso, os alunos puderam aplicar os dados numéricos e verificar por meio do *Software* o resultado final. Aprimorando, assim, os conceitos matemáticos, não resumindo-os apenas à aplicação de fórmulas prontas.

A professora, ao final da atividade, questionou os alunos se eles lembravam como determinar a altura do triângulo equilátero (apótema) da base do prisma; sem o auxílio do GeoGebra, um aluno respondeu que seria pela fórmula de Pitágoras. Então a professora demonstrou a fórmula de Pitágoras, conforme figura 18.

Figura 18: Resolução do apótema da base do prisma

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$3^2 = (1,5)^2 + h^2$$

$$9 = 2,25 + h^2$$

$$h^2 = 9 - 2,25$$

$$h^2 = 6,75$$

$$h \cong 2,6$$

Fonte: Acervo da autora

5.9 Descrição - Atividade 9

Pretendeu-se nesta atividade que os alunos desenvolvessem os conceitos básicos de prisma triangular regular. A atividade visava que os alunos chegassem ao significado e generalização da área de um prisma triangular regular, por meio do uso do *software* GeoGebra.

5.9.1 Atividade 9- Planificação e área do prisma triangular regular

Objetivos

- Visualizar a planificação com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação
- Descrever e formalizar a área do Prisma Triangular Regular

Conteúdo explorado



Área do Prisma Triangular Regular









Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO PRISMA TRIANGULAR REGULAR

Um fabricante de embalagens de papelão quer construir uma caixa em forma de prisma triangular regular. Deseja, ainda, encontrar uma maneira de calcular a área desse sólido. Mas está com muita dificuldade. Um amigo ofereceu-se para ajudar; para isso, usou o GeoGebra para explicar a construção da caixa, seguindo os passos:

- 1- Na tela do GeoGebra à direita, selecione o ícone , marque a malha quadriculada.
- 2- Na janela de visualização 2D, escolha a ferramenta . Marque dois pontos A(3,1) e B(6,1).

- 3- Selecione a ferramenta  opção “*polígono regular*”, toque nos dois pontos A e B, abrirá a tela de vértices, digite 3, selecione OK.
- 4- Utilize a ferramenta , escolha a opção “*distância*” e toque nos vértices da base do polígono.
- 5- Selecione a ferramenta , escolha a opção “*ponto médio*” e toque nos vértices A e B.
- 6- Selecione a ferramenta , escolha a opção “*segmentos*”, marque os pontos C e D.
- 7- No lado superior direito clique na barra de menu no símbolo , utilize a opção “*exibir*” e marque janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 8- Na janela de visualização 3D, na barra de ferramenta, selecione o ícone  e utilize a opção “*extrusão para prisma e cilindro*”. Toque na base da figura na janela 3D; abrirá uma janela de altura, digite o número 4 e selecione OK. Visualizará o sólido geométrico.
- 9- Selecione a ferramenta , marque a opção “*planificação*” e toque no prisma.
- 10- Para o fabricante entender melhor a área total da superfície do prisma, o amigo pediu para ele selecionar na janela de álgebra, a opção “*número*” e marcar “*animar*”.
- 11- O amigo, para ajudar o fabricante a visualizar a construção, pediu para ele selecionar na janela de álgebra a opção “*prisma*”, selecionar na barra de menu  a opção “*editar*”, depois tocar em “*propriedades*”, e escolher cor e fechar a janela.
- 12- O amigo pediu para o fabricante observar e comparar a planificação do sólido da janela 3D, com a planificação da janela 2D.

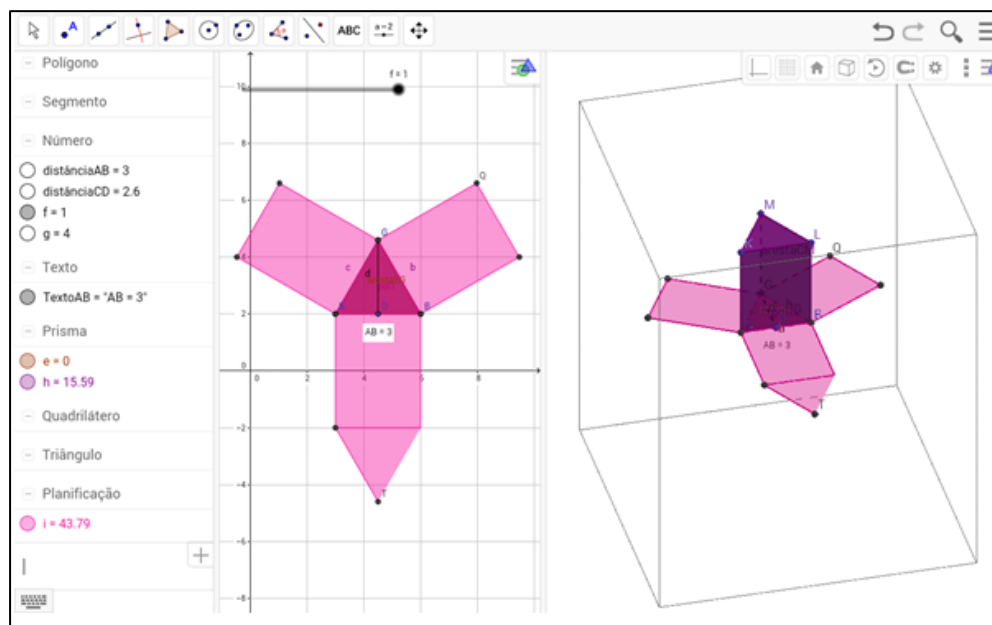
OBS: Salve a atividade com nome “*área dos sólidos geométricos 4*”.

- Após a construção, observe a janela de visualização 3D. Quantas arestas e quantos vértices o fabricante conseguiu contar no sólido geométrico construído?
- Quais polígonos o fabricante visualizou na face lateral do sólido geométrico?
- Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
- Você consegue descrever uma maneira de obter a área lateral do sólido geométrico?

- e) Que polígono representa a base do sólido geométrico?
- f) Descreva uma maneira do fabricante obter a área total da superfície do sólido geométrico.
- g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Qual é a área total da superfície do sólido geométrico?

A figura 19 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 9, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 19: Representação da construção da figura da atividade 9



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 16: Padrão de respostas de todos os grupos

a) Após a construção, observe a janela de visualização 3D. Quantas arestas e quantos vértices o fabricante conseguiu contar no sólido geométrico construído?

9 arestas, 6 vértices

b) Quais polígonos o fabricante visualizou na face lateral do sólido geométrico.

Visualizou retângulo

c) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?

3 polígonos (retângulo)

d) Você consegue descrever uma maneira de obter a área lateral do sólido geométrico.

multiplicando o area dos retangulos por 3

e) Que polígono representa a base do sólido geométrico?

Triângulo

f) Descreva uma maneira do fabricante obter a área total da superfície do sólido geométrico.

Somar a area dos 3 triângulos e dos 3 retangulos

g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Qual é a área total da superfície do sólido geométrico?

$\frac{2 \cdot b \cdot h}{2} + 3(b \cdot h) = 2 \cdot \frac{(3 \cdot 2 \cdot 6)}{2} + 3(3 \cdot 4) = 43,8$

$AT = 2AB + AL$

$AT = 17,8 + 26 = 43,8$

Fonte: Acervo da autora

O protocolo faz parte da categoria formalização plena; todos os grupos conseguiram resolver o problema proposto e chegar à formulação da área do prisma triangular regular, de acordo com o protocolo 16.

Observou-se que os grupos alcançaram de forma satisfatória os objetivos propostos. Ficou evidente para a professora que a realização da atividade 8, sobre a área do prisma hexagonal, facilitou a compreensão desta atividade pelos alunos, pois eles foram construindo o conhecimento com base no que já sabiam e, gradativamente, foram aumentando e aprimorando seus conhecimentos.

Vários alunos estavam familiarizados com o *software* GeoGebra no *tablet* e conseguiram desenvolver as atividades sem dificuldade, ajudando uns aos outros dentro do grupo e entre os grupos. Nesta atividade a visualização e animação do sólido no GeoGebra foi importante para os alunos assimilarem a relação do sólido com sua planificação, para entenderem o significado e obterem a generalização da área do prisma triangular regular, como mostra o protocolo 16. De acordo com Valente (1996), existem atividades que podem ser realizadas com o computador, que forçam o aluno a buscar informações, processá-las e utilizá-

las na resolução de problemas, permitindo a compreensão do que faz e a construção do seu próprio conhecimento.

Na discussão dessa atividade a professora questionou os grupos que responderam conforme o vigésimo protocolo sobre o item “e”, por terem respondido “triângulos equiláteros”. Os grupos argumentaram terem percebido que, no item “3” do passo a passo, pedia-se para construir um polígono regular de três vértices, portanto um triângulo; e lembraram que regular significava ter todos os lados iguais, logo, um triângulo equilátero.

Tendo em vista o que eles haviam descrito e a construção do sólido no GeoGebra feita por eles, a professora alertou-os para o fato de alguns livros didáticos adotarem outras formas de representar a área total da superfície de qualquer prisma⁷, como:

$$A_t = 2A_b + A_L \text{ ou } S_t = 2S_b + S_L$$

- ✓ Área da base (A_b ou S_b)= é a área de um dos polígonos das bases;
- ✓ Área lateral (A_L ou S_L)= é a soma das áreas de todas as faces laterais;
- ✓ Área total (A_t ou S_t)= é a soma das áreas das duas bases com a soma da área lateral.

5.10 Descrição - Atividade 10

Nesta atividade os alunos desenvolveram os conceitos básicos de pirâmide, figura em que uma das faces é um polígono qualquer, denominada base, e as outras faces são triângulos que têm um vértice comum, chamado vértice da pirâmide. Deveriam, também, desenvolver as características do sólido, bem como construir o significado e generalização da área da pirâmide quadrangular com o auxílio do *software* GeoGebra.

5.10.1 Atividade 10- Planificação e área da pirâmide quadrangular

Objetivos

- Visualizar a planificação com o uso do GeoGebra.

⁷ Por exemplo: Projeto Telares: Matemática: 9º ano, ensino fundamental. Luiz Roberto Dante. 2 ed. São Paulo: Ática, 2015, p. 310. /Convergência Matemática: 9º ano, ensino fundamental. Eduardo Rodrigues Chavante. São Paulo: SM, 2016, p. 248 a 250. /Projeto Múltiplo: Matemática: 2º ano, ensino médio. Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 2014. p. 308. /Matemática uma nova abordagem: progressão: 2º ano, ensino médio. Jose Ruy Giovanni *et al.*. 3. ed. São Paulo: FTD, 2013, p. 206.

- Identificar os polígonos.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área da Pirâmide de base quadrada.

Conteúdo explorado





Área da Pirâmide quadrangular.










Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DA PIRÂMIDE QUADRANGULAR

Diogo, pensando em reutilização sustentável, decidiu dar um novo uso a uma embalagem que sua amiga iria jogar no lixo. Diogo precisa saber a área total da superfície da embalagem, para comprar o tecido visando reformá-la. A amiga do Diogo passou as indicações da embalagem por telefone: tem o formato de pirâmide, de base quadrada com 6 cm de aresta e com 4 cm de altura. Para facilitar o cálculo da área e a visualização da embalagem, Diogo decidiu usar o GeoGebra, a fim de descobrir a área total da embalagem. Repita os passos de Diogo para descobrir como ele resolveu o problema:

- 1- Na tela do GeoGebra, feche o teclado virtual; à direita, selecione o ícone  e toque na malha quadriculada.
- 2- Selecione a ferramenta , marque a opção “*ponto*”; na janela de visualização marque os pontos A (0,0) e B (6,0).
- 3- Utilize a ferramenta  marque a opção “*polígono regular*”, toque nos pontos A e B. Abrirá uma janela referente a vértices, digite o número 4 e selecione OK.
- 4- Utilize a ferramenta  marque a opção “*segmento*” e toque nos vértices A e C; D e B. Diagonais do quadrado.

- 5- Selecione a ferramenta , escolha “*interseção de dois objetos*” e toque na interseção da diagonal do quadrado. Aparecerá o ponto E.
- 6- No lado superior direito clique na barra de menu no símbolo , utilize a opção “*exibir*” e marque a janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 7- Na janela de visualização 3D, na barra de ferramenta, selecione o ícone  e utilize a opção “*fazer extrusão para pirâmide ou cone*”. Toque nos pontos D e A, nessa ordem, na figura na janela 3D; abrirá uma janela de altura, digite o número 4 e selecione OK. O sólido geométrico será visualizado.
- 8- Na janela de visualização 3D, utilize a ferramenta , escolha a opção “*ponto médio*” e toque na base do sólido nos pontos B e C. Será visualizado o ponto F.
- 9- Na janela de visualização 3D, utilize a ferramenta , marque a opção “*segmento*” e toque no sólido nos vértices G e E; G e F; E e F.
- 10- Utilize a ferramenta  marque a opção “*polígono*”, toque nos pontos GEFG. Depois selecione o símbolo  escolha a opção “*editar*” toque em propriedades, selecione cor, escolha a cor e fechar janela.
- 11- Utilize o ícone , selecione “*planificação*” e toque no sólido da janela de visualização 3D.
- 12- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta mover  e movimente o controle deslizante ou, na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*número*”; abrirá uma janela, toque em “*animar*”.
- 13- Observe a planificação da janela de visualização 2D e a planificação da janela de visualização 3D.

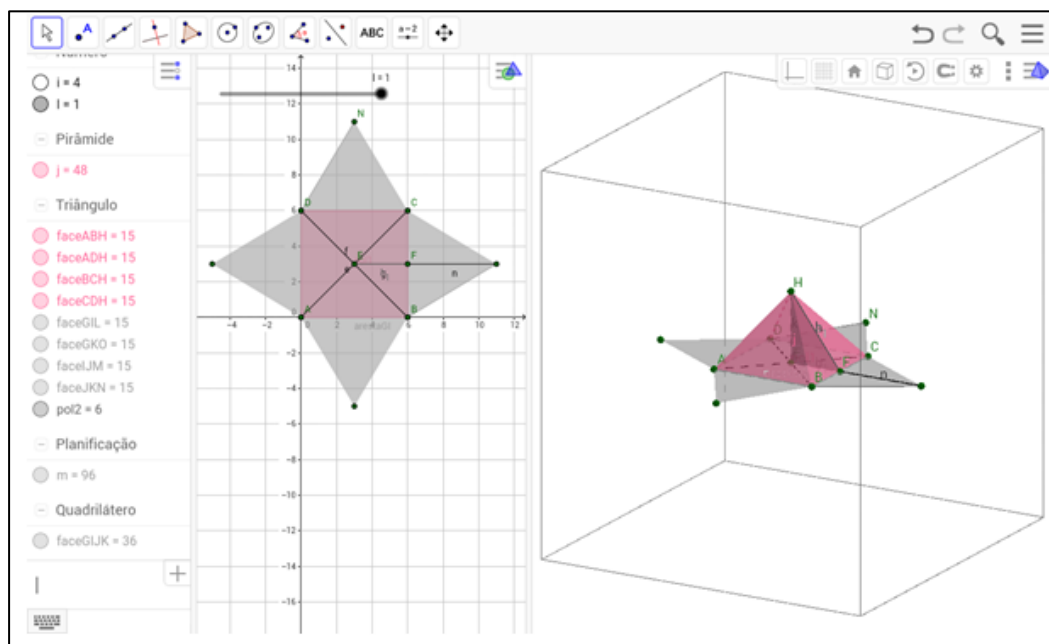
OBS: Salve a atividade com o nome “*área dos sólidos geométricos 5*”.

- a) Construindo a embalagem de Diogo, quantas arestas e quantos vértices você visualiza?

- b) Identifique os polígonos que formam a face lateral da embalagem.
- c) Quantos polígonos formam a face lateral da embalagem?
- d) Descreva como Diogo obteve a área lateral da embalagem.
- e) Que polígono representa a base da embalagem? Você consegue identificar o sólido geométrico que representa a embalagem? Que nome ele recebe?
- f) Descreva como Diogo obteve a área total da superfície da embalagem.
- g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria?
- h) Quanto de tecido Diogo teve que comprar para reformar a embalagem da amiga?

A figura 20 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 10, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 20: Representação da construção da figura da atividade 10



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 17: Padrão de respostas dos grupos A, B, C, E, F e G

a) Construindo a embalagem de Diogo, quantas arestas e quantos vértices você visualiza?
5 vértices e 8 arestas

b) Identifique os polígonos que formam a face lateral da embalagem.
4 triângulos.

c) Quantos polígonos formam a face lateral da embalagem?
4 triângulos

d) Descreva como Diogo obteve a área lateral da embalagem.
Somando a área dos 4 triângulos.

e) Que polígono representa a base da embalagem? Você consegue identificar o sólido geométrico que representa a embalagem? Que nome ele recebe?
Quadrado. Pirâmide de base quadrada.

f) Descreva como Diogo obteve a área total da superfície da embalagem.
Somando a área dos 4 triângulos com a área do quadrado na base.

g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?
 $4\left(\frac{b \cdot h}{2}\right) + l^2$

h) Quanto de tecido Diogo teve que comprar, para reformar a embalagem da amiga?
 $4\left(\frac{6 \cdot 5}{2}\right) + 6 \cdot 6$
 $4\left(\frac{30}{2}\right) + 36$
 $4 \cdot 15 + 36$
 $60 + 36 = 96 \text{ cm}$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 18: Padrão de resposta do grupo D

a) Construindo a embalagem de Diogo, quantas arestas e quantos vértices você visualiza?

8 arestas
5 vértices

b) Identifique os polígonos que formam a face lateral da embalagem.

Triângulos

c) Quantos polígonos formam a face lateral da embalagem?

4 polígonos

d) Descreva como Diogo obteve a área lateral da embalagem.

$x = 4 \cdot \left(\frac{8 \cdot 4}{2} \right)$

e) Que polígono representa a base da embalagem? Você consegue identificar o sólido geométrico que representa a embalagem? Que nome ele recebe?

Quadrado

f) Descreva como Diogo obteve a área total da superfície da embalagem.

Somando as áreas de todos os polígonos

g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

$x = 4 \cdot \left(\frac{8 \cdot 4}{2} \right) + (6 \cdot 6)$

h) Quanto de tecido Diogo teve que comprar, para reformar a embalagem da amiga?

↓

$x = 4 \cdot \left(\frac{8 \cdot 4}{2} \right) + (6 \cdot 6)$
 $x = 4 \cdot 12 + 36$
 $x = 48 + 36$
 $x = 84$

Fonte: Acervo da autora

A tabela 3 mostra a distribuição percentual dos grupos de acordo com os protocolos formados nesta atividade.

Tabela 3: Distribuição dos grupos por protocolo

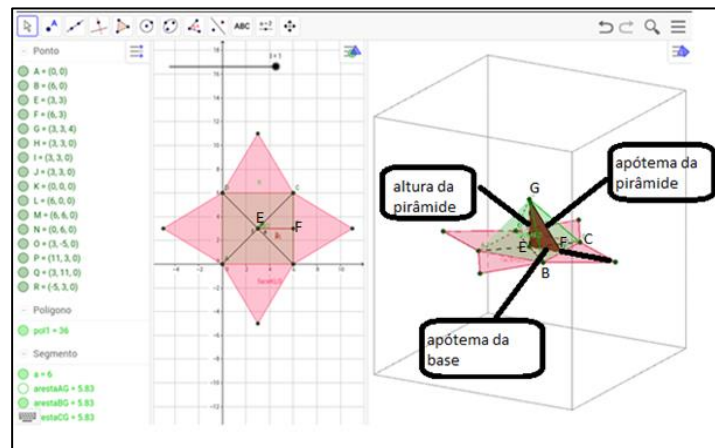
Protocolos	Grupos	Frequência	Percentual
17	A, B, C, E, F e G	6	86%
18	D	1	14%
Total		7	100%

No protocolo 17 observamos a categoria de formalização plena, pois os grupos conseguiram resolver o problema proposto e criaram a fórmula a partir de suas descrições. No protocolo 18, observamos a categoria de formalização não realizada, em que o grupo não apresentou o resultado corretamente.

Alguns grupos tiveram dificuldades na construção do sólido geométrico nos itens “8”, “9” e “10” do passo a passo, pois a alta sensibilidade da tela do *tablet* por vezes dificultava aos alunos o toque correto. Houve necessidade de a professora intervir, ajudando na utilização do *software* no momento de construir o sólido. A professora projetou a tela do seu *tablet* e pediu para os alunos que estavam com dificuldade realizarem os itens juntamente com ela, avisando sobre a necessidade de delicadeza no toque da tela do *tablet*. Uma vez sanadas as dificuldades, intelectuais e motoras, os grupos conseguiram construir os sólidos.

O grupo B, na resolução do item “h”, questionou a professora sobre o cálculo da face lateral do sólido, reconhecendo que esta era formada por quatro triângulos, mas não conseguiam identificar a altura dos mesmos. A professora aproveitou o momento para explorar com a turma a área lateral do sólido. Solicitou que os alunos identificassem as medidas da base e da altura do triângulo da face lateral do sólido construído por eles. O grupo D, como mostra o protocolo “18”, respondeu: “a base do triângulo é (6 cm) e a altura do triângulo é (4 cm)”. A professora disse para a turma que a identificação da base estava correta, porém, a altura do triângulo da face lateral não estava certa. Por fim, a professora solicitou que deixassem o registro do que haviam feito em sala, além de projetar o sólido obtido na tela do GeoGebra, conforme apresentado na imagem da figura 21.

Figura 21: Projeção da pirâmide da atividade 10



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Além disso, a professora solicitou que a turma observasse no GeoGebra a manipulação do controle deslizante que representava a planificação da pirâmide, e identificasse o segmento correspondente à altura de uma das faces laterais do triângulo. Nesse momento, vários grupos visualizaram, a partir da manipulação, que a altura do triângulo planificado sobrepunha-se ao apótema da pirâmide. Então a professora explicou que a altura de uma das faces laterais correspondia ao apótema da pirâmide. E que, para encontrar o apótema da pirâmide, deveria ser usado o Teorema de Pitágoras no $\triangle GEF$. Foram explorados, junto com os alunos, esses elementos na pirâmide regular, conforme apresenta a figura 21.

- ✓ Altura da pirâmide: medida que vai do ponto G (vértice da pirâmide) até o ponto E (centro da base do polígono). É a distância do vértice da pirâmide ao centro da base;
- ✓ Apótema da base: medida que vai do ponto E (centro da base do polígono) até o ponto F (ponto médio do lado da base do polígono);
- ✓ Apótema da pirâmide: medida que vai do ponto G (vértice da pirâmide) até o ponto F (ponto médio do lado da base do polígono). É a altura de cada uma das faces laterais.

Nesta atividade a professora observou, pela resposta do grupo D no item “d”, que o grupo não descreveu a área lateral como os outros grupos. Quando questionados a respeito da resposta os alunos “disseram não terem prestado atenção na pergunta”. Ademais, a professora perguntou para o grupo A qual critério foi utilizado para classificar (nomear) o sólido no item “e” e eles disseram que foi no “chute”. Como o item pedia para identificar primeiro a base da embalagem,

eles concluíram que seria uma pirâmide de base quadrada. A partir disso, a professora explicou que as pirâmides são classificadas de acordo com a forma da base:

- ✓ Pirâmides triangulares: a base é um triângulo;
- ✓ Pirâmide quadrangular: a base é um quadrado;
- ✓ Pirâmide pentagonal: a base é um pentágono;
- ✓ Pirâmide hexagonal: a base é um hexágono;
- ✓ Pirâmide heptagonal: a base é um heptágono;
- ✓ Pirâmide octogonal: a base é um octógono;
- ✓ E assim por diante.

Nesta atividade, mesmo com alguns alunos apresentando dificuldades, o uso do *software* GeoGebra no *tablet* obteve resultado positivo, pois quando o sólido foi construído pelos alunos tornou-se possível, por meio da visualização e manipulação, fazerem algumas relações, como por exemplo: do sólido com sua planificação; da altura da face lateral com o apótema da pirâmide. De acordo com Zabala (1998), para promover atividade mental, “os alunos terão que ver, tocar, experimentar, observar, manipular, comparar etc., e a partir destas ações será possível ativar os processos mentais que lhes permitam estabelecer relações necessárias para a atribuição de significados”.

5.11 Descrição - Atividade 11

Nessa atividade, pretendeu-se que os alunos desenvolvessem o conceito básico de Tetraedro: pirâmide composta por quatro faces formadas por triângulos equiláteros; bem como, traduzissem e generalizassem o significado do conceito da área do sólido por meio dos recursos do *software* GeoGebra. O que deveria, também, estimular a percepção espacial do aluno.

5.11.1 Atividade 11- Planificação e área do tetraedro regular

Objetivos

- Visualizar a planificação com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.

- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área do Tetraedro Regular.

Conteúdo explorado








- ✓ Área da Pirâmide Tetraedro



Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO TETRAEDRO REGULAR

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Na tela do GeoGebra, feche o teclado virtual; à direita, selecione o ícone  toque na malha quadriculada.
- 2- Utilize a ferramenta ; marque a opção “*ponto*”, na janela de visualização, marque dois pontos A (3,1) e B (8,1).
- 3- Utilize a ferramenta  e marque a opção “*polígono regular*”, toque nos dois pontos A e B, abrirá a janela de vértices, digite 3 e selecione OK.
- 4- Utilize a ferramenta , marque a opção “*ponto médio*” e toque nos pontos A e B, aparecerá o ponto D.
- 5- No lado superior direito toque na barra de menu no símbolo , utilize a opção “*exibir*” e marque janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 6- Na janela 3D, na barra de ferramenta, selecione a ferramenta  e marque a opção “*tetraedro regular*”; toque nos pontos A, B e C, nessa ordem, na figura da janela 3D.
- 7- Na janela 3D, selecione a ferramenta  marque a opção “*planificação*”, toque no tetraedro.

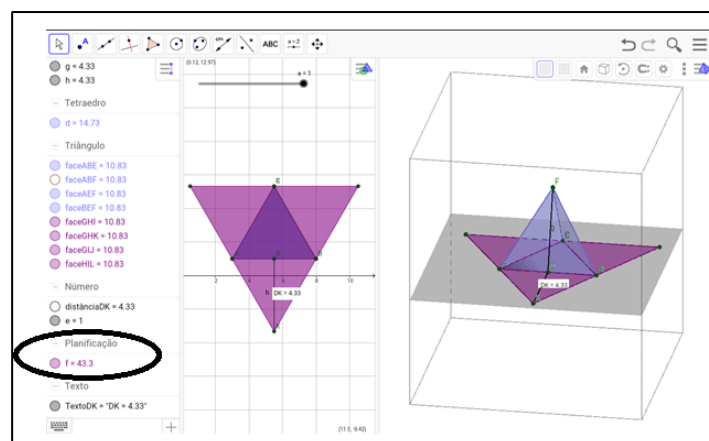
- 8- Selecione a ferramenta ; marque a opção “*segmento*” e toque nos pontos F e D, aparecerá a altura (apótema da pirâmide).
- 9- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta mover  e movimente o controle deslizante ou na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “número” abrirá uma janela, toque em “animar”.

OBS: Salve a atividade com o nome “*área dos sólidos geométricos 6*”.

- Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
- Quais são os polígonos que formam a face lateral do sólido geométrico?
- Qual polígono representa a base do sólido geométrico?
- O que você pode concluir sobre o sólido geométrico?
- Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.
- Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria? Determine a área desse sólido geométrico.
- Compare os sólidos construídos nas atividades 3.10 e 3.11 quanto às faces das planificações. A que conclusão chegou? Como expressaria por escrito?
- A que conclusão você chega sobre a área total da superfície de qualquer pirâmide?

A figura 22 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 11, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 22: Representação da construção da figura da atividade 11



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 19: Padrão de respostas dos grupos A, B, C, F e G

a) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
3

b) Quais são os polígonos que formam a face lateral do sólido geométrico?
3 triângulos

c) Qual polígono representa a base do sólido geométrico?
Triângulo

d) O que você pode concluir sobre o sólido geométrico?
Vale-se um tetraedro com todos os ângulos iguais

e) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.
Somando a área de todos os faces Δ

f) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

$$4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} \quad \text{com } b = 4,5, h = 4,3 \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot \frac{4,5 \cdot 4,3}{2} = 43$$

$$\begin{aligned} (s)^2 &= (2,5)^2 + h^2 & h &\approx 4,3 \\ 25 &= 6,25 + h^2 \\ h^2 &= 25 - 6,25 \\ h &= \sqrt{18,75} \end{aligned}$$

g) Compare os sólidos construídos nas atividades 10 e 11 quanto às faces das planificações. A que conclusão chegou? Como expressaria por escrito?
O 1º tem a base quadrada sendo irregular, já o 2º é regular com todos os lados iguais

h) Que conclusão você obtém sobre a área total da superfície de qualquer pirâmide?
Inclui a área da base mais a soma de todas as faces

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 20: Padrão de respostas dos grupos D e E

a) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?
3

b) Quais são os polígonos que formam a face lateral do sólido geométrico?
3 triângulos

c) Qual polígono representa a base do sólido geométrico?
Triângulo

d) O que você pode concluir sobre o sólido geométrico?
É formado por 4 triângulos equiláteros.

e) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.
Somando a área dos 4 triângulos

f) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

$$4 \left(\frac{b \cdot h}{2} \right) \quad \left[\begin{array}{l} A: 4 \\ b: 5,43 \\ h: 4,3 \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow A: 43,7$$

g) Compare os sólidos construídos nas atividades 10 e 11 quanto às faces das planificações. A que conclusão chegou? Como expressaria por escrito?
No outro sólido, pela base ser um quadrado, possui 4 faces Δ . Neste, pela base ser triangular, possui 3 faces Δ .

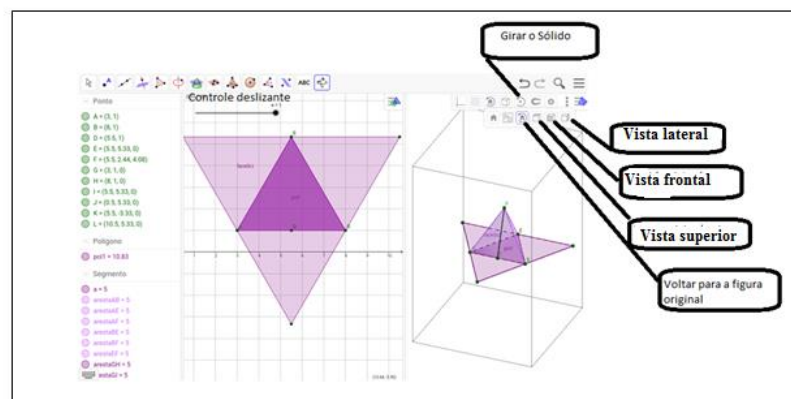
h) Que conclusão você obtém sobre a área total da superfície de qualquer pirâmide?
É a soma da área da base com as de todas as faces.

Fonte: Acervo da autora

Percebemos que todos os grupos conseguiram traduzir o significado da área de um tetraedro conforme os protocolos 19 e 20, fazendo parte da categoria de formalização plena, em que os grupos resolveram o problema proposto e conseguiram chegar à formulação da área. Porém, usaram caminhos diferentes. Os grupos D e E, utilizaram na aplicação os dados dos valores fornecidos pelo *software*, diferente dos outros grupos, que resolveram a altura da face lateral da pirâmide (apótema da pirâmide) usando o Teorema de Pitágoras, como mostra o item “f” do protocolo 19.

Nesta atividade os alunos conseguiram construir o sólido no GeoGebra sem dificuldades; utilizaram alguns comandos aprendidos nas atividades anteriores, como, por exemplo, representar o sólido com cor diferente da sua planificação, o que facilitou a visualização. Além disso, a manipulação do controle deslizante que representava a planificação do sólido ajudou os alunos a reconhecer que a área da pirâmide era identificada pela sua planificação. Nesta atividade alguns alunos usaram também o recurso do *software* para visualização superior, frontal e lateral do sólido; usaram o comando giratório. Tal uso pode ser percebido na figura abaixo:

Figura 23: Exemplo da manipulação do sólido feita pelos alunos na atividade 11



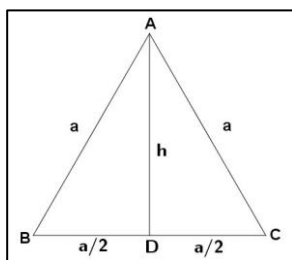
Fonte: Acervo da autora

Com o auxílio dos recursos do *software* GeoGebra e alguns conhecimentos adquiridos na atividade 10, como o apótema da pirâmide, os alunos alcançaram o significado da área do tetraedro, bem como a área de uma pirâmide, como mostram os protocolos 19 e 20. Os ambientes virtuais, como o GeoGebra, complementam o que se faz em sala de aula.

Na discussão dos itens desta atividade a professora observou que, no item “d”, vários grupos concluíram que o sólido era um tetraedro e perguntou qual grupo se disponha a explicar

a resposta. Os alunos do grupo C explicaram: “tinham observado que no passo a passo da construção do item “6” pedia para marcar a opção tetraedro regular, e por meio da visualização da figura, perceberam quatro faces triangulares, daí concluíram que o “tetra” significava quatro triângulos”. O grupo E concluiu que eram triângulos equiláteros. A professora perguntou ao grupo E como haviam concluído que os triângulos eram equiláteros e eles responderam “que no passo a passo da construção do item “3” pedia para marcar polígono regular, e no item “6”, tetraedro regular, concluindo que os quatros triângulos eram iguais, como haviam mencionado na atividade 9, que regular significava ter todos os lados iguais, sendo, portanto equiláteros”. O grupo C pediu para a professora mostrar como achar o valor numérico da área, para que pudessem verificar o resultado com o apresentado pelo *software*; a professora, então, desafiou todos os alunos a descobrirem o valor da área do tetraedro, podendo usar o comando do GeoGebra para encontrar a altura (apótema da pirâmide) ou usar o Teorema de Pitágoras. Diante dessa pergunta feita pelo grupo, a professora reformulou o item “f” para: “Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria? Determine a área desse sólido geométrico”.

De acordo com as respostas apresentadas pelos grupos, a professora achou pertinente mostrar uma outra forma de determinar a área do tetraedro, diferente do que eles haviam descrito no item “f”, no intuito de relembrar outros conceitos. Foi perguntado à turma se alguém lembrava da demonstração da área do triângulo equilátero e alguns alunos não lembravam. Então a professora explicou que em um triângulo equilátero (triângulo onde todos os seus lados têm a mesma medida), o cálculo da área pode ser facilitado, precisando, para isso, apenas do valor da medida do lado desse triângulo. E os alunos foram convidados a deduzir uma fórmula, considerando o triângulo equilátero ABC, a seguir, de medida a .



Foi dada a instrução para que se concentrassem em um dos triângulos retângulos que foram formados: ABD e ACD. Em ABD, foi aplicado o Teorema de Pitágoras.

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$4h^2 = 4a^2 - a^2$$

$$h^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{3 \frac{a^2}{4}} = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Como a área de um triângulo qualquer é: $A = \frac{b \cdot h}{2}$, teremos:

$$A = \frac{a \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Assim, ficou claro que em todo triângulo equilátero em que se conhece a medida de seu lado, para encontrar a sua área basta utilizar a fórmula $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$. Com isso, os alunos puderam calcular também a área do tetraedro do item “f”, da seguinte maneira:

$$A = 4 \frac{(5)^2 \sqrt{3}}{4} = 25 \cdot \sqrt{3} \cong 43$$

Na discussão do item “g” a professora esperava que os grupos concluíssem que o sólido que apresentava todas as faces iguais seria regular, e o sólido que apresentava faces diferentes, seria irregular. Apenas dois grupos expuseram suas respostas da maneira esperada pela professora; as outras respostas não estavam erradas, apenas incompletas.

No último item, em relação à área total da superfície de qualquer pirâmide, os alunos entenderam o significado da área. A professora utilizou, para denominar a área total da superfície de qualquer pirâmide, a formulação no livro didático adotado pela instituição para as turmas de nível médio, devido à sua melhor organização⁸:

- ✓ Área da base (A_b ou S_b) = é a área de um dos polígonos das bases;

⁸ Projeto Múltiplo: Matemática: 2º ano, ensino médio. Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 2014, p. 323. /Matemática uma nova abordagem: progressão: 2º ano, ensino médio. Jose Ruy Giovanni *et al.*. 3. ed. São Paulo: FTD, 2013, p. 220.

- ✓ Área lateral (A_L ou S_L)= é a soma das áreas de todas as faces laterais;
- ✓ Área total (A_t ou S_t)= é a soma da área lateral e da área da base.

$$A_t = A_b + A_L \text{ ou } S_t = S_b + S_L$$

Percebemos que o uso do *software* GeoGebra, em especial a janela de visualização 3D, oferece uma possibilidade de visualização dinâmica do sólido que está sendo planejado, bem diferente das planificações nos livros didáticos ou em figuras extraídas da internet, pois são estáticas. Isso ajudou os alunos a compreenderem mais facilmente a área desse sólido geométrico.

5.12 Descrição - Atividade 12

A expectativa quanto a esta atividade era que os alunos chegassem à conclusão do volume da pirâmide, por meio da manipulação da figura inicial (prisma triangular) separada em três pirâmides equivalentes. Com isso, deveriam perceber que a relação do volume da pirâmide era igual à terça parte do volume do prisma. Isto a partir da construção e visualização do sólido por meio do *software* GeoGebra.

5.12.1 Atividade 12- Volume da Pirâmide

Objetivos

- Observar que um prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides equivalentes.
- Descrever o volume da pirâmide.
- Compreender o volume da pirâmide.

Conteúdo explorado

- ✓ Volume da Pirâmide
















Ambiente virtual


- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica


ATIVIDADE- VOLUME DA PIRÂMIDE

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:


- 1- Na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, os vértices $A=(-3,2)$; $B=(3,3)$ e $C=(1,-1)$.

- 2- Na barra de menu toque no símbolo  utilize a opção “*exibir*” e marque janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 3- Selecione a ferramenta  marque a opção “*polígono*”, e toque nos vértices ABCA.
- 4- Utilize a ferramenta  marque a opção “*perpendicular*”, toque na base do polígono e no ponto A.
- 5- Na janela de álgebra, em entrada, digite o vértice $D = (-3, 2, 4)$ toque *enter*.
- 6- Selecione a ferramenta  marque a opção “*prisma*”, depois toque no polígono e no vértice D. Aparecerá o prisma.
- 7- Utilize a ferramenta  ; escolha a opção “*volume*” e toque no prisma.
- 8- Utilize o recurso  ; marque a opção “*segmento*”, toque nos pontos A e F; F e B; B e D.
- 9- Selecione o recurso  marque a opção “*pirâmide*”, na janela de álgebra, toque no pol1 e depois no vértice F do sólido geométrico.
- 10- Toque na ferramenta mover  e depois do lado esquerdo da tela, deslize o dedo até localizar a palavra “*pirâmide*”.
- 11- Selecione a ferramenta  toque em editar e escolha a opção “*propriedades*”, abrirá uma janela, escolha uma cor.
- 12- Selecione a ferramenta  marque a opção “*polígono*”, toque nos vértices BDFB.
- 13- Selecione o recurso  ; marque a opção “*pirâmide*”, na janela de álgebra, toque no pol2 e depois no vértice E do sólido geométrico.
- 14- Selecione a ferramenta  toque em editar e escolha a opção “*propriedades*”, abrirá uma janela, escolha uma cor.
- 15- Selecione a ferramenta  marque a opção “*polígono*”, toque nos vértices ADBA.
- 16- Selecione o recurso  ; marque a opção “*pirâmide*”, na janela de álgebra, toque no pol3 e depois no vértice F do sólido geométrico.
- 17- Selecione a ferramenta  toque em editar e escolha a opção “*propriedades*”, abrirá uma janela, escolha uma cor.

18- Selecione a ferramenta ; marque a opção “vetor”, e toque nos vértices D e F; depois toque nos vértices F e E; por último nos vértices B e A.

19- Utilize a ferramenta ; marque a opção “controle deslizante”, abrirá uma janela, digite em nome: n ; min: 0; max: 2; incremento: 0,1; toque no “controle deslizante”, depois toque “vertical”, aplicar.

20- Na janela de álgebra, utilize o comando: Transladar [$i, u \cdot n$] toque enter; transladar [$j, v \cdot n$] toque enter; transladar [$k, w \cdot n$] toque enter.

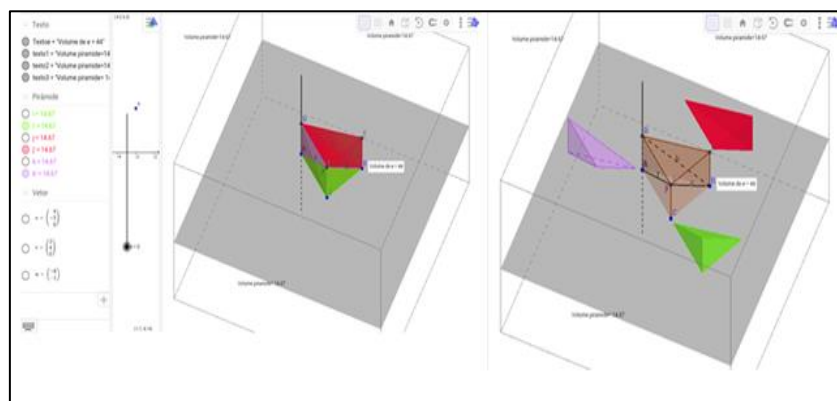
21- Selecione a ferramenta ; digite: volume pirâmide= i ’, toque “avançado” e escolha o símbolo do GeoGebra, para aparecer os objetos, selecione i ’, toque aplicar. Faça o mesmo procedimento, para volume pirâmide= j ’ e volume pirâmide= k ’. Os valores do volume das pirâmides aparecerão.

OBS: Salve a atividade com o nome “volume da pirâmide”.

- Ao manipular o controle deslizante, observe o que acontece com os sólidos geométricos. E faça uma relação entre o volume do prisma e o volume da pirâmide.
- A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter o volume da pirâmide?

A figura 24 apresenta a tela obtida após a realização do passo a passo da atividade 12, a qual serviu como base para os alunos responderem às questões solicitadas.

Figura 24: Representação da construção da figura da atividade 12



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

Protocolo 21: Padrão de respostas dos grupos A, B, C, E, F e G

a) Ao você manipular o controle deslizante, observe o que acontece com os sólidos geométricos. E faça uma relação entre o volume do prisma e o volume da pirâmide.

Observamos ao manipular o controle deslizante que o prisma foi dividido em três pirâmides de volumes iguais. Então o volume da pirâmide é um terço do volume do prisma.

b) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter o volume da pirâmide.

Volume da pirâmide é um terço do volume do prisma.

$$V = \frac{1}{3} AB.H$$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 22: Padrão de resposta do grupo D

a) Ao você manipular o controle deslizante, observe o que acontece com os sólidos geométricos. E faça uma relação entre o volume do prisma e o volume da pirâmide.

Não conseguimos fazer a construção, e também a relação.

b) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter o volume da pirâmide.

Não sabemos.

Fonte: Acervo da autora

A tabela 4 apresenta a distribuição percentual dos grupos de acordo com os protocolos formados nesta atividade.

Tabela 4: Distribuição dos grupos por protocolo

Protocolos	Grupos	Frequência	Percentual
21	A, B, C, E, F e G	6	86%
22	D	1	14%
Total		7	100%

Observamos que no protocolo 21, os grupos resolveram o problema proposto e chegaram a uma formulação do volume da pirâmide: categoria formalização plena. No

protocolo 22, observamos a categoria de formalização não realizada, em que o grupo não resolveu o problema proposto.

Nesta atividade os alunos apresentaram muita dificuldade na construção do sólido no GeoGebra. Devido ao passo a passo ser bastante extenso, houve a necessidade de fazer intervenção para utilização do *software* com a projeção da tela do *tablet* da professora e a realização de todo o passo a passo junto com os alunos. A sensibilidade da tela de toque do *tablet* prejudicou a execução de alguns comandos diferenciados, o que complicou a construção do sólido por um dos grupos.

A fim de não prejudicar esse grupo, que não havia conseguido realizar a construção do sólido, a professora também realizou a manipulação do controle deslizante para que o grupo pudesse visualizar a figura. Além disso, recomendou aos alunos que prestassem atenção na relação do valor numérico do volume do prisma com o valor numérico do volume das pirâmides. E os alunos observaram que o prisma foi decomposto em três pirâmides de volumes iguais.

A partir dos conhecimentos adquiridos no segundo encontro, sobre volume de um prisma, os alunos compreenderam que o volume de uma pirâmide era a terça parte do volume do prisma. Isto possibilitou aos alunos obterem a formulação do volume da pirâmide, como mostra o protocolo 21. Com os recursos tecnológicos, temos condições de aprimorar e aprofundar os conceitos e fazer relações que tornam possível a aprendizagem dos sólidos geométricos. Essa ideia foi também relatada por Machado (2008, p. 111), mostrando que “a visualização e manipulação computacional é uma ferramenta matemática e científica para favorecer a compreensão”.

Na discussão dessa atividade a professora questionou o grupo D, que não tinha conseguido construir o sólido até o final e não soube responder à atividade, e o retorno foi “que achou o passo a passo muito chato, e por isso não tiveram paciência para chegar até o final da construção e que só entenderam as perguntas depois que a professora realizou a manipulação na tela”. Dessa forma, a professora solicitou que deixassem o registro de como tinham feito antes da explicação.

Ademais, como as atividades 13 e 14 não utilizaram o GeoGebra, elas não serão analisadas neste estudo.

5.13 Descrição -Atividade 15

Essa atividade foi elaborada com o intuito dos alunos consolidarem os conceitos de área e volume de alguns poliedros, utilizando o GeoGebra.

5.13.1 Atividade 15- Aplicação dos conceitos de alguns poliedros

Objetivos

- Construir os sólidos geométricos por meio do GeoGebra.
- Aplicar os conhecimentos prévios e adquiridos durante as atividades.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Calcular a área das superfícies dos sólidos e seu volume.

Conteúdo explorado

- ✓ Poliedros

Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

3.15 ATIVIDADE- APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DE ALGUNS POLIEDROS

Sem usar o passo a passo, tente você construir os sólidos geométricos, usando os comandos do GeoGebra na questão abaixo:

Os alunos do 9º ano do Colégio, pensando em reutilização sustentável, para apresentar na feira de ciências, de 2016, decidiram dar um novo uso a algumas embalagens que iriam jogar no lixo. Para isso, precisavam saber a área total da superfície das embalagens, para comprar os tecidos visando reformá-las, bem como o volume, no caso de reutilização com líquidos. Para facilitar o cálculo da área e do volume, os alunos resolveram usar o GeoGebra, a fim de manipular e visualizar as planificações para descobrirem a área total das embalagens e para verificação dos resultados. As informações sobre as embalagens estão nas alternativas abaixo:

- a) A primeira embalagem é um cubo de 5 cm de aresta. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 1*”.

- b) A segunda embalagem é um paralelepípedo com dimensões iguais a 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 2*”.
- c) A terceira embalagem é uma pirâmide quadrangular, cuja aresta da base mede 8 cm, e a altura 3 cm. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 3*”.

Figura 25: Apresenta o momento da realização da atividade 15



Fonte: Acervo da autora

Protocolo 23: Padrão de respostas dos grupos A, E e F

a) A primeira embalagem é um cubo de 5 cm de aresta. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 1*”.

$$A_{\text{total}} = 6 \cdot a^2 \cdot 6$$

$$A_{\text{total}} = 225 \cdot 6$$

$$A = 1350 \text{ cm}^2$$

Volume: a^3

$$\text{Volume} = 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$V = 125 \text{ cm}^3$$

b) A segunda embalagem é um paralelepípedo com dimensões iguais a 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 2*”.

$$\text{Volume} = a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

$$V = 24 \text{ cm}^3$$

$$A_{\text{total}} = 2 \cdot (12) + 2 \cdot (6) + 2 \cdot (8)$$

$$A = 24 + 12 + 16$$

$$A = 52 \text{ cm}^2$$

c) A terceira embalagem é uma pirâmide quadrangular, cuja aresta da base mede 8 cm, e a altura 3 cm. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 3*”.

$$A_{\Delta} = \frac{B \cdot h}{2}$$

$$A = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 64 + 4(20)$$

$$A_T = 64 + 80$$

$$A = 144 \text{ cm}^2$$

Volume: $\frac{A_b \cdot h}{3}$

$$V = \frac{64 \cdot 3}{3} = 64 \text{ cm}^3$$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 24: Padrão de respostas dos grupos B, C e G

a) A primeira embalagem é um cubo de 5 cm de aresta. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome "poliedro 1".

$$At = 5.5.6$$

$$\underline{\underline{At = 150 \text{ cm}^2}}$$

$$Volume = 5.5.5$$

$$\underline{\underline{Volume = 125 \text{ cm}^3}}$$

b) A segunda embalagem é um paralelepípedo com dimensões iguais a 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome "poliedro 2".

$$At = 2(2.4) + 2(3.4) + 2(2.3)$$

$$At = 16 + 24 + 12$$

$$\underline{\underline{At = 52 \text{ cm}^2}}$$

$$Volume = 2.3.4$$

$$V = 6.4$$

$$\underline{\underline{V = 24 \text{ cm}^3}}$$

c) A terceira embalagem é uma pirâmide quadrangular, cuja aresta da base mede 8 cm, e a altura 3 cm. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome "poliedro 3".

$$At = \text{Área da base} + \text{Área da face} \cdot n^{\circ} \text{ faces}$$

$$At = (8.8) + (8.5) \cdot 4$$

$$At = 64 + 80$$

$$\underline{\underline{At = 144 \text{ cm}^2}}$$

$$Volume = \frac{Ab \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{(8.8) \cdot 3}{3}$$

$$\underline{\underline{V = 64 \text{ cm}^3}}$$

Fonte: Acervo da autora

Protocolo 25: Padrão de resposta do grupo D

a) A primeira embalagem é um cubo de 5 cm de aresta. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome "poliedro 1".

$$A_t = 6 \cdot a \cdot a = 5 \cdot 5 \cdot 6 = 150 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ cm}^3$$

b) A segunda embalagem é um paralelepípedo com dimensões iguais a 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome "poliedro 2".

$$A_t = 2(4.2) + 2(4.3) + 2(2.3) = 2(8) + 2(12) + 2(6) = 16 + 24 + 12 = 52 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24 \text{ cm}^3$$

c) A terceira embalagem é uma pirâmide quadrangular, cuja aresta da base mede 8 cm, e a altura 3 cm. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome "poliedro 3".

$$A_t = Ab + 4 \cdot \Delta = \text{quadrado} + 4 \cdot \text{triângulos}$$

$$= (8.8) + 4(9.5) = 64 + 80 = 144$$

$$V = \frac{Ab \cdot h}{3} = \frac{(8.8) \cdot 3}{3} = 64$$

Fonte: Acervo da autora

Nesta atividade observamos que os grupos conseguiram resolver o problema proposto, atendendo à categoria de formalização plena. Aqui os grupos puderam aplicar de maneira diferente seus conhecimentos adquiridos ao longo das atividades, especificamente o item “c”, conforme os protocolos 23, 24 e 25.

Os grupos sentiram dificuldade em começar a atividade sem o passo a passo, o que exigiu a participação da professora, dando dicas para resolução do desafio, tais como primeiramente construir a base do sólido no plano para depois solicitar ao *software* a construção em 3D. A partir daí alguns grupos construíram os sólidos, sem muita dificuldade, e lembraram acertadamente dos comandos do GeoGebra utilizados nos outros encontros. Além disso, a atividade revelou que alguns grupos estavam bem enturmados, pois os membros ajudavam uns aos outros na construção dos sólidos no GeoGebra. Por meio do recurso da planificação e manipulação desse *software*, e também os conhecimentos prévios e adquiridos nas atividades anteriores, os alunos compreenderam e determinaram a área do cubo, do paralelepípedo e da pirâmide. Além disso, os alunos puderam verificar os resultados dos itens “a”, “b” e “c” com os resultados apresentados pelo *software*. Nota-se, a partir dos protocolos, que os alunos também conseguiram compreender o significado da fórmula do volume dos poliedros.

O que chamou mais atenção foi o grupo D, pois em algumas atividades os alunos apresentaram dificuldades, como por exemplo, na décima e na décima segunda atividade, porém nesta atividade, quinze, esse grupo apresentou um resultado positivo. Pode-se observar que as discussões das respostas dadas pelos grupos de alunos no final de cada atividade proposta nessa pesquisa, junto à intervenção da professora em alguns momentos, e à ajuda dos colegas na construção dos sólidos no GeoGebra, possibilitou aos grupos sanarem suas dificuldades e aprimorarem o estudo de alguns poliedros. O exemplo mais claro é o grupo D, como mostra o protocolo 25.

Percebemos, com esse desafio, que o conhecimento faz muito mais sentido para o aluno quando é construído, não se resumindo apenas nas aplicações de fórmulas prontas e fornecidas pelo professor, e, assim, o conceito matemático é mais facilmente absorvido. Nesta atividade ficou claro que os alunos alcançaram os objetivos propostos. Portanto, com as definições consolidadas, esperava-se que os alunos conseguissem realizar as próximas atividades, criando um sólido geométrico.

Notamos com essa pesquisa que as potencialidades do *software* GeoGebra proporcionou outras alternativas para elaboração de atividades que visavam explorar a noção de alguns poliedros de forma mais dinâmica, visual e experimental.

5.14 Descrição -Atividade 16

Essa atividade foi planejada para que os alunos pudessem criar seu poliedro a partir do que aprenderam na sequência didática dessa pesquisa, aplicando os conhecimentos prévios e adquiridos sobre os conceitos de alguns poliedros, com auxílio do *software* GeoGebra.

5.14.1 Atividade 16- Criação de um poliedro

Objetivos

- Incentivar a criatividade
- Construir os sólidos geométricos por meio do GeoGebra.
- Aplicar os conhecimentos prévios e adquiridos durante as atividades.
- Reunir elementos de informação para criar o próprio sólido.
- Calcular a área das superfícies dos sólidos e seu volume.

Conteúdo explorado

- ✓ Poliedros

Ambiente virtual

- ✓ GeoGebra –Software de geometria dinâmica

3.16 ATIVIDADE – CRIAÇÃO DE UM POLIEDRO

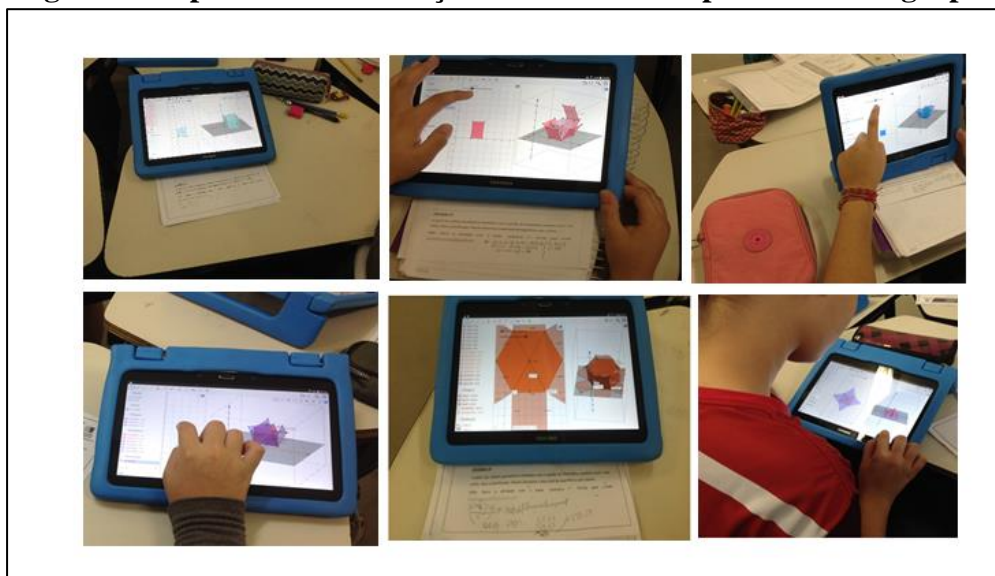
A partir dos sólidos geométricos estudados com o auxílio do GeoGebra, construa você o seu sólido e faça a planificação. Depois determine a área total da superfície e seu volume.

Os alunos ficaram livres para escolher o poliedro que gostariam de construir. E pudemos observar que, a partir das várias construções realizadas nas atividades anteriores, os alunos mostraram maior habilidade com o *software* GeoGebra nesta atividade, e praticamente não houve intervenções da professora para a criação do sólido geométrico pelos alunos.

Nesta atividade os alunos puderam explorar mais os recursos do *software*, aguçando a curiosidade e criatividade, na busca do melhor caminho para a sua resolução da atividade. Como, por exemplo, manipular o sólido construído com o objetivo de visualizar a figura em

vários ângulos; usar o recurso de cores para diferenciar o sólido de sua planificação, e conferir os resultados obtidos nos cálculos da área e volume com os apresentados pelo GeoGebra. Vale destacar que a aprendizagem não é única ou comum a todos os alunos, o que pode ser observado no desenvolvimento dessa atividade, a qual mostrou que a utilização de um recurso interativo, como o GeoGebra, facilita o processo de ensino aprendizagem.

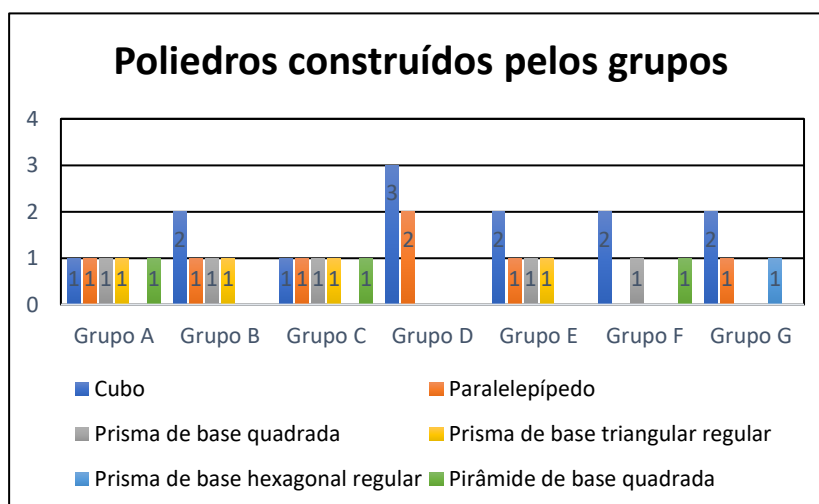
Figura 26: Apresenta a realização da atividade 16 por diferentes grupos



Fonte: Acervo da Autora

Percebemos, de acordo com o gráfico 1, que o cubo foi um sólido construído por todos os grupos, e os demais sólidos foram diversificados.

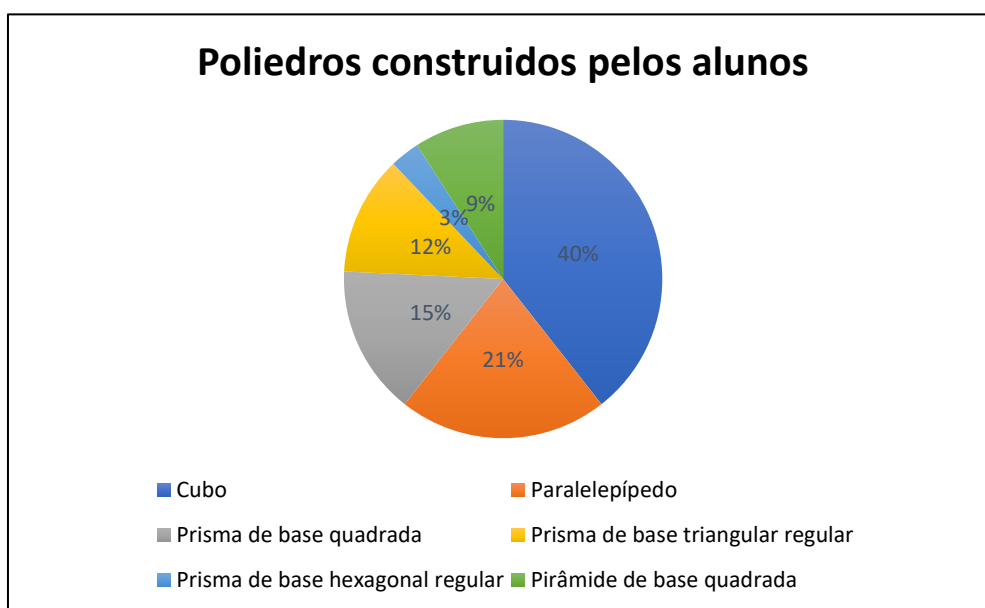
Gráfico 1: Distribuição das figuras construídas pelos grupos



Fonte: Elaborado pela autora

No gráfico 2, observamos que do total de 33 alunos, 13 (40%) construíram o cubo. O motivo dessa escolha pode ter sido o fato de este ser um poliedro (hexaedro) aparentemente mais fácil de compreender. Além disso, a construção desse sólido no GeoGebra, sem o passo a passo, também se torna mais fácil. Os alunos construíram cubos de diferentes valores para as arestas e conseguiram alcançar a área e o volume. O segundo poliedro mais escolhido para construção, por 7 alunos (21%), foi o paralelepípedo, talvez, pelo fato de terem conseguido perceber facilmente o significado da área e volume desse sólido; principalmente a área, que apresentou em sua planificação apenas figuras retangulares. O terceiro poliedro escolhido para a construção, por 5 alunos (15%), foi o prisma de base quadrada, sólido que apresentou em suas faces, polígonos mais simples, como o quadrado e o retângulo. O quarto poliedro, escolhido por 4 alunos (12%), foi o prisma de base triangular; sua escolha pode ter sido motivada, também, por sua planificação ser composta de polígonos cuja determinação de área é mais conhecida. O quinto poliedro, escolhido por 3 alunos (9%), foi a pirâmide quadrangular, sólido mais complexo, que exigiu um cuidado maior na resolução da área, pois demanda encontrar o apótema da pirâmide. Aqui, 2 alunos construíram pirâmides quadrangulares cuja aresta da base foi igual a 8 cm, com altura de 3 cm; e 1 aluno construiu uma pirâmide quadrangular com aresta da base de 6 cm e altura de 4 cm. Percebemos que esses alunos conseguiram desenvolver uma estratégia para encontrar o apótema da pirâmide mais facilmente, e conseqüentemente, a resolução da atividade. Finalmente, apenas um aluno (3%) optou por construir um prisma hexagonal, o que exigiu bastante atenção para o cálculo da área da base.

Gráfico 2: Distribuição da construção dos sólidos feitas pelos alunos



Fonte: Elaborado pela autora

Nesta atividade observamos que alunos com mais habilidades no uso do *software* e com maior facilidade na compreensão do conteúdo participaram mais ativamente, ajudando os colegas na construção e resolução da atividade; esses se sentiram mais valorizados e interessados no ensino, sendo capazes de atuar de forma autônoma, o que proporcionou a socialização e o encorajamento dos alunos. Do conjunto de relações interativas necessárias para facilitar a aprendizagem, Zabala (1998) destaca que se deve “potencializar progressivamente a autonomia dos alunos na definição de objetivos, no planejamento das ações que conduzirão a eles e em sua realização e controle, possibilitando que aprendam a aprender”.

Os grupos que chamaram mais atenção foram A, C e D. Observamos que nos grupos A e C cada aluno optou por um sólido diferente, com as construções e resoluções corretas. O grupo D foi o que obteve mais construções parecidas, mais fáceis, porém com resultados diferentes, talvez pela dificuldade encontrada nos outros encontros. Os outros grupos também obtiveram resultados positivos e diferentes. Percebemos que o *software* é uma ferramenta tecnológica que pode complementar o ensino em sala de aula, caracterizando assim a Matemática como uma disciplina em constante construção, livre da aquisição de fórmulas prontas e acabadas.

No final dessa pesquisa aplicamos um questionário para os grupos, com o objetivo de obter mais informações e reflexões dos alunos sobre o momento das atividades que ocorreram em sala de aula com o uso do *software* GeoGebra no ensino de poliedros.

O questionário era composto por três perguntas:

1. As atividades realizadas com o GeoGebra foram interessantes? Justifique sua resposta.
2. O GeoGebra ajudou a compreender melhor os conceitos de área da superfície total e volume de alguns sólidos geométricos? Justifique sua resposta.
3. Que avaliação você faz das atividades realizadas com o GeoGebra? O que você gostaria de acrescentar sobre sua experiência, negativa ou positivamente?

De posse dos questionários, foi possível realizar uma análise dos resultados obtidos, e assim, a partir dos objetivos escolhidos para essa pesquisa, percebemos que o uso do GeoGebra no *tablet* potencializou a aprendizagem de conceitos ligados à Geometria Espacial.

As figuras 27, 28 e 29 apresentam as respostas fornecidas pelos grupos ao preencher o questionário.

Figura 27: Padrão de resposta do grupo A

1. As atividades realizadas com o GeoGebra foram interessantes? Justifique sua resposta.

Foram, pois possibilita a visualização 3D, como que os quadros não proporcionam

2. O GeoGebra ajudou a compreender melhor os conceitos de área da superfície total e volume de alguns sólidos geométricos? Justifique sua resposta.

Sim, os exercícios feitos foram dinâmicos, fazendo do aprendizado mais fácil.

3. Que avaliação você faz das atividades realizadas com o GeoGebra? O que você gostaria de acrescentar sobre sua experiência, tanto negativa ou positivamente?

Nada a reclamar. Gostei das atividades, pois me ensinava a interagir com a plataforma.

Fonte: Acervo da autora

Figura 28: Padrão de resposta do grupo C

1. As atividades realizadas com o GeoGebra foram interessantes? Justifique sua resposta.

Sim, foram interessantes pois é uma nova forma de aprendizado que tem tudo a ver com nosso dia a dia.

2. O GeoGebra ajudou a compreender melhor os conceitos de área da superfície total e volume de alguns sólidos geométricos? Justifique sua resposta.

Ajudou muito pois visualizando facilita.

3. Que avaliação você faz das atividades realizadas com o GeoGebra? O que você gostaria de acrescentar sobre sua experiência, tanto negativa ou positivamente?

É uma boa ^{atividade} ~~atividade~~, a forma que foi aplicada foi ótima.

Fonte: Acervo da autora

Figura 29: Padrão de resposta do grupo D

1. As atividades realizadas com o GeoGebra foram interessantes? Justifique sua resposta.

Sim, eu achei dinâmico e interessante. E foi bem aprender a partir de outros métodos.

2. O GeoGebra ajudou a compreender melhor os conceitos de área da superfície total e volume de alguns sólidos geométricos? Justifique sua resposta.

Mais ou menos, eu acho mais fácil visualizar na folha de papel.

3. Que avaliação você faz das atividades realizadas com o GeoGebra? O que você gostaria de acrescentar sobre sua experiência, tanto negativa ou positivamente?

Eu acho ^{que é} sempre bom estar em contato com outras metodologias, mas para mim foi mais difícil de realizar as tarefas.

Fonte: Acervo da autora

Com base nas respostas apresentadas nas figuras acima, notamos que o dinamismo proporcionado pelo *software* GeoGebra revelou-se um recurso importante na visualização e auxiliou os alunos positivamente na formalização do estudo de alguns poliedros.

Durante a realização das atividades observamos que os alunos se mostraram interessados e receptivos à proposta apresentada, evidenciando assim, que o uso da tecnologia serviu como parte integrante da prática de ensino em sala de aula, ajudando os alunos na construção do conhecimento e formalização da área e do volume de alguns poliedros.

Com isso, notamos que as atividades propostas por meio do *software* GeoGebra possibilitaram a construção, manipulação e visualização dos sólidos geométricos de uma maneira mais dinâmica de trabalhar, conforme destaca Fanti (2010):

O Geogebra é um software livre e pode ser usado facilmente como uma importante ferramenta para despertar o interesse pela busca do conhecimento matemático, principalmente com alunos dos ensinos fundamental e médio. Possibilita trabalhar de forma dinâmica em todos os níveis da educação básica, permitindo a abordagem de diversos conteúdos, especialmente os relacionados ao estudo da geometria e funções. (FANTI, 2010, p. 1)

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa buscou-se repensar a prática de ensino, de maneira a promover a reconstrução de conteúdos matemáticos, como o tópico de Geometria Espacial, com ênfase nos poliedros. Esta reorientação da prática se dá com o auxílio da TI – Tecnologia da Informação, especificamente o *software* educativo GeoGebra, em atividades de natureza investigativa, contribuindo para uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos.

A partir deste trabalho foi produzido um caderno de atividades, com o objetivo de desenvolver uma sequência didática que complemente o trabalho pedagógico do professor. A utilização da TI permite gerar uma situação em que os alunos construam o conhecimento sobre a área e volume de poliedros, resolvendo as atividades propostas por meio da construção, manipulação, experimentação e visualização das figuras no *software* GeoGebra, de maneira mais dinâmica e interativa. Este processo permite que esse conhecimento construído seja, também, formalizado.

As atividades foram planejadas para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, de tal forma que eles pudessem desenvolver a análise e investigação das planificações de sólidos geométricos e compreender o significado das fórmulas para o cálculo da área e do volume. A sequência das atividades se iniciou com a área dos polígonos, planificações, a área e o volume dos sólidos, especificamente de prismas e pirâmides. A utilização da sequência didática como abordagem de ensino permitiu criar um processo de investigação guiada, o qual auxiliou os alunos a consolidarem seu conhecimento prévio, aplicando-o, junto com novas informações e conteúdos aprendidos, a situações diversas.

O processo de consolidação e ampliação do conhecimento pelo aluno foi potencializado pelo uso da tecnologia da informação, especificamente o *software* GeoGebra, num processo didático de investigação guiada. Os recursos oferecidos pelo *software* GeoGebra viabilizaram uma dinâmica diferente daquela com a qual estavam acostumados, e facilitou ações que ajudaram a atingir os objetivos propostos. Por meio da manipulação do controle deslizante ou animação do sólido, que mostrava sua planificação dinâmica, os alunos fizeram relações das figuras na janela 3D com a 2D. Isso lhes possibilitou perceber os significados da área dos sólidos. Além disso, o recurso do controle deslizante que representava os valores das arestas propiciou, também, que os alunos fizessem relações com os valores dos volumes.

A maioria dos grupos conseguiu fazer as construções, visualizando os sólidos. Alunos com mais habilidades no uso do *software* e com maior facilidade na compreensão do conteúdo participaram mais ativamente no processo e, além disso, ajudaram seus colegas na construção

e resolução das atividades. Estes alunos se sentiram mais valorizados e interessados no ensino, sendo capazes de atuar de forma autônoma, o que proporcionou a socialização e o encorajamento dos demais alunos.

Observamos que os PCN apontam o uso da tecnologia como um dos caminhos para se “fazer Matemática” em sala de aula. Porém, como verificamos, em livros didáticos aprovados pelo PNLD existe uma lacuna quanto à sua aplicação prática. Mesmo em livros indicados para o 9º ano que explicitam o conteúdo de poliedros, não existem referências ao uso de tecnologias que possam complementar o trabalho pedagógico do professor.

Assim, o trabalho aqui apresentado pode suprir esta lacuna, ainda que parcialmente, ao oferecer uma sequência didática de atividades que utilizam a TI, não apenas como elemento ilustrativo, mas efetivamente como uma estratégia de ensino que desafia os alunos à interação, despertando sua curiosidade nas relações existentes entre os elementos da figura e a construção e compreensão de conceitos.

A análise das atividades com o uso do GeoGebra feita pelos alunos nos permite concluir que a tecnologia contribuiu de forma significativa para a compreensão do estudo de poliedros, aprimorando o entendimento dos conceitos matemáticos por eles.

Dessa maneira, os objetivos propostos para essa dissertação foram alcançados, pois o trabalho conseguiu mostrar que o uso de uma tecnologia como suporte para o ensino da Geometria Espacial foi um agente facilitador para a compreensão dos conceitos a ela inerentes. À pergunta inicial da pesquisa, *“Como podem ser estudadas as áreas e volumes de alguns poliedros com auxílio da Tecnologia da Informação, de modo a levar o aluno a compreender e formalizar os conceitos matemáticos?”*, entendemos ter sido apresentada uma resposta válida, materializada no Caderno de Atividades e na proposta pedagógica nele presente.

O trabalho realizado permite afirmar, portanto, que a utilização de *softwares* educativos ajuda a superar dificuldades que os alunos possam ter com a geometria, além de criar ambientes dinâmicos nos quais os alunos possam interagir entre si e com o professor, tornando-se sujeitos da construção do seu conhecimento.

Esperamos, ao apresentar o produto resultante desta pesquisa, contribuir para o desenvolvimento de atividades nas quais os alunos são incentivados a investigar propriedades dos objetos matemáticos, mais especificamente, aqueles relacionados ao conteúdo da Geometria Espacial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, M. E. **Proinfo**: Informática e formação de professores. Brasília: Ministério da Educação, Seed, 2000.

ALVES, G. S, SOARES, A. B. **Geometria Dinâmica**: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae. Workshop em Informática na Educação (wie). IX Workshop de Informática na Escola - WIE – 2003, p. 175-186. Disponível em <www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/download/786/772>. Acesso em: 29 abr.2016.

ALVES, George de Souza. **O uso de softwares de Geometria Dinâmica para o desenvolvimento de habilidades cognitivas**: uma aplicação em alunos do ensino médio. 2004. 270f. Dissertação (Mestrado em Informática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.nce.ufrj.br/ginape/publicacoes/dissertacoes/d_2004/d_2004_george_de_souza_alves.pdf> Acesso em: 15 jan. 2017.

BAIRRAL, M. A. **Licenciandos em matemática analisando o comportamento de pontos notáveis de um triângulo em um ambiente virtual com GeoGebra**. In: Reunião anual da ANPED, Florianópolis, 37, 2015, **Anais...** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em: <<http://37reuniao.anped.org.br/wp-content/uploads/2015/02/Trabalho-GT19-3611.pdf>> Acesso em: 16 mai. 2016.

BALDINI, L. A. F; CYRINO, M. C. C. T. Função seno- uma experiência com software GeoGebra na formação de professores de matemática. **Revista do Instituto de GeoGebra Internacional**, São Paulo, v.1, p. CL-CLXIV, 2012.

BATISTA, S. C. F. **M-learnMat**: Modelo pedagógico para Atividades de M-Learning em matemática. 2011, 225f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.ufrgs.br/da.php?nrb=000829159&loc=2012&l=742d7eab7c84ce96>>. Acesso em: 18 jul. 2016.

BOLDA, C. R F. **Geometria e visualização**: desenvolvendo a competência heurística através a reconfiguração.1997, 158f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br//tde_arquivos/13/TDE20131128T13:28:21Z14416/Publico/Camila%20Molina%20Palles.pdf> Acesso em: 25 jan. 2017.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285 – 295.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases da tecnologia digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication Technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2015.

BOZZA, M. Pensando o Ensino de Geometria Espacial: Estratégias Didáticas que utilizam o Software GeoGebra e Materiais concretos. **Scientia Cum Industria**, v. 3, n. 3, p. 134 - 138, 2015. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/scientiacumindustria/article/viewFile/4115/pdf_527> Acesso em: 15 jan. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais-Matemática**. Brasília: MEC; SEF, 1998.

CHAVANTE. E. R. **Convergência**: Matemática, 9º ano: ensino fundamental. 1 ed. São Paulo: SM, 2016.

CINEMA. Caderno Fim de Semana. **O Tempo**. Belo Horizonte, 13 jan. 2017, p. 3-4.

D'AMBROSIO, U. Uma análise dos Parâmetros Curriculares em Matemática. **Educação Matemática em Revista**. n. 7, 1999.

DANTE. R.L. **Projeto Teláris**: Matemática, 9º ano: ensino fundamental. 2 ed. São Paulo: Ática, 2015.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

FANTI, E. L. C. **Utilizando o software Geogebra no ensino de certos conteúdos matemáticos**. Disponível em: <<http://www.mat.ufpb.br/bienalsbm/arquivos/Conferencias%20Apresentadas/C%203.pdf>> Acesso em: 19 mai. 2017.

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO. **Guia do PNLD 2014 – Matemática**. Programa Nacional do Livro Didático. Brasília: MEC. 2014. Disponível em:

<<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/4661-guia-pnld-2014>>
Acesso em: 10 mai. 2017.

GEOGEBRA. Aplicativo de Tecnologia da Informação para Ensino de Matemática.
Disponível em: <http://www.GeoGebra.org/cms/pt_BR/download/>. Acesso em: 18 jul. 2016.

GEOGEBRA. Aplicativo de Tecnologia da Informação para Ensino de Matemática.
Disponível em: <<http://www.ticsnamatematica.com/2015/03/GeoGebra-3D-ensinar-Matematica-mais-dinamica.html>> Acesso em: 05 jan. 2017.

GIMENES, S. S. O Desenvolvimento do Raciocínio Geométrico em Atividades Investigativas com Uso do Computador. Disponível em: <ftp://ftp.ifes.edu.br/cursos/Matematica/EBRAPEM/GDs/GD02/Sessao4/Sala_A3/879-1714-1PB.pdf> Acesso em: 23 mai. 2016.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. In: VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. 1996, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: UFMG. p.1-13. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_I/modulo_VIII/artigo.pdf> Acesso em: 02 mai.2017.

LIBÂNEO, J.C. et al. Educação escolar: políticas, estrutura e organização. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2007.

LIEBAN, D. E; MULER, T. J. Construção de utilitários com software GeoGebra: Uma proposta de divulgação da geometria dinâmica entre professores e alunos. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional**, São Paulo, v.1, p. 37- 50, 2012.

LOPES, A. O. Aula expositiva: Superando o Tradicional. IN: VEIGA, I.P.A. (org) **Técnicas de Ensino: por que não?** Campinas: Papirus, 1991. p. 35-48.

LORENZATO, S. Porque não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista.** Sociedade brasileira em Educação Matemática, ano III, 1º sem., 1995.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas, São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, R. M. A visualização na resolução de problemas de Cálculo Diferencial e Integral no ambiente computacional MPP. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em:

<<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000440070>> Acesso em: 19 mai. 2017.

MARQUETTI, C. **O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11040/1/Celso%20Marquetti.pdf>> Acesso em: 15 jan. 2017.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico- Metodológicas Sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria**. 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas.

MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21 ed. Campinas: Papirus, 2014.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

MOREIRA, L.S.; PEIXOTO, G.T.B.; BATISTA, S.C.F. Geometria Dinâmica em *Tablets*: estudo de caso com o aplicativo GeoGebra. **Novas Tecnologias na Educação**. v. 11, n. 3, dez., 2013. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/viewFile/44715/28449>> Acesso em: 06 jan. 2017.

PEREIRA, T. de L. M. **O uso do software GeoGebra em uma Escola Pública**: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

PERES, Paula. Matemática: em busca de sentido. **Revista Nova Escola**. São Paulo, ano 31, n. 298, dez/jan., p. 30-37, 2017.

PONTE, J. P.; BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RAMOS, Bruno de Souza. Caderno, lápis e tecnologia na escola. **Estado de Minas**. Belo Horizonte, 29 abr. 2015, p. 9.

SANCHO, J. Para uma tecnologia educacional. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SANTOS, Silvana Claudia. **A Produção Matemática em um Ambiente Virtual de Aprendizagem: o caso da Geometria Euclidiana Espacial**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissertacoes/santos_sc_me_rcla.pdf> Acesso em: 18 jul. 2016

SEABRA, C. **Tablets na sala de aula**. 2012. Disponível em: <<http://cseabra.wordpress.com/2012/04/22/tablets-na-sala-de-aula/>>. Acesso em: 18 jul. 2016

SILVA, G. H. G. da. Ambientes de Geometria Dinâmica: Potencialidades e Imprevistos. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia**. v. 5, n. 1, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/900>> Acesso em: 16 mai. 2016.

VALENTE, J. A. **Informática na educação: Conformer ou transformar a escola**. s/d. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/viewFile/.../10207>> Acesso em: 19 fev. 2016.

VAN HIELE, P. **Structure and Insight**. Orlando: Academic Press, 1986.

VEIGA, I. (org). **Técnicas de Ensino: por que não?** Campinas: Papirus, 1991.

XAVIER, Márcia. Tecnologia a favor da qualidade de ensino. Caderno Especial Educação. **O Tempo**. Belo Horizonte, 21 jun. 2016, p.7.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZAKARIA, E.; LEE, L. S. Teachers' Perceptions toward the use of GeoGebra in the Teaching and Learning of Mathematics. **Journal of Mathematics and Statistics**, Australia. v. 8, n. 2, p. 253-257, 2012.

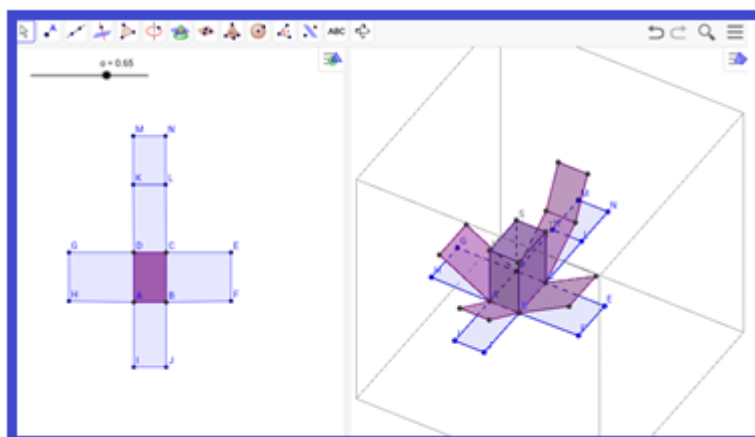
APÊNDICE A



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

CADERNO DE ATIVIDADES

GeoGebra



ESTUDO DE ALGUNS POLIEDROS COM O AUXÍLIO DO *SOFTWARE*
GEOGEBRA* NO *TABLET

Fernanda Coelho Goodwin
Orientadora: Prof^a Dr^a Tânia Fernandes Bogutchi

Belo Horizonte
2017

SUMÁRIO

1. Apresentação	127
2. Tutorial do GeoGebra no Tablet	128
3. Sequência de atividades com uso do Geogebra no <i>tablet</i>	132
3.1. Relembrar a Área do Quadrado	134
3.2. Planificação e Área do Cubo	135
3.3. Volume do Cubo	137
3.4. Relembrar Área do Retângulo	139
3.5. Planificação e Área do Paralelepípedo	140
3.6. Volume do Paralelepípedo	142
3.7. Relembrar Área do Hexágono Regular	145
3.8. Planificação e Área do Prisma Hexagonal	147
3.9. Planificação e Área do Prisma Triangular Regular	149
3.10. Planificação e Área da Pirâmide Quadrangular	152
3.11. Planificação e Área do Tetraedro Regular	155
3.12. Volume da Pirâmide	158
3.13. Poliedros Regulares e Irregulares	161
3.14. Definição de Poliedros	162
3.15. Aplicação dos conceitos de alguns Poliedros	162
3.16. Criação de um Poliedro no GeoGebra	163
4. Questionário	165
5. Referências	166

1. APRESENTAÇÃO

Este Caderno de Atividades é o produto que compõe a dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas, cujo título é “Estudo de alguns poliedros com o auxílio do *software* GeoGebra no tablet”. A pesquisa empírica foi realizada em 2016 em uma turma de nono ano de uma instituição de ensino em Belo Horizonte, MG.

O objetivo aqui proposto é desenvolver uma sequência didática que complemente o trabalho pedagógico do professor ao usar uma TI – Tecnologia da Informação, buscando levar os alunos a uma construção do conhecimento e formalização de área e volume de alguns poliedros, por meio da visualização, experimentação e manipulação das figuras no *software* GeoGebra de maneira mais dinâmica e interativa.

A ideia é que a TI possa ser uma aliada no processo ensino aprendizagem, especificamente a partir do uso do *software* GeoGebra em aparelhos eletrônicos móveis (*tablets*), oferecendo possibilidades que não existiriam, por exemplo, usando imagens fixas (quadro, projeção etc.) Segundo Borba (1999), *softwares* educativos geram ambientes dinamizadores dos conteúdos, fortalecendo seu caráter experimental, o que permite uma nova postura diante da construção do conhecimento.

Este caderno é composto por um tutorial do GeoGebra para *tablet*, 16 sugestões de atividades que podem ser trabalhadas em uma sequência didática ou isoladamente, conforme a necessidade do professor, e um questionário final. As atividades propostas destinam-se a melhorar a compreensão do tema pelos alunos da Educação Básica, abordando os seguintes tópicos: área de alguns polígonos, planificação, área e volume de alguns poliedros. E ao final de cada encontro estão apresentados os objetivos das atividades a ele referente.

Para a aplicação das atividades, sugere-se que os alunos sejam divididos em grupos, de preferência com cinco componentes, facilitando, dessa maneira, o acompanhamento e o desenvolvimento dos trabalhos pelo professor, bem como, incentivar a interação e discussão da atividade pelos alunos. Como lembram Moran *et al.* (2000, p.143), “a ênfase no processo de aprendizagem exige que se trabalhe com técnicas que incentivem a participação dos alunos, a interação entre eles, o debate, o diálogo, que promovam a produção do conhecimento”.

Desejamos que esse material possa contribuir com o professor no seu cotidiano trabalho de sala de aula.

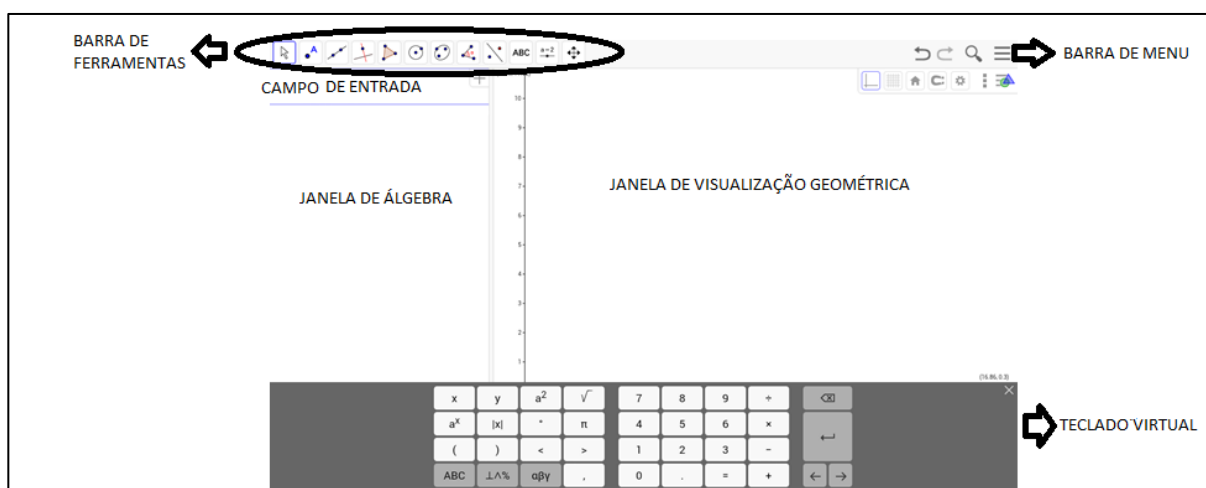
2. TUTORIAL DO GEOGEBRA NO TABLET

O GeoGebra é um *software* educacional dinâmico desenvolvido por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambientes de sala de aula. A escolha do *software* GeoGebra se deu por ser um programa gratuito de fácil utilização, que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Está disponível para download na internet, sendo compatível com diferentes sistemas operacionais⁹. Em 2013 foi oficialmente lançado o programa com a versão do GeoGebra para *tablets*, compatível com as plataformas *Windows*, *Android* e *iPad*. Ainda de acordo com Hohenwarter, um dos principais recursos da versão para *tablets* é a barra de ferramentas ser otimizada para toque (cf. MOREIRA; PEIXOTO; BATISTA, 2013, p. 4). Além disso, em 2014, foi disponibilizada uma versão do GeoGebra para visualização em 3D também para *tablets*.¹⁰

É de extrema importância que se faça a ambientação dos alunos com o *software* para o desenvolvimento de qualquer atividade utilizando o GeoGebra. O programa possui uma série de recursos, dos quais alguns serão expostos com uma breve descrição.

Existem algumas diferenças do GeoGebra para *tablet* e para *desktop* em relação à visualização dos ícones de atalhos. Nesse trabalho estaremos nos referindo apenas à visualização da versão 5.0.147.0 da tela do *tablet*. A figura 1 apresenta a tela do GeoGebra no *tablet*.

Figura 1: Tela do GeoGebra no *tablet*



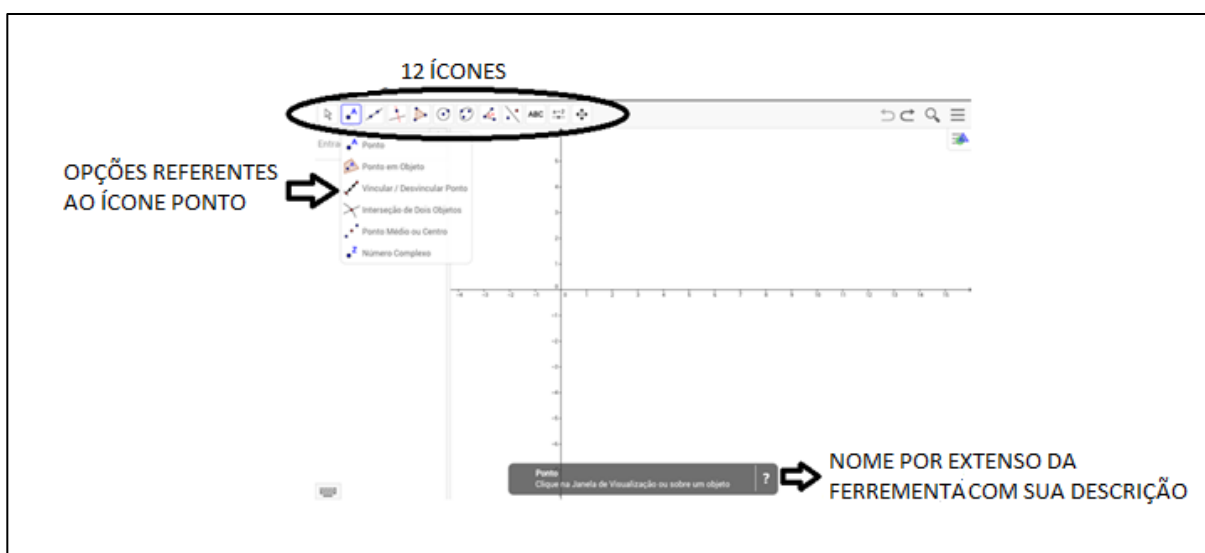
Fonte: Elaborado pela autora

⁹Maiores informações sobre o programa podem ser obtidas em:<http://www.GeoGebra.org/cms/pt_BR/download/>.

¹⁰Disponível em:<<http://www.ticsnamatematica.com/2015/03/GeoGebra-3D-ensinar-Matematica-mais-dinamica.html>>.

- Campo de Entrada: encontra-se na parte superior da janela de álgebra. Através desse campo, os comandos escritos são vistos.
- Janela de Álgebra: exibe as informações algébricas dos objetos que estão na janela de visualização geométrica, bem como o nome de cada objeto. Além disso, permite a inserção de equações e coordenadas para a construção de objetos.
- Janela de Visualização Geométrica: área de visualização de objetos que possuam representação geométrica. É representado pelo plano cartesiano.
- Teclado Virtual: permite escrever os comandos na própria tela.
- Barra de ferramentas: é composta por 12 ícones (ferramentas) cujos nomes são: Mover; Ponto; Reta; Reta Perpendicular; Polígono; Círculo dados Centro e um de seus Pontos; Elipse; Ângulo; Reflexão em Relação a uma Reta; Texto; Controle deslizante; e Mover Janela de Visualização. Ao toque de cada ícone abre-se uma janela contendo outras opções. Além disso, as ferramentas apresentam seu nome por extenso e uma breve descrição de uso na parte inferior do GeoGebra. A figura 2, mostra os 12 ícones da Barra de ferramentas.

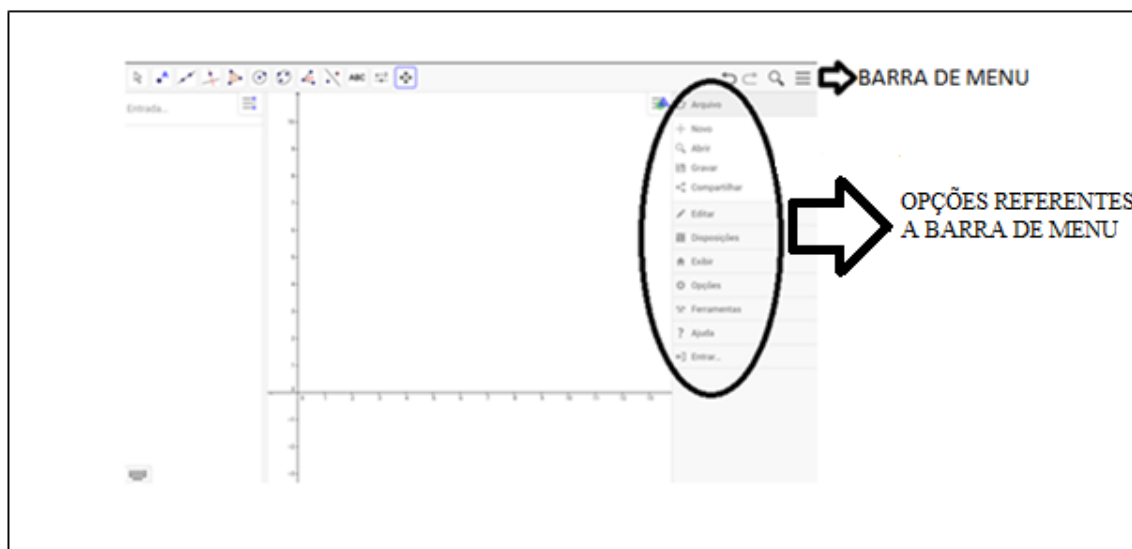
Figura 2: Barra de ferramentas



Fonte: Elaborado pela autora

- Barra de Menu: está localizada na parte direita superior da tela. É composta por 7 ícones cujos nomes são: Arquivo; Editar; Disposições; Exibir; Opções; Ferramentas; e Ajuda. Ao toque em cada ícone abre-se uma janela contendo outras opções. A figura 3, apresenta os ícones da Barra de Menu.

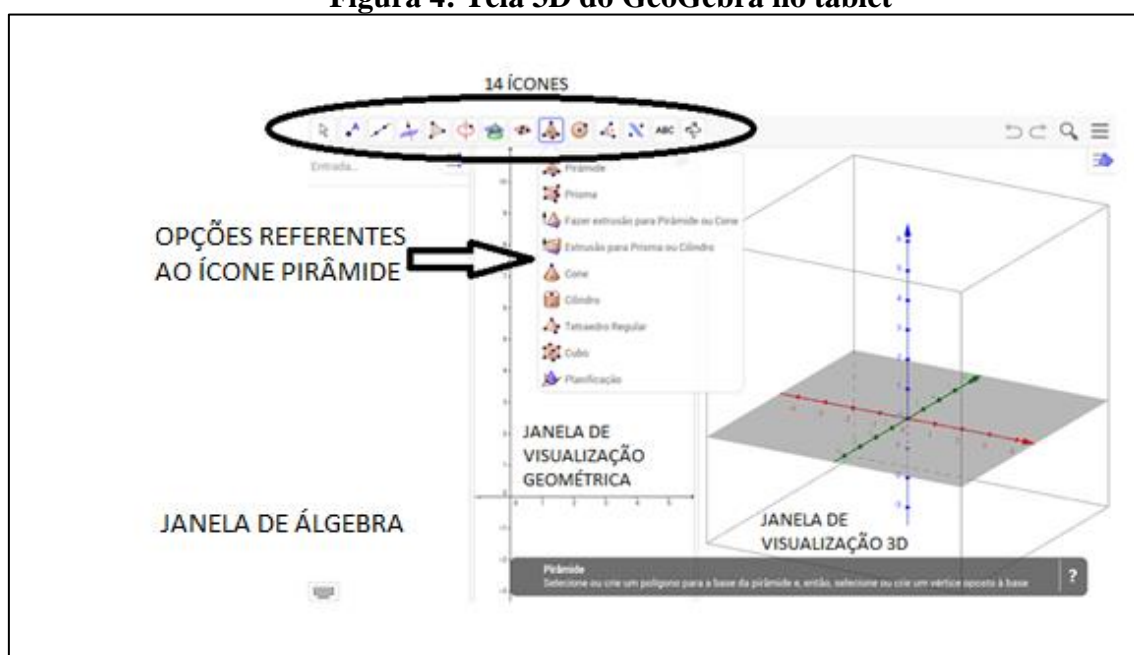
Figura 3: Barra de Menu



Fonte: Elaborado pela autora

- Janela de Visualização 3D: para essa janela aparecer deve-se tocar na Barra de Menu, selecionar o ícone *exibir*, e marcar a Janela de Visualização 3D. Isso abrirá a janela de visualização 3D junto às janelas de álgebra e de visualização geométrica. Ao clique na janela de visualização 3D surgem 14 ícones na barra de ferramentas, cujos nomes são: Mover; Ponto; Reta; Reta perpendicular; Polígono; Círculo dados Eixo e Um de seus Pontos; Interseção de Duas Superfícies; Plano por três pontos; Pirâmide, Esfera dados Centro e Um de seus Pontos; Ângulos, Reflexão por um Plano; Texto; e Girar janela de visualização 3D. Ao toque de cada ícone abre-se uma janela contendo outras opções. Além disso, as ferramentas apresentam seu nome por extenso e uma breve descrição de uso na parte inferior do GeoGebra. A figura 4, mostra a janela de Visualização 3D.

Figura 4: Tela 3D do GeoGebra no tablet



Fonte: Elaborado pela autora

Observação: O toque em cada janela abre um conjunto de ferramentas específico para ela; assim, para trabalhar com a janela de visualização 3D, deve-se tocar nela, para surgirem seus comandos próprios. O toque na janela de visualização geométrica fará surgir os comandos para aquela janela, o mesmo ocorrendo com a janela de álgebra.

3. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES COM USO DO GEOGEBRA NO *TABLET*

O quadro a seguir apresenta de forma simplificada o resultado dos encontros, com os conteúdos abordados em cada atividade com uso do GeoGebra. Apresenta também os objetivos e tempo previsto de cada encontro.

Quadro 1: Detalhamento das atividades com o uso do GeoGebra no *tablet*

Encontro	Atividades	Conteúdo	Objetivo	Tempo previsto do encontro
Primeiro Encontro	1	Área do Quadrado	Relembrar a área do quadrado	150 minutos 3 aulas
	2	Planificação e Área do Cubo	Assimilar e formalizar a área do Cubo	
	3	Volume do Cubo	Formalizar o volume do Cubo	
Segundo Encontro	4	Área do Retângulo	Relembrar a área do retângulo	150 minutos 3 aulas
	5	Planificação e Área do Paralelepípedo	Assimilar e formalizar a área do Paralelepípedo	
	6	Volume do Paralelepípedo	Formalizar o volume do Paralelepípedo	
Terceiro Encontro	7	Área do Hexágono	Relembrar a área do hexágono	150 minutos 3 aulas
	8	Planificação e Área do Prisma Hexagonal	Assimilar e formalizar a área do Prisma hexagonal	
	9	Planificação e Área do Prisma Triangular Regular	Assimilar e formalizar a área do Prisma Triangular Regular	

Continua....

...Continuação

Encontro	Atividades	Conteúdo	Objetivo	Tempo previsto do encontro
Quarto Encontro	10	Planificação e Área da Pirâmide quadrangular	Assimilar e formalizar a área da Pirâmide de Base Quadrada	150 minutos 3 aulas
	11	Planificação e Área do Tetraedro Regular	Assimilar e formalizar a área do Tetraedro Regular	
Quinto Encontro	12	Volume da Pirâmide	Formalizar o volume da Pirâmide	100 minutos 2 aulas
Sexto Encontro	13	Poliedros Regulares e Irregulares	Conhecer e classificar os Poliedros	150 minutos 3 aulas
	14	Definição de Poliedros	Desenvolver o conceito de poliedros	
	15	Poliedros	Consolidar os conceitos de alguns Poliedros	
Sétimo Encontro	16	Criação de Poliedros no GeoGebra	Usar os conceitos prévios e adquiridos	50 minutos 1 aula
	Questionário			

Fonte: Elaborado pela autora




Sugestão para o Desenvolvimento das Atividades


As atividades poderão ser desenvolvidas em grupos, e cada aluno deverá receber um *tablet* juntamente com a folha de atividades. É importante que o professor, no primeiro encontro, faça o passo a passo junto com seus alunos, explicando os comandos do GeoGebra. Nos outros encontros é importante que o professor confira cada grupo, observando o trabalho realizado para descobrir como os alunos estão realizando as atividades propostas. Deve-se cuidar para que dificuldades operacionais não comprometam as atividades; pode ser que haja necessidade de atenção especial para alguns grupos. Ao longo das atividades, o professor poderá incentivar

os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios da Geometria Plana. Os alunos deverão ser capazes de observar a relação entre a área dos polígonos regulares e a área do sólido, por meio da manipulação da planificação do sólido, bem como alcançar a formalização da área desses poliedros. Também, pelo recurso do controle deslizante, chegar à fórmula do volume. O professor também deverá, ainda, estimular os alunos a trocarem ideias com os demais membros de seu grupo. No final de cada atividade os alunos devem ser convidados a explicar seus procedimentos e conclusões, quando então o professor poderá realizar as intervenções que julgar necessárias.

3.1 ATIVIDADE – RELEMBRAR ÁREA DO QUADRADO

Cristina precisa saber a área total de um terreno. A planta está representada no plano cartesiano com os seguintes vértices (pontos): A(4,2); B(2,2); C(2,0); D(4,0); E(2,-2); F(4,-2); G(2,4); H(4,4); I(0,2); J(0,0); K(6,2); L(6,0); M(2,6) e N(4,6). Então, para atingir seu objetivo, ela resolveu usar o GeoGebra. Para tanto, Cristina seguiu essas instruções:

- 1- Na tela do GeoGebra à direita, feche o teclado virtual, toque no ícone  e selecione a malha quadriculada.
- 2- Selecione a ferramenta ponto  marque todos os vértices acima na janela de visualização.
- 3- Utilize a ferramenta polígono , toque em “polígono” e construa a maior quantidade possível de polígonos de quatro lados, com os lados opostos paralelos e congruentes; e ângulos internos iguais 90° , considerando os vértices da planta.

OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “compartilhar”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “terreno da Cristina”. Com isso, você tem condições de responder às questões:

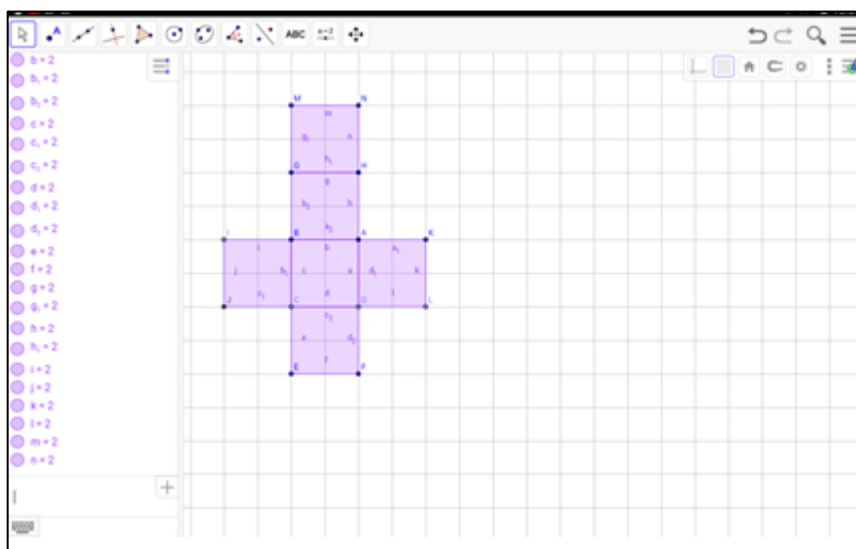
- a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?

- b) Identifique os polígonos que você encontrou.

c) Como você encontraria a área total do terreno da Cristina?

d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?



Figura 5: Exemplo da atividade 3.1






Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

3.2 ATIVIDADE - PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO CUBO

Vamos retomar a planta do terreno da Cristina, que está representada no plano cartesiano com os seguintes vértices (pontos): A(4,2); B(2,2); C(2,0); D(4,0); E(2,-2); F(4,-2); G(2,4); H(4,4); I(0,2); J(0,0); K(6,2); L(6,0); M(2,6) e N(4,6). Utilizando seu formato e sua área total para pensarmos uma definição para área total de um sólido. Para tanto, devem ser seguidas essas instruções:

- 1- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*”, toque na “janela de visualização 3D”. Abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 2- Toque na janela 3D, selecione a ferramenta  escolha a opção “*cubo*”.

- 3- Na janela de visualização 3D, toque nos pontos B e C nessa ordem.
- 4- Utilize a mesma ferramenta  escolha a opção “*planificação*” e toque no sólido.
- 5- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta  e movimente o controle deslizante ou na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*numero*” abrirá uma janela, toque em “*animar*”.

OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*área dos sólidos geométricos I*”.

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com planificação construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas do terreno da Cristina. Que relação você estabelece entre elas?

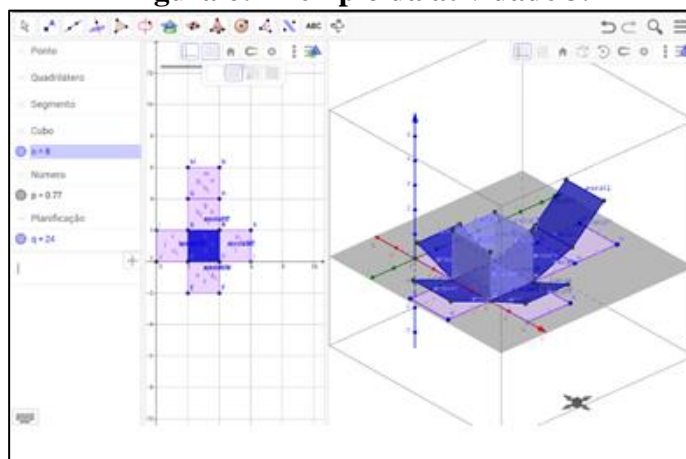
- b) Observe na janela de visualização 3D: que polígono forma as faces do sólido geométrico?

- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

- d) Como você encontraria a área total da superfície desse sólido?

- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?








Figura 6: Exemplo da atividade 3.2



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra


3.3 ATIVIDADE - VOLUME DO CUBO


Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Abra o GeoGebra, feche o teclado virtual, a direita selecione o ícone  e toque no eixo.
- 2- Na barra de ferramentas selecione a opção “*controle deslizante*” , toque na janela de visualização, abrirá uma janela específica do controle deslizante. Digite em nome a letra n ; min: 2; max: 6 e incremento 1; toque em aplicar.
- 3- Utilize a ferramenta reta  e selecione “*segmento com comprimento fixo*”, toque na janela de visualização, abrirá uma janela específica de comprimento, digite n , selecione OK.
- 4- Use a ferramenta polígono  selecione “*polígono regular*” e toque nos pontos A e B do segmento fixo, aparecerá uma janela referente a vértices, digite o número 4, finalizar no botão OK.
- 5- Selecione na barra de ferramentas o ícone  marque opção “*distância*” toque nos vértices da figura.
- 6- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*”, marque a “janela de visualização 3D. Abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 7- Toque na janela de visualização 3D, selecione a ferramenta  escolha a opção “*cubo*”.

8- Na janela de visualização 3D, toque nos vértices B e C.

9- Ainda na janela 3D, utilize a ferramenta , escolha a opção “volume” e toque no cubo.

10- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta  e movimente a barra do controle deslizante.

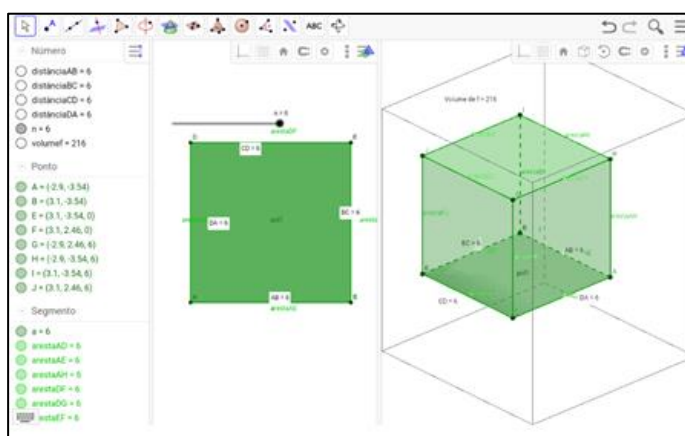
OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “compartilhar”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “volume 1”.

a) Ao movimentar o controle deslizante, o que você observa em relação ao valor do volume do sólido construído na janela de visualização 3D?

b) Qual relação você estabelece entre os valores da barra do controle deslizante, que representam as arestas com os valores do volume apresentados na janela de visualização 3D?.

c) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria?

Figura 7: Exemplo da atividade 3.3






Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra


Objetivos das atividades 1, 2 e 3:

- Construir e visualizar a figura com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Usar o conhecimento prévio para determinar a área dos polígonos.
- Visualizar a planificação dos sólidos.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a Área do Cubo.
- Compreender e interpretar a finalidade do controle deslizante na mudança do valor do volume.
- Descrever e formalizar o volume do Cubo.

3.4 ATIVIDADE- RELEMBRAR ÁREA DO RETÂNGULO

Pedro também precisa encontrar a área total de um terreno. Porém, a planta está representada no plano cartesiano com os seguintes vértices (pontos): A(2,1); B(6,1); C(6,4); D(2,4); E(2,6); F(6,6); G(2,9); H(6,9); I(0,4); J(0,1); K(8,4); L(8,1); M(2,-1) e N(6,-1). Então, Pedro utilizou o GeoGebra da seguinte maneira:

- 1- Na tela do GeoGebra à direita, toque no ícone ; toque a malha quadriculada.
- 2- Selecione o ícone ponto  e marque os vértices na janela de visualização.
- 3- Utilize a ferramenta polígono ; toque em “*polígono*” e construa a maior quantidade possível de polígonos de quatro lados, com os lados opostos paralelos e ângulos internos iguais a 90°, considerando os vértices da planta.

Dessa forma, você visualizará o terreno do Pedro. Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*terreno do Pedro*”.

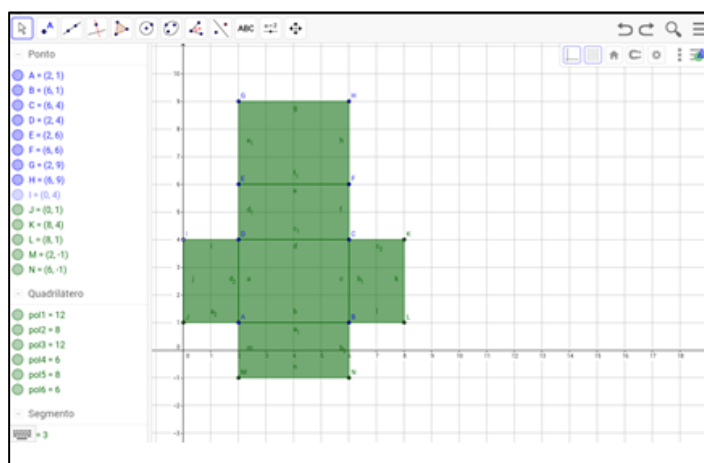
Com isso, você pode responder as perguntas abaixo:

a) Qual foi a quantidade de polígonos construídos na área total do terreno?

b) Identifique os polígonos que você encontrou.

c) Como você encontraria a área total do terreno do Pedro?



Figura 8: Exemplo da atividade 3.4






Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

3.5 ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO PARALELEPÍPEDO

Agora, vamos usar as medidas da planta do terreno do Pedro para pensarmos em uma definição para outra área de um sólido geométrico. As instruções são as seguintes:

- 1- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*” e toque na “janela de visualização 3D”. Você abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 2- Toque na janela 3D, selecione a ferramenta  e escolha a opção “*extrusão para prisma ou cilindro*”.

- 3- Toque no polígono ABCD na janela 3D. Com isso você abrirá uma janela de altura; digite 2, selecione OK. Aparecerá o sólido geométrico.
- 4- Selecione na janela 3D a ferramenta  escolha a opção “*planificação*”; toque no sólido.
- 5- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta  e movimente o controle deslizante, ou na janela de álgebra selecione “*número*” e marque “*animar*”.

OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*área do sólido geométricos 2*”.

- a) Compare a planificação do sólido construído na janela de visualização 3D com a área construída na janela de visualização 2D, que tem as medidas da planta do terreno do Pedro. Que relação você observa entre elas?

- b) Qual polígono forma as faces do sólido geométrico na janela de visualização 3D?

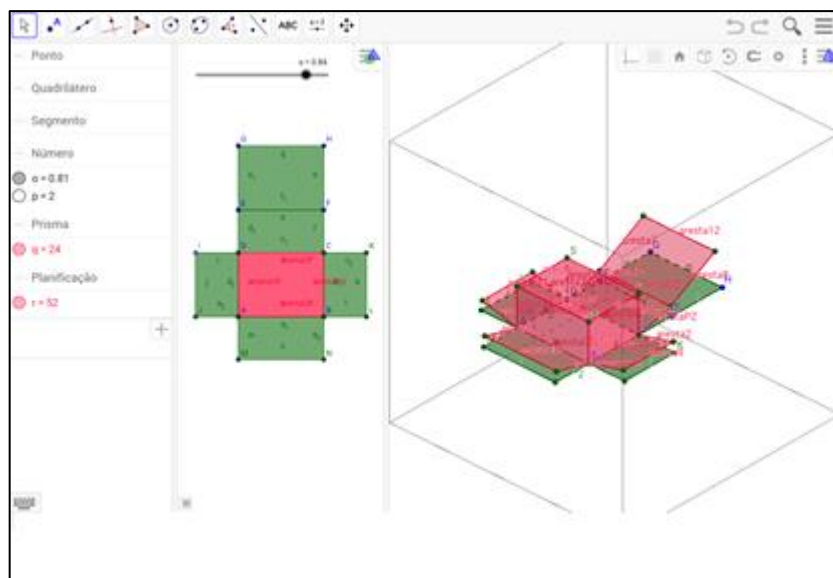
- c) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

- d) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido.

- e) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula? Como ficaria?

- f) Compare os sólidos construídos nas atividades 3.2 e 3.5 quanto às faces, a área e outras características. A que conclusões você chega? Como as expressaria por escrito?




Figura 9: Exemplo da atividade 3.5









Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

3.6 ATIVIDADE - VOLUME DO PARALELEPÍPEDO

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Abra o GeoGebra, feche o teclado virtual, a direita selecione o ícone  e toque no eixo.
- 2- Na barra de ferramentas selecione a opção “*controle deslizante*”  , toque na janela de visualização, que abrirá uma janela específica do controle deslizante. Digite em nome: *comprimento*; min: 0; max: 6 e incremento 1; selecione aplicar.
- 3- Utilize o mesmo recurso  , toque na janela de visualização, digite em nome: *largura*; min: 0; max: 6 e incremento 1; selecione aplicar. Crie outro controle deslizante e digite em nome: *altura*; min: 0; max: 6 e incremento 1; selecione aplicar.
- 4- Na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, $A=(0,0,0)$ toque *enter*; $B=(\text{comprimento},0,0)$ toque *enter*; $C=(\text{comprimento},\text{largura},0)$ toque *enter*; $D=(0,\text{largura},0)$ toque *enter*.

- 5- Ainda na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, polígono [A,B,C,D] toque *enter*.
- 6- Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*exibir*” e toque na “janela de visualização 3D. Você abrirá a janela 3D juntamente com a 2D.
- 7- Toque na janela 3D, selecione a ferramenta  e escolha a opção “*extrusão para prisma ou cilindro*”. Toque no polígono; abrirá uma janela, digite: altura; selecione OK.
- 8- Na janela 3D, utilize a ferramenta , escolha a opção “*volume*” e toque no sólido.
- 9- Selecione a opção “*controle deslizante*” , toque na janela de visualização, que abrirá uma janela específica do controle deslizante. Digite em nome: i ; min: 0; max: 1 e incremento 0.01; selecione aplicar.
- 10- Na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, planificação [f,i] toque *enter*.
- 11- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta , e movimente os controles deslizantes um de cada vez. Observe o que acontece com o valor do volume.

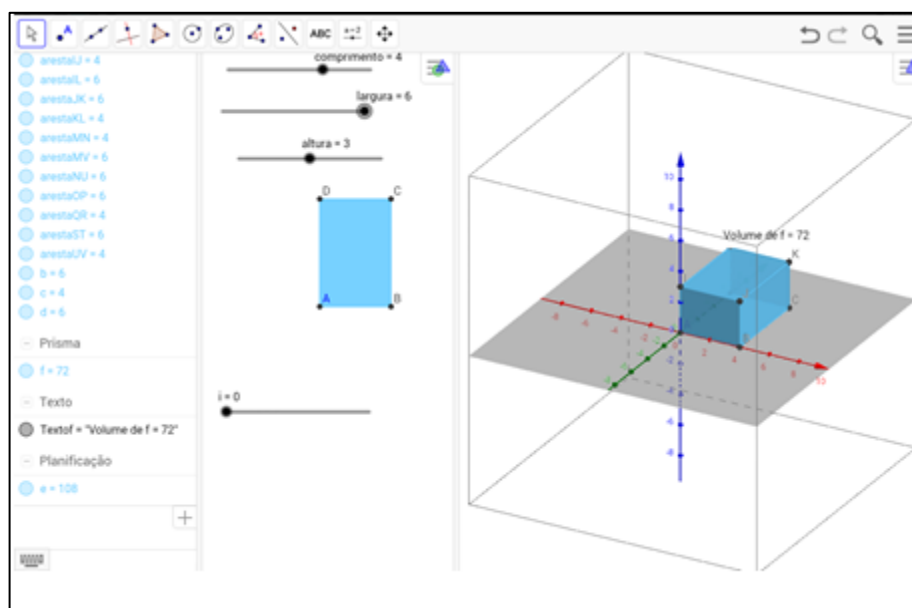
OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*volume 2*”.

- a) Após movimentar o controle deslizante, o que você observa em relação ao valor do volume?

- b) Como você explicaria o cálculo do volume desse sólido geométrico?

- c) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula?

Figura 10: Exemplo da atividade 3.6














Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra


Objetivos das atividades 4, 5 e 6:

- Construir e visualizar a figura com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Usar o conhecimento prévio para determinar a área dos polígonos.
- Visualizar a planificação com o uso do GeoGebra.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área do Paralelepípedo.
- Compreender e interpretar a finalidade do controle deslizante na alteração do volume.
- Descrever e formalizar o volume do Paralelepípedo.

3.7 ATIVIDADE – RELEMBRAR ÁREA DO HEXÁGONO REGULAR

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Na tela do GeoGebra, selecione o ícone  e toque na malha quadriculada.
- 2- Selecione a ferramenta  e marque a opção “segmento com comprimento fixo”, na janela de visualização toque na origem P(0,0); abrirá uma janela referente a comprimento, digite 5, selecione OK.
- 3- Utilize o recurso polígono  e marque “polígono regular”, toque nos pontos A e B. Abrirá uma janela referente a vértices, digite o número 6, toque em OK.
- 4- Utilize a o ícone  toque nos eixos e na malha quadriculada, para ficarem escondidas.
- 5- Selecione o ícone , marque “segmento”, toque nos pontos E e B; D e A; C e F.
- 6- Utilize o recurso ponto , marque “interseção de dois objetos” e toque no ponto de encontro das retas. Aparecerá o ponto de interseção G.
- 7- Selecione a ferramenta , marque a opção “ponto médio”, e toque na janela de visualização nos pontos A e B. Aparecerá o ponto H.
- 8- Utilize o recurso , marque “segmento”, toque no ponto G e no ponto médio H. Esse segmento recebe o nome de apótema.
- 9- Selecione a ferramenta , marque a opção “comprimento” e toque nos pontos A e B; G e H.
- 10- Utilize o ícone , e marque “polígono”, toque nos vértices AGBA, depois selecione o ícone  e toque no quadradinho de cor, selecione uma cor. Repita o mesmo processo para BGCB; CGDC; DGED; EGFE; FGAF.

OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “compartilhar”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “área do polígono”.

a) Identifique o polígono ABCDEF construído.

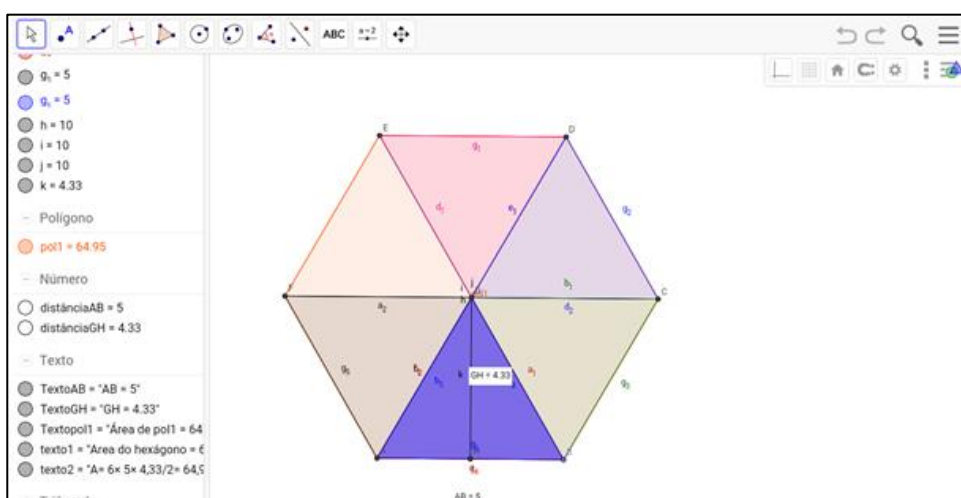
b) Quais e quantas figuras congruentes você observa no interior do polígono ABCDEF?

c) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter a área do polígono ABCDEF?

d) Você consegue descrever o item anterior por meio da criação de uma fórmula?

e) Como você encontraria o valor da área do polígono ABCDEF?









Figura 11: Exemplo da atividade 3.7




Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

3.8 ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO PRISMA HEXAGONAL

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1) Na tela do GeoGebra à direita, selecione o ícone  escolha marque a malha quadriculada.
- 2) Utilize a ferramenta  e escolha a opção “*ponto*”. Marque dois pontos A(3,0) e B(6,0).
- 3) Selecione a ferramenta  opção “*polígono regular*”, toque nos dois pontos A e B; abrirá uma janela de vértices, digite o número 6, selecione OK.
- 4) No lado superior direito clique na barra de menu no símbolo  , utilize a opção “*exibir*” e marque a janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 5) Na janela de visualização 3D, na barra de ferramenta, selecione o ícone  e utilize a opção “*extrusão para prisma e cilindro*”. Toque na base da figura na janela 3D, abrirá uma janela de altura, digite o número 4 e selecione OK. Visualizará o sólido geométrico.
- 6) Selecione o ícone  , marque a opção “*planificação*” e toque no sólido.
- 7) Selecione na janela de álgebra a opção “*prisma*”, toque na barra de menu  a opção “*editar*”, selecione “*propriedades*”, e escolha cor, fechar a janela.
- 8) Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta mover  e movimente o controle deslizante ou na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*numero*” abrirá uma janela, toque em “*animar*”.
- 9) Observe a janela de visualização 2D e a janela de visualização 3D.

OBS: Selecione na Barra de Menu o símbolo  e escolha a opção “*compartilhar*”, toque no Gmail e salve a atividade com o nome “*área do sólido geométrico 3*”.

- a) Quantas arestas e quantos vértices você consegue contar no sólido geométrico construído?

b) Identifique os polígonos que formam a face lateral do sólido.

c) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?

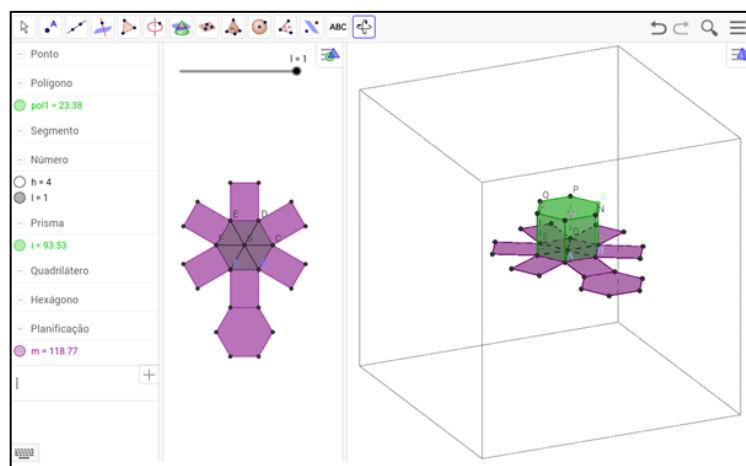
d) Descreva como você poderia obter a área lateral do sólido geométrico.

e) Que polígono representa a base do sólido? Você consegue identificar o sólido geométrico?
Que nome ele recebe?

f) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.

g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria?








Figura 12: Exemplo da atividade 3.8






Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

3.9 ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO PRISMA TRIANGULAR REGULAR

Um fabricante de embalagens de papelão quer construir uma caixa em forma de prisma triangular regular. Deseja, ainda, encontrar uma maneira de calcular a área desse sólido. Mas está com muita dificuldade. Um amigo ofereceu-se para ajudar; para isso, usou o GeoGebra para explicar a construção da caixa, seguindo os passos:

- Na tela do GeoGebra à direita, selecione o ícone , marque a malha quadriculada.
- Na janela de visualização 2D, escolha a ferramenta  Marque dois pontos A(3,1) e B(6,1).
- Selecione a ferramenta  opção “*polígono regular*”, toque nos dois pontos A e B, abrirá a tela de vértices, digite 3, selecione OK.
- Utilize a ferramenta , escolha a opção “*distância*” e toque nos vértices da base do polígono.
- Selecione a ferramenta , escolha a opção “*ponto médio*” e toque nos vértices A e B.
- Selecione a ferramenta , escolha a opção “*segmentos*”, marque os pontos C e D.
- No lado superior direito clique na barra de menu no símbolo , utilize a opção “*exibir*” e marque janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.

- h. Na janela de visualização 3D, na barra de ferramenta, selecione o ícone  e utilize a opção “*extrusão para prisma e cilindro*”. Toque na base da figura na janela 3D; abrirá uma janela de altura, digite o número 4 e selecione OK. Visualizará o sólido geométrico.
- i. Selecione a ferramenta , marque a opção “*planificação*” e toque no prisma.
- j. Para o fabricante entender melhor a área total da superfície do prisma, o amigo pediu para ele selecionar na janela de álgebra, a opção “*número*” e marcar “*animar*”.
- k. O amigo, para ajudar o fabricante a visualizar a construção, pediu para ele selecionar na janela de álgebra a opção “*prisma*”, selecionar na barra de menu  a opção “*editar*”, depois tocar em “*propriedades*”, e escolher cor e fechar a janela. O amigo pediu para o fabricante observar e comparar a planificação do sólido da janela 3D, com a planificação da janela 2D.

OBS: Salve a atividade com nome “*área do sólido geométrico 4*”.

- a) Após a construção, observe a janela de visualização 3D. Quantas arestas e quantos vértices o fabricante conseguiu contar no sólido geométrico construído?

- b) Quais polígonos o fabricante visualizou na face lateral do sólido geométrico?

- c) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?

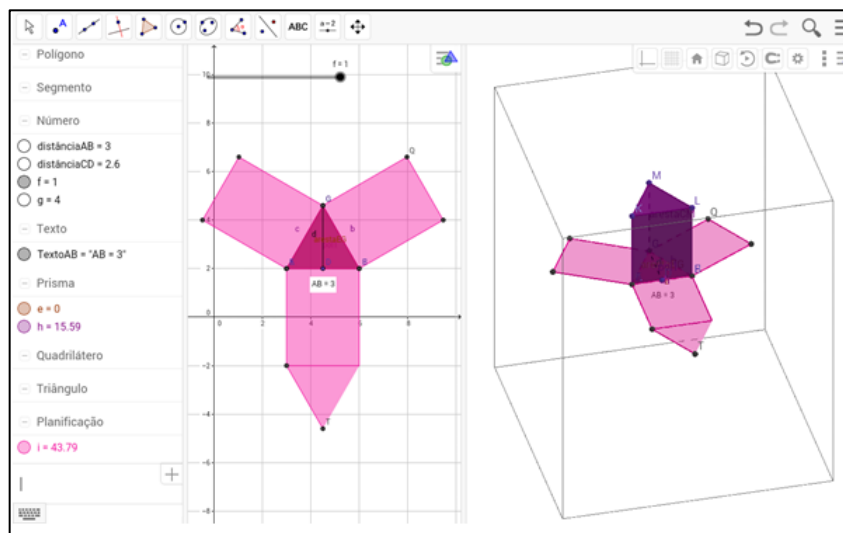
- d) Você consegue descrever uma maneira de obter a área lateral do sólido geométrico?

e) Que polígono representa a base do sólido geométrico?

f) Descreva uma maneira do fabricante obter a área total da superfície do sólido geométrico.

g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Qual é a área total da superfície do sólido geométrico?

Figura 13: Exemplo da atividade 3.9







Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra








Objetivos das atividades 7, 8 e 9:

- Construir e visualizar a figura com o uso do GeoGebra.
- Identificar os polígonos.
- Usar o conhecimento prévio para determinar a área dos polígonos.
- Visualizar a planificação com o uso do GeoGebra.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos, os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área do Prisma.

3.10 ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DA PIRÂMIDE QUADRANGULAR

Diogo, pensando em reutilização sustentável, decidiu dar um novo uso a uma embalagem que sua amiga iria jogar no lixo. Diogo precisa saber a área total da superfície da embalagem, para comprar o tecido visando reformá-la. A amiga do Diogo passou as indicações da embalagem por telefone: tem o formato de pirâmide, de base quadrada com 6 cm de aresta e com 4 cm de altura. Para facilitar o cálculo da área e a visualização da embalagem, Diogo decidiu usar o GeoGebra, a fim de descobrir a área total da embalagem. Repita os passos de Diogo para descobrir como ele resolveu o problema:

- 1- Na tela do GeoGebra, feche o teclado virtual; à direita, selecione o ícone  e toque na malha quadriculada.
- 2- Selecione a ferramenta , marque a opção “*ponto*”; na janela de visualização marque os pontos A (0,0) e B (6,0).
- 3- Utilize a ferramenta , marque a opção “*polígono regular*”, toque nos pontos A e B. Abrirá uma janela referente a vértices, digite o número 4 e selecione OK.
- 4- Utilize a ferramenta , marque a opção “*segmento*” e toque nos vértices A e C; D e B. Diagonais do quadrado.

- 5- Selecione a ferramenta  escolha “*interseção de dois objetos*” e toque na interseção da diagonal do quadrado. Aparecerá o ponto E.
- 6- No lado superior direito clique na barra de menu no símbolo , utilize a opção “*exibir*” e marque a janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 7- Na janela de visualização 3D, na barra de ferramenta, selecione o ícone  e utilize a opção “*fazer extrusão para pirâmide ou cone*”. Toque nos pontos D e A, nessa ordem, na figura na janela 3D; abrirá uma janela de altura, digite o número 4 e selecione OK. O sólido geométrico será visualizado.
- 8- Utilize o ícone , selecione “*planificação*” e toque no sólido da janela de visualização 3D.
- 9- Na janela de visualização 3D, utilize a ferramenta , escolha a opção “*ponto médio*” e toque na base do sólido nos pontos B e C. Será visualizado o ponto F.
- 10- Na janela de visualização 3D, utilize a ferramenta , marque a opção “*segmento*” e toque no sólido nos vértices G e E; G e F; E e F.
- 11- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta mover  e movimente o controle deslizante ou, na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*número*”; abrirá uma janela, toque em “*animar*”.
- 12- Observe a planificação da janela de visualização 2D e a planificação da janela de visualização 3D.

OBS: Salve a atividade com o nome “*área do sólido geométricos 5*”.

- a) Construindo a embalagem de Diogo, quantas arestas e quantos vértices você visualiza?

- b) Identifique os polígonos que formam a face lateral da embalagem.

c) Quantos polígonos formam a face lateral da embalagem?

d) Descreva como Diogo obteve a área lateral da embalagem.

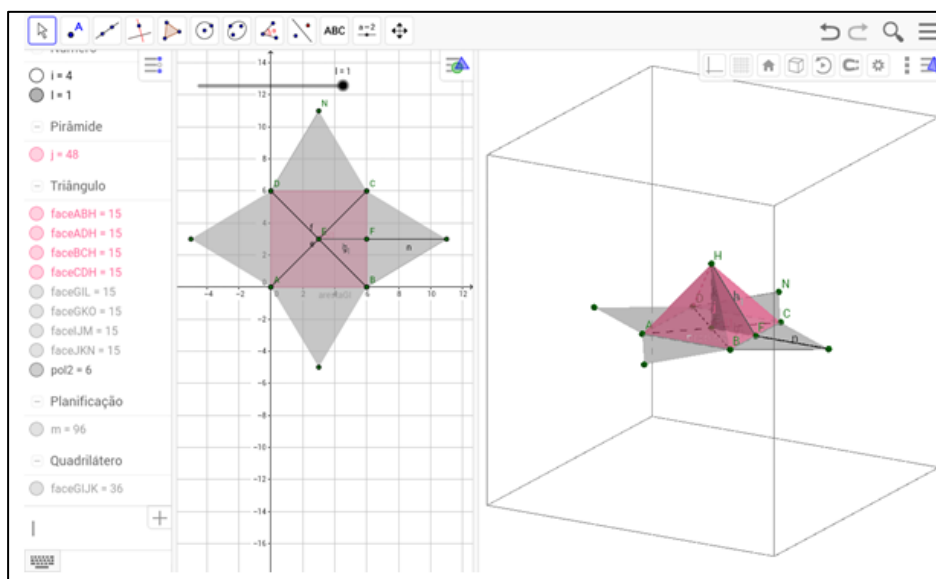
e) Que polígono representa a base da embalagem? Você consegue identificar o sólido geométrico que representa a embalagem? Que nome ele recebe?

f) Descreva como Diogo obteve a área total da superfície da embalagem.

g) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria?

h) Quanto de tecido Diogo teve que comprar para reformar a embalagem da amiga?


Figura 14: Exemplo da atividade 3.10





Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra


3.11 ATIVIDADE- PLANIFICAÇÃO E ÁREA DO TETRAEDRO REGULAR


Roteiro de construção, siga os passos abaixo:


1- Na tela do GeoGebra, feche o teclado virtual; à direita, selecione o ícone  e toque na malha quadriculada.




2- Utilize a ferramenta ; marque a opção “*ponto*”, na janela de visualização, marque dois pontos A (3,1) e B (8,1).

3- Utilize a ferramenta  marque a opção “*polígono regular*”, toque nos dois pontos A e B, abrirá a janela de vértices, digite 3 e selecione OK.

4- Utilize a ferramenta  , marque a opção “*ponto médio*” e toque nos pontos A e B, aparecerá o ponto D.

5- No lado superior direito toque na barra de menu no símbolo  , utilize a opção “*exibir*” e marque janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.

6- Na janela 3D, na barra de ferramenta, selecione a ferramenta  e marque a opção “*tetraedro regular*”; toque nos pontos A, B e C, nessa ordem, na figura da janela 3D.

- 7- Na janela 3D, selecione a ferramenta  , marque a opção “*planificação*”, toque no tetraedro.
- 8- Selecione a ferramenta  , marque a opção “*segmento*” e toque nos pontos F e D, aparecerá a altura (apótema da pirâmide).
- 9- Na janela de visualização 2D, selecione a ferramenta mover  e movimente o controle deslizante ou na janela de álgebra, deslize o dedo no canto esquerdo da tela, selecione “*número*” abrirá uma janela, toque em “*animar*”

OBS: Salve a atividade com o nome “*área do sólido geométrico 6*”.

- a) Quantos polígonos formam a face lateral do sólido geométrico?

- b) Quais são os polígonos que formam a face lateral do sólido geométrico?

- c) Qual polígono representa a base do sólido geométrico?

- d) O que você pode concluir sobre o sólido geométrico?

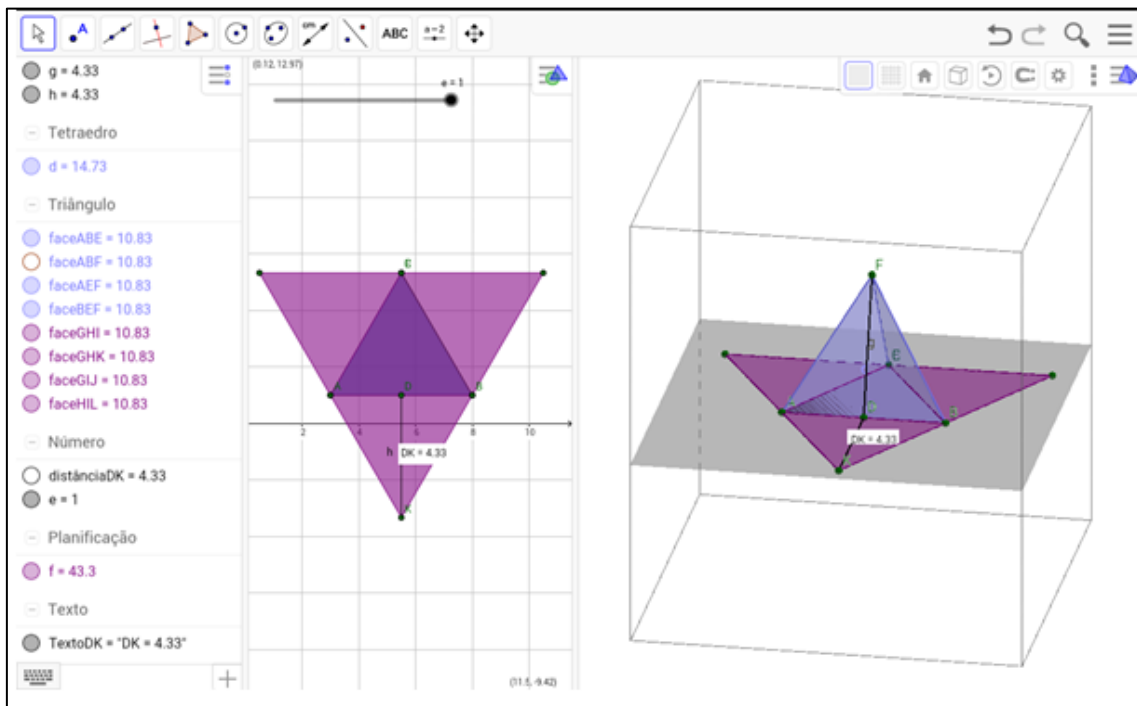
- e) Descreva como você poderia obter a área total da superfície do sólido geométrico.

- f) Você consegue descrever o item anterior por meio de uma fórmula? Como ficaria? Determine a área desse sólido geométrico.

- g) Compare os sólidos construídos nas atividades 3.10 e 3.11 quanto às faces das planificações. A que conclusão chegou? Como expressaria por escrito?

- h) A que conclusão você chega sobre a área total da superfície de qualquer pirâmide?

Figura 15: Exemplo da atividade 3.11



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra







Objetivos das atividades 10 e 11:













- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações com auxílio do software GeoGebra.
- Estimular a percepção espacial do aluno.
- Identificar nos poliedros os elementos como faces, vértices e arestas e contá-los.
- Reconhecer que a área total da superfície de um sólido geométrico é formada pela união de polígonos os quais podem ser identificados através da planificação.
- Descrever e formalizar a área da Pirâmide.

3.12 ATIVIDADE- VOLUME DA PIRÂMIDE

Essa atividade exige um grau de complexidade maior podendo ser necessário que o professor faça o passo a passo em conjunto com seus alunos:

Roteiro de construção, siga os passos abaixo:

- 1- Na janela de álgebra, em entrada, digite no teclado virtual, os vértices $A = (-3,2)$; $B = (3,3)$ e $C = (1, -1)$.
- 2- Na barra de menu toque no símbolo  , utilize a opção “*exibir*” e marque janela de visualização 3D. Aparecerá a janela 3D junto com a janela 2D.
- 3- Selecione a ferramenta  ; marque a opção “*polígono*”, e toque nos vértices ABCA.
- 4- Utilize a ferramenta  ; marque a opção “*perpendicular*”, toque na base do polígono e no ponto A.
- 5- Na janela de álgebra, em entrada, digite o vértice $D = (-3, 2, 4)$ toque *enter*.
- 6- Selecione a ferramenta  , marque a opção “*prisma*”, depois toque no polígono e no vértice D. Aparecerá o prisma.
- 7- Utilize a ferramenta  ; escolha a opção “*volume*” e toque no prisma.
- 8- Utilize o recurso  ; marque a opção “*segmento*”, toque nos pontos A e F; F e B; B e D.

- 9- Selecione o recurso , marque a opção “*pirâmide*”, na janela de álgebra, toque no pol1 e depois no vértice F do sólido geométrico.
- 10- Toque na ferramenta mover  e depois do lado esquerdo da tela, deslize o dedo até localizar a palavra “*pirâmide*”.
- 11- Selecione a ferramenta , toque em editar e escolha a opção “*propriedades*”, abrirá uma janela, escolha uma cor.
- 12- Selecione a ferramenta ; marque a opção “*polígono*”, toque nos vértices BDFB.
- 13- Selecione o recurso ; marque a opção “*pirâmide*”, na janela de álgebra, toque no pol2 e depois no vértice E do sólido geométrico.
- 14- Selecione a ferramenta , toque em editar e escolha a opção “*propriedades*”, abrirá uma janela, escolha uma cor.
- 15- Selecione a ferramenta ; marque a opção “*polígono*”, toque nos vértices ADDBA.
- 16- Selecione o recurso ; marque a opção “*pirâmide*”, na janela de álgebra, toque no pol3 e depois no vértice F do sólido geométrico.
- 17- Selecione a ferramenta , toque em editar e escolha a opção “*propriedades*”, abrirá uma janela, escolha uma cor.
- 18- Selecione a ferramenta ; marque a opção “*vetor*”, e toque nos vértices D e F; depois toque nos vértices F e E; por último nos vértices B e A.
- 19- Utilize a ferramenta ; marque a opção “*controle deslizante*”, abrirá uma janela, digite em nome: n ; min: 0; max: 2; incremento: 0,1; toque no “controle deslizante”, depois toque “vertical”, aplicar.
- 20- Na janela de álgebra, utilize o comando: Transladar [i,u*n] toque enter; transladar [j,v*n] toque *enter*; transladar [k,w*n] toque *enter*.
- 21- Selecione a ferramenta ; digite: volume pirâmide= i', toque “avanzado” e escolha o símbolo do GeoGebra, para aparecer os objetos, selecione i', toque aplicar. Faça o mesmo

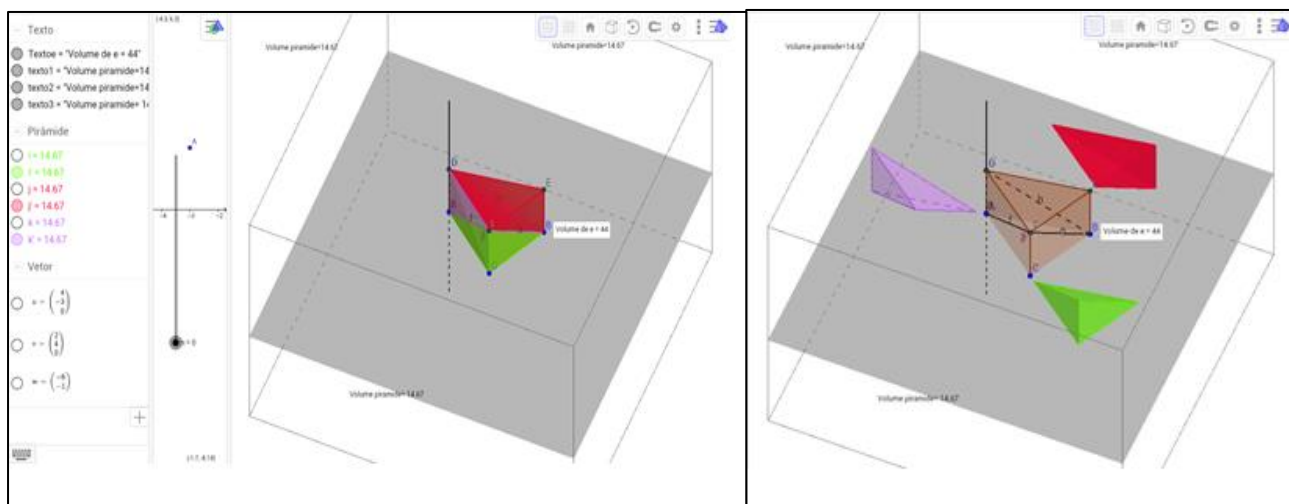
procedimento, para volume pirâmide= j e volume pirâmide k . Os valores do volume das pirâmides aparecerão.

OBS: Salve a atividade com o nome “*volume da pirâmide*”.

a) Ao manipular o controle deslizante, observe o que acontece com os sólidos geométricos. E faça uma relação entre o volume do prisma e o volume da pirâmide.

b) A partir do que observou no item anterior, como você descreveria uma maneira de obter o volume da pirâmide?

Figura 16: Exemplo da atividade 3.12



Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra

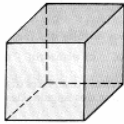


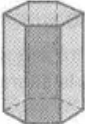
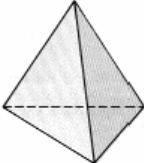
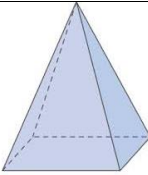

Objetivos da atividade 12:

- Observar que um prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides equivalentes.
- Descrever o volume da pirâmide.
- Compreender o volume da pirâmide.

As atividades 13 e 14 estão sendo propostas para a fixação dos conceitos estudados anteriormente e sua execução não exige o uso do GeoGebra.

3.13 ATIVIDADE- POLIEDROS REGULARES E IRREGULARES

Em relação aos sólidos geométricos estudados com auxílio do GeoGebra, preencha a tabela.

Poliedros	Nº de faces	Nº de Vértices	Nº de arestas	Nome	Poliedros regulares ou irregulares
					
					
					
					
					
					
					

3.14 ATIVIDADE- DEFINIÇÃO DE POLIEDROS

A partir dos sólidos construídos por você no GeoGebra, você consegue definir poliedros?

3.15 ATIVIDADE- APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DE ALGUNS POLIEDROS

Sem usar o passo a passo, tente você construir os sólidos geométricos, usando os comandos do GeoGebra na questão abaixo:

Os alunos do 9º ano do Colégio, pensando em reutilização sustentável, para apresentar na feira de ciências, de 2016, decidiram dar um novo uso a algumas embalagens que iriam jogar no lixo. Para isso, precisavam saber a área total da superfície das embalagens, para comprar os tecidos visando reformá-las, bem como o volume, no caso de reutilização com líquidos. Para facilitar o cálculo da área e do volume, os alunos resolveram usar o GeoGebra, a fim de manipular e visualizar as planificações para descobrirem a área total das embalagens e para verificação dos resultados. As informações sobre as embalagens estão nas alternativas abaixo:

- a) A primeira embalagem é um cubo de 5 cm de aresta. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 1*”.

- b) A segunda embalagem é um paralelepípedo com dimensões iguais a 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 2*”.

- c) A terceira embalagem é uma pirâmide quadrangular, cuja aresta da base mede 8 cm, e a altura 3 cm. Registre o cálculo da área total da superfície e o volume da embalagem. Salve o sólido com o nome “*poliedro 3*”.

Objetivos das atividades 13, 14 e 15:

- Compreender poliedros regulares e irregulares.
- Conhecer e classificar os poliedros identificando face, vértice e aresta.
- Desenvolver o conceito de poliedros através das atividades realizadas com GeoGebra.
- Construir os sólidos geométricos por meio do GeoGebra.
- Entender o que são poliedros
- Aplicar os conhecimentos prévios e adquiridos durante as atividades.
- Fazer relações entre os sólidos e suas planificações.
- Calcular a área das superfícies dos sólidos e seu volume.

3.16 ATIVIDADE – CRIAÇÃO DE UM POLIEDRO NO GEOGEBRA

Essa atividade foi desenvolvida a fim de desafiar cada componente do grupo a criar um sólido geométrico e entregar sua resposta, bem como a construção da figura.

A partir dos sólidos geométricos estudados com o auxílio do GeoGebra, construa você o seu sólido e faça a planificação. Depois determine a área total da superfície e seu volume.

OBS: Salve o sólido com o nome “*poliedro 4*”.

Objetivos da atividade 16:

- Incentivar a criatividade
- Construir os sólidos geométricos por meio do GeoGebra.
- Aplicar os conhecimentos prévios e adquiridos durante as atividades.
- Reunir elementos de informação para criar o próprio sólido.
- Calcular área das superfícies dos sólidos e seu volume.

4. QUESTIONÁRIO

1. As atividades realizadas com o GeoGebra foram interessantes? Justifique sua resposta.

2. O GeoGebra ajudou a compreender melhor os conceitos de área da superfície total e volume de alguns sólidos geométricos? Justifique sua resposta.

3. Que avaliação você faz das atividades realizadas com o GeoGebra? O que você gostaria de acrescentar sobre sua experiência, negativa ou positivamente?

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285 – 295.

GEOGEBRA. Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/>. Acesso em: 18 jul. 2016.

GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.ticsnamatematica.com/2015/03/Geogebra-3D-ensinar-Matematica-mais-dinamica.html>> Acesso em: 05 jan. 2017.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

MOREIRA, L.S.; PEIXOTO, G.T.B.; BATISTA, S. C. F. Geometria Dinâmica em *Tablets*: estudo de caso com o aplicativo Geogebra. **Novas Tecnologias na Educação**. v. 11, n. 3, dez., 2013. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/viewFile/44715/28449>> Acesso em: 06 jan. 2017.