PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática

(RE) SIGNIFICANDO AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS

Márcia Maria de Freitas Hauss

Belo Horizonte
2016

Márcia Maria de Freitas Hauss

(RE) SIGNIFICANDO AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Eliane Scheid Gazire

Belo Horizonte
2016

FICHA CATALOGRÁFICA
Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

	Hauss, Márcia Maria de Freitas
H377r	(Re)significando as operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada de professores das séries iniciais / Márcia Maria de Freitas Hauss. Belo Horizonte, 2016.
	171 f.: il.
	Orientador: Eliane Scheid Gazire
	Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.
	1. Educação continuada. 2. Professores - Formação. 3. Adição - Matemática. 4. Subtração - Matemática. 5. Prática de ensino. I. Gazire, Eliane Scheid. II Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.
	SIB PUC MINAS
	CDU: 371.13

Márcia Maria de Freitas Hauss

(Re) Significando as operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada de professores das séries iniciais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

Prof.ª Dr.ª Eliane Scheid Gazire (Orientadora) – PUC Minas

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda– PUC Minas

Prof.ª Dr.ª Maria do Carmo Vila

Belo Horizonte, 26 de fevereiro de 2016.

PUC Minas

PROGRAMA DE MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

MÁRCIA MARIA DE FREITAS HAUSS

Dissertação defendida e aprovada pela seguinte banca examinadora:

Prof.ª Dr.ª Eliane Scheid Gazire – Orientadora – (PUC Minas)
Doutorado em Educação – (UNICAMP)

Prof.ª Dr.ª Maria do Carmo Vila – (UFOP)
Doutorado em Educação – (Université Laval/Canadá)

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda – (PUC Minas)
Doutorado em Tratamento da Informação Espacial – (PUC Minas)

Belo Horizonte, 26 de fevereiro de 2016.

RESUMO

Este trabalho teve por finalidade a busca da ressignificação das operações de adição e subtração para professores que procuravam auxiliar seus respectivos alunos, que, no final do 2º ciclo de escolarização, ainda apresentavam dificuldades em realizar essas operações. Para tanto, as professoras que ensinam Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, em uma escola da Rede Municipal de Belo Horizonte, sujeitos desta pesquisa, sentiram a necessidade de um curso de formação continuada em serviço no qual a pesquisadora foi a formadora. A pesquisa é de caráter qualitativo e a base de dados utilizada para este trabalho se deu por meio da análise das gravações em vídeo dos encontros de formação, assim como as avaliações elaboradas pelas professoras. No referencial teórico, foram discutidos temas como a formação inicial, a formação continuada e a formação continuada em serviço de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, público ao qual foi direcionado o produto deste trabalho, quer seja, um Caderno de Atividades que busca trabalhar com a construção da ideia de número, o Sistema de Numeração Decimal e as operações de adição e subtração. A análise dos dados permitiu perceber que as dificuldades que os professores das séries iniciais trazem de uma formação deficitária em Matemática refletem, diretamente, nos seus respectivos alunos, indicando a necessidade de ressignificação de conceitos e procedimentos que os auxiliem no seu fazer pedagógico.

Palavras-chave: Formação de professores em serviço. Sistema de Numeração Decimal. Adição. Subtração. Ressignificação.

ABSTRACT

This work aims to search for a redefinition of addition and subtraction for teachers who sought to help their students who at the end of the 2nd grade, still had difficulties in performing these operations. To this end, the teachers who teach mathematics in a municipal school in Belo Horizonte city, subject of this research, felt the need for a complementary educational course which the researcher was the lecturer. The data used for this work was collected through video recordings of these training meetings, as well as the tests prepared by the teachers, were analyzed and served as database. In the theoretical framework, there were discussed topics such as initial training, continuing education and continuing education in-service teacher of the early grades of elementary school, audience that the product of this work was directed, either, an Activity Notebook seeking work with the construction of the number of idea, the Decimal Numbering System and the addition and subtraction operations. Data analysis allows us to understand that a deficient training in mathematics brought by teachers of the initial series directly affect their respective students, indicating a need for redefinition of concepts and procedures that can assist them in their pedagogical practice.

Keywords: Teacher training in service. Decimal Numbering System. Addition. Subtraction. reframing

LISTA DE ABREVIATURAS

EJA	Educação de jovens e Adultos
GEPFPM	Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática
LDBEN/96	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996
PIP	Projeto de Intervenção Pedagógica
QP	Quadro Posicional
RME/BH	Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte
SMED/BH	Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte
SND	Sistema de Numeração Decimal

“Nada substitui um bom professor.”

Nóvoa (2011)

Ao meu pai, exemplo que despertou em mim o gosto pelo estudo e pela leitura.

À minha mãe, pelo o amor e o modelo de coragem e determinação para enfrentar a vida.

À Camila, por ter me ensinado o que é amar incondicionalmente.

AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho:

À professora Drª Eliane Scheid Gazire, pela orientação, apoio e confiança, que tornaram possíveis a realização desta pesquisa.

Aos professores Drª. Maria do Carmo Vila e Dr. Dimas Felipe de Miranda, que, gentilmente, aceitaram participar da minha banca.

Aos caros professores do Mestrado: Dr. Amaury, Dr. João Bosco, Drª. Lídia, Drª. Mariana e Drª. Maria Clara.

Às minhas amigas Luciana Maria Tenuta de Freitas e Maria Imaculada de Souza Marcenes Gonçalves, companheiras de trabalho e de ideais, pelo apoio, pelas mãos estendidas que não permitiram que eu fraquejasse em nenhum momento dessa jornada.

À minha filha Camila, pela amorosa disponibilidade em ilustrar, com muita competência, o Caderno de Atividades desse trabalho.

Aos meus irmãos, pela compreensão e incentivo.

Às professoras que participaram do grupo de formação que tornaram a pesquisa possível, um agradecimento muito especial.

À Secretaria do Curso do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas.

Ás minhas colegas de trabalho Deniz, Maria Cristina e Rosicler, pelo incentivo constante.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

> "*Sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino.*"
>
> Freire, 2002, p.33.

O gosto pela docência se revelou em minha vida tão logo ingressei no ginásio. Naquela época, ministrava aulas particulares de Matemática para alunos que cursavam o grupo escolar. As aulas particulares continuaram até meu ingresso no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal de Minas Gerais, em 1979, quando comecei a lecionar em escolas da Educação Básica.

Afastei-me por um tempo da sala de aula, por imposições da vida, e, quando retornei, assumi, em 1997, aulas de Matemática e Física em uma instituição de Ensino Especial que somente recebia alunos com necessidades especiais. Tínhamos alunos com deficiências física, intelectual e mental, a maioria deles com comprometimentos cognitivos. Aceitei o desafio sem ter a consciência do meu despreparo, no sentido mais amplo da palavra, para o desenvolvimento daquele trabalho. As necessidades educativas de cada aluno desafiavam-me o tempo todo e as estratégias de sala de aula que eu conhecia, na sua maioria, não eram as que atendiam àquele grupo de alunos. Assim, iniciei uma busca incansável em livros, artigos, todo tipo de material que pudesse, de alguma forma, ajudar-me a encontrar caminhos que me levassem a uma prática de sala de aula que respeitasse as diferenças e necessidades daquele grupo de alunos.

Simultaneamente, trabalhei na Rede Pública Estadual lecionando Física no Ensino Médio. O curso era noturno e seu alunato formado, majoritariamente, por adultos trabalhadores que já estavam afastados há algum tempo da sala de aula. Esta realidade levou-me, novamente, a refletir sobre minha prática, na busca de estratégias adequadas que favorecessem o aprendizado dos alunos.

Aprovada, em 1999, no concurso público da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte, assumi o cargo de professora municipal de

Matemática, sendo lotada em uma escola municipal para o trabalho com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Concomitantemente, lecionava Matemática para o primeiro e segundo anos do Ensino Médio em uma escola da rede particular, e, também, para alunos do segundo ciclo em outra escola da Rede Particular. Por um período significativo da minha vida profissional, lecionei nos três turnos e, apesar do tempo escasso, não abandonei a leitura, o estudo, em um processo, na maioria das vezes, solitário, mas, sobretudo, persistente em busca de subsídios que sustentassem minhas ações em sala de aula e tornassem minha prática mais efetiva e significativa para meus alunos.

Em alguns anos de magistério, já havia experienciado a sala de aula da Educação Básica desde as séries inicias do Ensino Fundamental até as finais do Ensino Médio, passando pela EJA e pela Educação Especial, que forjaram meu “saber experiencial”, que, segundo Tardif (2002), é um saber que não se encontra metodizado em doutrinas ou teorias e sim integrado à prática docente, através do qual construímos nossa identidade profissional.

Na escola da Rede Particular onde trabalhei, entre 2000 e 2003, com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tive a oportunidade de participar de grupos de estudos e formações em serviço. Esta vivência tornou-se um divisor de águas na minha experiência profissional. Revisitando minha trajetória, percebo que é nesse momento que inicio o gosto pela pesquisa sistematizada e orientada. As discussões com meus pares, que eram pedagogas, me desafiaram a buscar respaldo teórico para minha prática como professora de Matemática, e o que antes era uma busca por fazeres, tornou-se uma busca por teorias e teóricos da Educação. Foi neste grupo de trabalho que me senti extremamente desafiada a compreender a Alfabetização Matemática, a entender como as crianças pensam e como devem ser estimuladas na construção de conceitos que lhes serão valiosos por toda a vida de estudante. Esse desafio despertou, em mim, a paixão pela disciplina nas séries iniciais.

Em 2004, dei início a um novo trabalho, ministrando encontros de formação continuada de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, em uma rede de Ensino Particular com escolas por todo o Brasil. Esse trabalho consistia em encontros com os professores nos quais eles eram convidados a refletir sobre a prática de sala de aula, fundamentando-a teoricamente. Mais que um momento de formação, esse era um espaço que permitia o diálogo e a troca de experiências, gerando ricas oportunidades de aprendizado.

Em 2006, comecei a trabalhar na formação inicial de professores, no curso de Licenciatura em Matemática no Centro Universitário UNIbh, ministrando as disciplinas de Educação Matemática e Práticas Educativas.

Em 2011, voltei a ministrar cursos de formação continuada de professores que ensinam Matemática no primeiro e segundo ciclos, nas escolas da Rede Municipal de Belo Horizonte (RMEBH), compondo uma equipe de formadores de Matemática. Essa foi uma vivência relevante para o desenvolvimento dessa pesquisa, pois, daí, partiu meu desejo de investigar o conhecimento matemático das professoras que ensinam Matemática nas séries iniciais e como desenvolver momentos de formação continuada que fossem significativos para o desenvolvimento profissional dessas docentes.

Inicialmente, as formações aconteceram organizadas pela Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte (SMED/BH), através das Gerências Regionais de Educação, que promoviam consórcios entre as Escolas Municipais, possibilitando a participação de alguns professores de cada escola, por adesão, nesses encontros de formação. O mote para as formações era a discussão das então recentes Proposições Curriculares para o Ensino Fundamental da Rede Municipal de Educação, no que se refere à compreensão e sua aplicação nas salas de aula. Daqui em diante, ao nos referimos a esse documento, usaremos apenas os termos Proposições Curriculares.

Nem todas as escolas da Rede Municipal aderiram ao plano de formação oferecido pela SMED/BH. Entretanto, percebendo a fragilidade no ensino de Matemática, seja através dos resultados das avaliações externas, seja pela necessidade apresentada pelos próprios professores de discutir a Matemática e seu ensino, a opção dos diretores de algumas escolas foi, então, oferecer a formação a todos os seus professores no ambiente da escola. Desta forma, passei a atender a várias escolas da Rede Municipal, ministrando cursos para as professoras do 1º e do 2º ciclos dentro do horário de trabalho e no espaço da própria escola.

Durante as formações organizadas pela SMED/BH e nas formações nas escolas, as professoras dos 1º e 2º ciclos, em sua maioria pedagogas, sinalizavam a distância entre suas práticas de sala de aula e a Matemática que era discutida nos encontros, sendo comum ouvir das professoras que aquela Matemática não era a que elas haviam aprendido nos cursos de formação e, muito menos, a que elas haviam vivenciado enquanto alunas da Educação Básica. Um questionamento delas era constante: “porque nunca me ensinaram a Matemática assim?”.

Apesar da receptividade e do entusiasmo das professoras nos momentos de formação e dos vários depoimentos de que agora estavam “começando a aprender Matemática”, uma questão me inquietava: como discutir a implantação das novas Proposições Curriculares? Pois, na minha percepção, o que faltava não era a disposição para rever a prática pedagógica, e sim o conhecimento, ainda que básico, da Matemática.

Minha observação sobre o conhecimento matemático das professoras que participavam das formações regionalizadas não era diferente do que posteriormente observei nas escolas em que trabalhei. O conhecimento dos conteúdos que elas necessitavam para ministrar suas aulas de Matemática se mostrava frágil e superficial, sendo percebido que, durante todos os cursos, as professoras manifestavam a existência de lacunas na formação inicial e, não raro, diziam não compreenderem o porquê e o sentido de trabalharem esse ou aquele conteúdo.

Inquietava-me, então, se a formação continuada, da forma como estava sendo ministrada, com poucos encontros, sem uma reflexão sobre a prática que efetivamente acontecia na sala de aula e com um planejamento que não era partilhado nem questionado pelas professoras poderia ajudá-las a construir o conhecimento matemático de que elas necessitavam.

Assim, essa pesquisa foi realizada tendo, como objetivo geral, verificar a ressignificação das operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada, de professores das séries iniciais, de forma a procurar dar-lhes subsídios para auxiliar alunos que, porventura, estivessem com dificuldades nessas operações e como objetivos específicos:

a) Ressignificação das operações de adição e subtração;
b) Analisar as dificuldades dos sujeitos da pesquisa em relação à Matemática;
c) Entender a relação entre a formação inicial e a formação continuada.

d) Buscar indícios de como devem acontecer as formações continuadas.

Essa dissertação fica assim dividida:

Neste primeiro capítulo, introdutório, busco mostrar os caminhos que me trouxeram até aqui, indicando os objetivos, a problematização e a justificativa dessa pesquisa.

O capítulo 2, teórico, discute o tema formação de professores e seus vieses, quer sejam, a formação inicial, a formação continuada e a formação continuada em serviço, além de perpassar por outros temas pertinentes, como saber e conhecimento, tendo como base o referencial bibliográfico e documental.

Já o terceiro capítulo, indica os caminhos percorridos, indicando os sujeitos pesquisados, o perfil da escola e a metodologia e etapas da pesquisa.

O quarto capítulo traz as análises dos encontros realizados e das avaliações elaboradas e aplicadas pelas professoras sujeitos da pesquisa, buscando relacionar os dados verificados com a teoria estudada.

No capítulo 5, as considerações finais, seguidas das referências bibliográficas utilizadas para a construção do trabalho e encaminhamento da pesquisa, além dos anexos. Nos apêndices, o Caderno de atividades já explicitado, produto dessa dissertação.

O relato dessa pesquisa a partir desse momento será feito na primeira pessoa do plural, visto que foi desenvolvido por mim e pela professora orientadora.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

.

> *"A procura de um conhecimento profissional, que não é mera aplicação prática de uma qualquer teoria, mas que exige um esforço próprio de elaboração e reelaboração, está no âmago do trabalho docente."*
>
> Antônio Nóvoa

A fundamentação teórica que dá suporte a esse trabalho traz autores que discutem a formação inicial, a formação continuada e a formação continuada em serviço de professores que ensinam Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Respaldam nosso trabalho Tardif (2002), Fiorentini *et al* (2002), Tardif e Raymond (2000) e Guérios (2005), no que diz respeito aos saberes docentes. Contribuíram para a construção do cenário da formação inicial de professores das séries iniciais Saviani (2009) e Cury (2004). Já a formação continuada tem respaldo teórico em Nacarato (2005), Ponte (2005), Serrazina (2014) e outros autores que, na medida da necessidade, foram abordados com o objetivo de subsidiar e enriquecer a discussão teórica do trabalho.

2.1 A formação inicial e continuada de professores

No Brasil, a formação inicial de professores para os ciclos iniciais, segundo Saviani (2009), no período de 1827 a 2006, passa por intermitentes reformas. Citando as principais, tem-se que, de 1827 a 1890, criam-se as Escolas de Primeiras Letras; de 1890 a 1932, acontece o estabelecimento e expansão do padrão das Escolas Normais; de 1932 a 1939, criam-se os Institutos de Educação; de 1939 a 1971 acontece a implantação dos Cursos de Pedagogia e de Licenciatura e a consolidação das Escolas Normais; de 1971 a 1996, a Escola Normal é substituída pela Habilitação Específica de Magistério; e de 1996 a 2006, se estabelece a Consolidação dos Institutos Superiores de Educação, e uma nova perspectiva para o Curso de Pedagogia.

Saviani (2009) destaca o estabelecimento de dois modelos para a formação de professores, gerando um dilema: um centrado nos conteúdos

culturais-cognitivos, e o outro focado no aspecto **pedagógico-didático**. Para o autor, "a raiz desse dilema está na dissociação entre dois aspectos indissociáveis da função docente: a forma e o conteúdo" (SAVIANI, 2009, p.151).

Atentamo-nos à formação inicial e a formação continuada de professores, em especial a formação de professores que ensinam Matemática. A expressão "professores que ensinam Matemática" é utilizada por Fiorentini *et al* (2005) para nomear professores que atuam na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental e que ensinam Matemática, mesmo não se percebendo professor de Matemática, assim como os sujeitos dessa pesquisa.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN/96), promulgada em 1996 (BRASIL, 1996) atribui a responsabilidade da formação básica de professores dos anos iniciais da Educação Básica aos cursos de Pedagogia, como reza seu artigo 62:

> A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal. (BRASIL, 1996, s.p.).

Coube ao curso de Pedagogia, então, o desafio da formação de professores, que, dentre outras habilitações, assume a educação inicial das crianças nas diversas áreas do conhecimento, com todas as suas especificidades.

Os conteúdos matemáticos ofertados, normalmente nas disciplinas de Metodologia do Ensino de Matemática, no curso de pedagogia, aos futuros professores, representam, na maioria dos cursos no Brasil, entre 4% a 5% da carga horária total do curso, conforme apontado por Lima (2011). Esse percentual, no nosso entendimento, parece muito distante do ideal se considerarmos os conteúdos de Matemática que os futuros professores precisam estudar para ensinar aos seus alunos. De fato, Cury e Pires (2008) consideram que os futuros professores concluem o curso de formação sem o conhecimento dos conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar tanto no que concerne a conceitos quanto a procedimentos. Cury (2004) afirma, ainda, que “parece haver uma concepção dominante que o professor polivalente[1] não precisa saber Matemática e que basta saber como ensiná-la” (CURY, 2004 p.76).

Ainda Segundo Cury (2004), a reduzida carga horária dedicada ao estudo da Matemática; os indícios de que os futuros professores não trazem consigo uma boa relação com a Matemática; e as dificuldades que eles apresentam nos conteúdos básicos, sinalizam uma fragilidade significativa no conhecimento matemático necessário para o trabalho em sala de aula com as crianças, tanto na Educação Infantil como nos anos inicias do Ensino fundamental.

Num apanhado dos últimos 50 anos, Fiorentini e Nacarato (2005) apresentam como a formação vem se desenvolvendo, segundo as diversas concepções, como apresentamos a seguir.

Nas décadas de 1970 e 1980, as formações continuadas surgem como curso de reciclagem, treinamento ou capacitação em novas técnicas e metodologias em ensino de Matemática. Essas formações se apoiavam na concepção de que os professores, com o passar do tempo, se distanciavam dos conteúdos e metodologias, e que, incapazes de atualizarem seus conhecimentos, necessitavam de formações para se apropriarem de novos saberes curriculares produzidos pelos especialistas (**modelo da racionalidade técnica**). Na década de 90, estudos identificaram que os professores produziam saberes a partir dos problemas que a prática apresentava. Surgia, então, o conceito de professor reflexivo e investigador, e as formações aconteciam com formadores-pesquisadores, colaborados por professores escolares.

Ainda para Fiorentini e Nacarato (2005), os estudos do GEPFPM - Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática - negam o modelo da racionalidade técnica na formação continuada, na medida em que esse modelo promove, na realidade, na visão dos autores, uma prática descontínua relativa à formação inicial. Para os autores:

---

[1] Para a autora professores polivalentes são pedagogos encarregados da educação de crianças da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

> [...] descontínua em relação aos saber experencial dos professores, os quais não eram tomados como ponto de partida da formação continuada; descontínua, ainda em relação aos reais problemas e desafios da prática escolar; e descontínua, sobretudo porque eram ações pontuais e temporárias, tendo data marcada para começar e terminar. (FIORENTINI; NACARATO, 2005, p.8).

Dessa forma, a formação continuada deve ter, como "ponto de partida e chegada, a prática docente cotidiana dos professores, convertendo-a em problema e objeto principal de estudo e reflexão, e buscando, colaborativamente, as soluções possíveis e necessárias" (FIORENTINI; NACARATO, 2005 p. 8-9). Nessa perspectiva, as contribuições das pesquisas em Educação Matemática não são deliberadamente apresentadas aos professores, e sim discutidas, com o objetivo de embasar a construção deles na busca de alternativas que possam solucionar seus problemas vivenciados na prática de sala de aula.

Guérios (2005) reforça a ideia de Fiorentini e Nacarato (2005) sobre a formação continuada aliada à prática da sala de aula e aos desafios que dali emergem, buscando promover, nos professores, um aprimoramento do fazer pedagógico em um movimento contínuo de transformação. A autora, citando Larrosa (1996), ancora a formação continuada em um tripé constituído pela formação, pela educação permanente e pelo desenvolvimento profissional, que ela define da seguinte forma:

> *1*- "formação" como um movimento contínuo de elaboração de interior que ocorre no âmago da experiencialidade de cada ser humano em sua interação com o mundo, com os programas oficiais, com os conhecimentos institucionalizados e com outros sujeitos.
>
> 2- "desenvolvimento profissional" é um processo contínuo de permanente transformação resultante do movimento interior protagonizado pelo professor em sua dialógica relação com o campo de conhecimento que lhe é pertinente e com sua experiencialidade.
>
> 3- "educação permanente" designa um estado de abertura para o espírito: crescer a cada dia, desenvolver-se sempre, fazer-se na prática, embasando-a e subsidiando-a teoricamente, em um movimento cíclico e encadeado em que cada experiência teoriza-se e fundamenta o que há por vir. (GUÉRIOS, 2005, p.136).

Nessa perspectiva de formação continuada, Guérios (2005) nos alerta para as reações que os professores podem ter: alguns levam mudanças para a sala de aula e são persistentes, se arriscando em várias tentativas; outros nem mesmo se permitem tentar; e ainda há os que experimentam, mas essa experiência não se constitui em experiência autêntica, como a que propõe Larrosa (2002, p.27). Para esse autor, a experiência é, para cada pessoa, singular, pois, “se a experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece, duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência”.

2.1.1 **A formação continuada em serviço**

Segundo Fiorentini e Nacarato (2005), vários são os nomes que designam a formação continuada em serviço: capacitação, aperfeiçoamento, treinamento, reciclagem, formação permanente, formação continuada e, mais recentemente, desenvolvimento profissional ou profissionalização. Cada denominação traz, consigo, uma concepção de formação continuada de professores.

Segundo Fiorentini e Nacarato (2005), a escola onde os professores enfrentam suas dificuldades torna-se *lócus* singular para que, coletivamente, encontrem um espaço de reflexão e (re) significação de suas práticas, portanto, a formação continuada pode ser um momento que oportuniza a busca de soluções para problemas que surgem da prática cotidiana dos professores.

Para Ambrosetti e Ribeiro (2005), o valor da criação de momentos de formação no espaço de trabalho, principalmente com professores de redes públicas de ensino, sinaliza a importância do exercício da discussão e da reflexão coletiva em torno de questões concretas da escola, entendida como ambiente formador, bem como as dificuldades sentidas pelas equipes.

Tardif e Raymond (2000) colocam o contexto da escola como determinante na constituição dos saberes e da identidade profissional dos professores que se dá ao longo do tempo, já que, para os autores, o professor necessita saber viver na escola tanto quanto saber ensinar em uma sala de aula.

Nacarato (2005, p.176), por sua vez, reafirma, assim como Tardif e Raymond (2000), a importância da escola e do trabalho coletivo como campo de desenvolvimento profissional, na medida em que oportunizam aos professores “condições de formação permanente, troca de experiências, busca de inovações e de soluções para os problemas que emergem do cotidiano escolar.” Além disso, ressalta-se que o desenvolvimento profissional do professor acontece num âmbito social e histórico determinado, que, de certa forma, controla a natureza desse processo. Assim, o desenvolvimento profissional contextualizado, no ambiente de trabalho, e a partir de questões que emergem desse ambiente, pode tornar-se promissor.

2.1.2 Saberes e conhecimentos do professor

Ser professor, atualmente, é ter, antes de tudo, uma postura flexível e reflexiva diante dos diversos desafios que a profissão exige diariamente. Serrazina (2014) afirma que ser professor de Matemática nos anos iniciais torna-se mais complicado, pois, além do conhecimento de como se processa a relação ensino-aprendizagem nessa faixa etária, o professor, que tem uma formação generalista, precisa ter um conhecimento da Matemática, que, na maioria das vezes, se apresenta frágil diante de suas necessidades em sala de aula.

Para discutirmos o conhecimento matemático das professoras dos anos iniciais, fez-se necessário, inicialmente, estabelecermos o que entendemos por conhecimento e por saber, a partir da literatura estudada e que utilizaremos nessa pesquisa.

Tomamos como referência Geraldi; Fiorentini e Pereira (2011), que afirmam que os termos conhecimento e saber são utilizados com o mesmo significado em textos matemáticos[2], entretanto, diferenciam esses termos da seguinte forma:

> [...] conhecimento aproximar-se-ia mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia; o saber, por outro lado, representaria um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas de

[2] Nessa pesquisa utilizou-se os termos conhecimento e saber, no mesmo sentido que apontam Geraldi, Fiorentini e Pereira (2011).

> saber e fazer relativos à prática não possuindo normas rígidas formais de validação. (GERALDI; FIORENTINI; PEREIRA, 2011 p.312).

A partir desse entendimento acerca dos saberes dos professores, tomamos como referência Tardif (2002), pesquisador da profissão docente, que discute na sua obra "Saberes Docentes e Formação Profissional" a natureza dos saberes da formação e os saberes que são mobilizados (conhecimentos, saber-fazer, competências, habilidades, etc.) pelo professor e que sustenta seu trabalho na sala de aula.

Nesse contexto, "o saber é sempre o saber de alguém que trabalha alguma coisa no intuito de realizar um objetivo qualquer." TARDIF (2002, p.11). Portanto, o saber dos professores é algo pessoal que está relacionado com esse profissional e sua identidade, sua experiência de vida, sua trajetória profissional, sua relação com os alunos e com seus pares. E, por isso, para compreender o saber do professor, é necessário percebê-lo interagindo com todas as facetas constituintes do trabalho docente, "que engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes dos docentes, ou seja, aquilo que foi muitas vezes chamado de saber-fazer e de saber-ser." (TARDIF, 2002, p.60), reafirmando a importância da formação continuada em serviço, já discutida anteriormente.

Tardif (2002) caracteriza os saberes em: saberes disciplinares, curriculares, profissionais e experienciais*,* distinguindo-os da seguinte forma:

Os **saberes disciplinares** são os saberes incorporados à prática do professor por meio da formação, tanto inicial como continuada, através das disciplinas oferecidas nos cursos universitários nas diversas áreas do conhecimento como, por exemplo, a história, a Matemática e a literatura. Para o autor, "os saberes das disciplinas emergem da tradição cultural e dos grupos sociais produtores de saberes" (TARDIF, 2002, p.38).

Os **saberes curriculares** são aqueles os quais são apropriados pelos professores durante sua formação, sob a forma de saberes sociais definidos pelas instituições, estabelecidos pela comunidade científica. "São saberes acadêmicos para uma formação acadêmica" (TARDIF, 2002, p.38). Na prática, os saberes curriculares são os programas escolares compostos de: objetivos, conteúdos, metodologias que os professores devem ter consolidados para saber utilizá-los.

Já os **saberes profissionais** são temporais, pois estão entrelaçados à sua historia de vida, principalmente à sua vida escolar. Nessa perspectiva, o professor se insere, no seu ambiente de trabalho, como estudante antes de se profissionalizar e, dessa vivência, traz um arcabouço de "conhecimentos, crenças e certezas sobre a prática docente". Isso permite inferir que os primeiros anos de vida profissional do professor são decisivos, na medida em que, nesse período, se estabelece a rotina e o sentimento de competência que irão, em parte, estruturar a prática do professor (TARDIF, 2002, p.216).

Os **saberes experienciais**, por sua vez, são saberes forjados na prática da profissão docente, que não se originam nas instituições, nem nos currículos. "Esses saberes não se encontram sistematizados em doutrinas ou teorias. São saberes práticos (e não da prática: eles não se superpõem à pratica para melhor conhecê-la, mas se integram a ela e dela são partes constituintes enquanto prática docente)". (TARDIF, 2002, p.49). É no trabalho cotidiano que o professor valida esse saber, que é pessoal adquirido na sua experiência.

O significado de experiência é, também, retratado por Larrosa (2002, p.7). Para esse autor, somente é experiência "aquilo que *nos passa* (grifo do autor), ou nos toca, ou nos acontece, e ao nos passar nos transforma. Somente o sujeito da experiência está, portanto, aberto à sua própria transformação."

Como visto, então, a prática dos docentes integra diferentes saberes, com os quais os professores estabelecem diferentes relações, podendo-se "definir o saber docente como um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experiências." (TARDIF, 2002, p.36).

Já sobre o conhecimento necessário para o professor ensinar Matemática, Serrazina (2014) cita Ball, Thames, Phelps (2005), que apresentam, baseados em Shulman (1986), o seguinte modelo para descrever o conhecimento matemático para ensinar, incluindo o conhecimento de ensino da Matemática como:

> *Conhecimento do conteúdo e dos alunos*, isto é, conhecimento associado ao facto de os professores terem de antecipar possíveis erros e possíveis concepções erradas dos alunos, interpretar os seus pensamentos incompletos e prever o que é provável que os alunos

> façam, perante tarefas específicas e o que, para eles, será interessante ou desafiante.
>
> *Conhecimento do conteúdo e do ensino*, isto é, o conhecimento associado à necessidade de os professores sequenciarem os conteúdos a ensinar, reconhecerem os prós e contras de representações difíceis e irem adaptando as questões matemáticas para responderem a novas abordagens dos alunos. (SERRAZINA, 2014, p.1052). (Grifos do autor).

Remetemos novamente a Serrazina (2014), quando ela se refere a Kilpatrick, Swfforde e Findell (2001), que discutem o que é ser proficiente no ensino da Matemática, indicando a importância de entender claramente os objetivos de ensino e entender o que significa essa proficiência nos conteúdos matemáticos a serem ensinados. Para tanto, são necessários três tipos conhecimentos, a saber:

- *Conhecimento da Matemática*, que abarca o conhecimento dos fatos dos conceitos e dos procedimentos e das relações entre eles; conhecimento da forma como as ideias matemáticas podem ser apresentadas; e conhecimento da matemática como uma disciplina – em particular como o conhecimento matemático é produzido, a natureza do discurso em Matemática, mas também conhecer os objetivos do ensino da Matemática e ser capaz de discriminar e priorizar esses objetivos.

- *Conhecimento dos alunos* e de como eles aprendem matemática e conhecimento das práticas de ensino, incluindo conhecimento geral de como as várias ideias matemáticas se desenvolvem nas crianças ao longo do tempo, assim como o conhecimento específico para determinar onde, numa trajetória de desenvolvimento, uma criança pode estar.

- *Conhecimento das práticas de ensino* inclui o conhecimento do currículo, conhecimento das tarefas e ferramentas para ensinar importantes ideias matemáticas, conhecimento de como conceber e gerir o discurso na aula e conhecimento de normas de sala de aula que apoiam o desenvolvimento da proficiência matemática. (SERRAZINA, 2014, p.1053-1054).

Serrazina (2014) enfatiza ser necessário conhecer e compreender corretamente os fundamentos conceituais e procedimentais do que se deseja ensinar, primeiro item destacado por ela na fala acima. Na falta desses conhecimentos, provavelmente, os professores terão dificuldade em oferecer boas explicações aos alunos e, além disso, não será fácil envolvê-los em discussões sobre diferentes formas de resolverem um dado problema, pois os docentes mesmos, na maioria das vezes, só conhecem uma forma de solucioná-lo. A compreensão da Matemática do professor deve possibilitá-lo “desempacotar”, ou seja, para além das definições e conceitos matemáticos acabados, ele deve desvelá-los de forma a auxiliar os alunos a construírem os conceitos com compreensão.

Nas diversas oportunidades de formação continuada que tivemos, ouvimos, com frequência, relatos das professoras sobre a dificuldade delas em identificar até onde os alunos sabem, nos conteúdos matemáticos, quais dificuldades têm, e que tipo de intervenção devem fazer para que eles avancem. Elas se sentem inseguras em perceber se os alunos estão ou não avançando no conhecimento matemático, sendo que, a maioria delas, justifica que essa insegurança não acontece, por exemplo, no ensino da Língua Portuguesa, pois dominam o conteúdo, conhecem os processos de aprendizagem dos alunos e se sentem em condições de escolher as estratégias mais eficazes.

Portanto, diante do exposto, entende-se que o conhecimento que o professor tem e sua identidade profissional, ou saber profissional, já definidos anteriormente, assim como os contextos organizacionais e políticos, as regras e a estrutura de sala de aula definem a forma como ele entende e executa suas atribuições profissionais. A escolha das tarefas que são propostas aos alunos deve direcioná-los, então, no sentido de aprender a pensar matematicamente. A compreensão que o professor tem do currículo, o seu saber curricular, é concretizada na sala de aula na forma como ele articula os conteúdos, como usa a tecnologia e os materiais manipuláveis, dentre ouros recursos. (TARDIF, 2002; SERRAZINA, 2014).

3. PERCURSO DA PESQUISA

"*Não há ensino sem pesquisa e nem pesquisa sem ensino. Um está no corpo do outro*".

Freire, 2002, p.14.

O objetivo geral desta pesquisa, como dito no capítulo introdutório, foi verificar a ressignificação das operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada, de professores das séries iniciais, de forma a procurar dar-lhes subsídios para auxiliar alunos que, porventura, estivessem com dificuldades nessas operações. Inicialmente buscamos verificar o que diziam autores e documentos oficiais sobre a formação, a formação continuada e a formação continuada em serviço; analisar as dificuldades dessas professoras em relação à Matemática, analisando suas interpretações sobre as dificuldades apresentadas por seus respectivos alunos, buscando entender a relação entre a formação continuada dessas docentes e o curso de formação inicial de Pedagogia, da qual são provenientes.

Para isso, propusemos a seguinte questão de pesquisa:

É possível auxiliar professores que ensinam Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, em um processo de formação continuada em serviço, a ressignificarem as operações de adição e subtração, de forma a mediarem a aquisição destes conhecimentos com seus alunos?

Na busca por responder a esta pergunta, adotamos a abordagem qualitativa, visto que apresenta características que se coadunam com o problema desta investigação e, também, com a natureza da questão que orienta este estudo, entre as quais podemos citar:

- a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente de recolhimento desses mesmos dados;
- os dados obtidos são essencialmente de caráter descritivo;
- os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados;
- a análise dos dados é feita de forma indutiva. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Neste caso, portanto, o investigador preocupa-se, acima de tudo, em tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

A investigação se constituiu a partir da análise de cinco encontros de formação continuada em serviço, realizados em uma escola da RME de Belo Horizonte, com um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e que tinham, como questão principal, encontrar caminhos que as permitissem atender as necessidades de aprendizagem de seus alunos nas operações de adição e subtração.

Identificamos esse grupo de formação como um grupo colaborativo, pois, no sentido atribuído por Fiorentini (2004), este se constituiu por pessoas voluntárias, que participaram espontaneamente, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém. (FIORENTINI, 2004, p. 52).

3.1 As etapas da pesquisa

A pesquisa descrita, a partir do delineamento determinado, passou pelas seguintes etapas:

3.1.1 Primeira etapa: o convite da escola

A primeira etapa da pesquisa aconteceu em março de 2013, quando fomos convidadas, pela diretora da escola, para ministrar uma formação em Matemática para as professoras do 2º ciclo. Essas docentes tinham um objetivo muito claro para formação: elas desejavam buscar estratégias para auxiliar os alunos do final do 2º ciclo que ainda apresentavam dificuldade na Matemática, especificamente, nas operações de adição e subtração. Na oportunidade, percebemos que essa seria uma formação continuada diferenciada, pois era a primeira vez que recebia a solicitação de uma formação continuada que partia do desejo e de uma necessidade específica das professoras que estariam envolvidas no processo, conforme apontam Fiorentini e Nacarato (2005), quando falam da importância de se ter, como motivação, a prática docente, na busca por soluções dos problemas vivenciados em sala de aula. (FIORENTINI; NACARATO, 2005).

Vislumbramos, então, a partir dessa necessidade, a possibilidade de pesquisar sobre a formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais. Nossa inquietação com o formato das formações que havíamos ministrado até então, e a fala recorrente das professoras que participavam dessas formações sobre a dificuldade com a Matemática, reforçavam o desejo de investigar como essas formações deveriam acontecer para que houvesse uma efetiva contribuição para o desenvolvimento do conhecimento matemático das professoras.

Na primeira reunião realizada com a diretora e a coordenadora, agendamos, de acordo com a disponibilidade da escola, cinco encontros com o grupo de professoras, distribuídos nos meses de abril, maio, junho e agosto de 2013, com um intervalo de, aproximadamente, quinze dias entre eles. Esses encontros foram pensados com duas horas de duração, e no quadro 1 apresentamos as datas em que foram realizados.

Quadro 1 – Datas dos encontros de formação

Encontros com as professoras	
1ª encontro	**15/04**
2ª encontro	**02/05**
3ª encontro	**18/05**
4ª encontro	**06/06**
5ª encontro	**24/08**

Fonte: Elaborado pela autora

3.1.2 Segunda etapa: o planejamento dos encontros

Nossa intenção no primeiro encontro foi conhecer o grupo, discutir com as professoras quais eram suas necessidades e, em conjunto, estabelecermos um planejamento que atendesse suas demandas específicas. Desta forma, ficou definida, para o nosso trabalho, a seguinte organização (QUADRO 2):

Quadro 2 - Planejamento dos encontros

Encontro	Data	Tema do encontro
1º	15/04/2013	-Delimitação do problema que as professoras desejavam resolver.
2º	02/05/2013	- O Sistema de Numeração Decimal
3º	18/05/2013	- O sistema de numerações em bases diferentes
4º	06/06//2013	- As operações de adição e subtração: estratégias e habilidades de cálculo
5º	24/08/2013	- A avaliação das atividades trabalhadas como os alunos.

Fonte: Elaborado pela autora

Os encontros aconteceram sempre pela manhã, na escola, no horário de trabalho das professoras, e seus alunos permaneciam na escola com oficineiros contratados pela direção. O local destinado para as formações não era fixo, dependendo da disponibilidade dos espaços físicos. Na maioria das vezes, eram realizados em uma sala bem próxima ao local onde os alunos tinham, no mesmo horário, oficina de percussão e, por isso, o barulho dos tambores, muitas vezes, dificultava nosso trabalho.

Ainda no primeiro encontro, expusemos às professoras nosso interesse em pesquisar a formação continuada de professores e que considerávamos aquela formação um momento adequado para a sua realização. Não houve nenhuma objeção, por parte das docentes, em participarem da pesquisa e elas se dispuseram a contribuir no que fosse necessário. Combinamos, então, que nossos encontros seriam todos gravados em vídeo.

As gravações em vídeo dos encontros, assim como as avaliações diagnóstica e da 2ª etapa, se constituíram as principais fonte dos dados que foram analisados nessa pesquisa. Nossa opção por fazer pessoalmente a transcrição das fitas se deveu ao fato de, assim, poder analisar os gestos, as expressões e a emoção que acompanhou cada fala. Durante as transcrições, ainda recorremos à fundamentação teórica já realizada, bem como a outros autores que nos auxiliaram a fundamentar as novas situações que foram surgindo.

3.1.3 Terceira etapa: realização dos encontros e análises das avaliações

A partir da realização dos encontros de formação e das análises das avaliações, percebemos que alguns temas caracterizaram cada momento, sendo, cada um deles, descritos a seguir:

a) Primeiro encontro

No primeiro encontro, evidenciamos a determinação das professoras em implementar o projeto das turmas flexíveis e o desejo de ajudar os alunos a vencerem as dificuldades no conhecimento da Matemática, especialmente em relação às operações de adição e subtração.

Pudemos entender, a partir das conversas iniciais, que a dificuldade que as professoras desejavam vencer para atingir seus objetivos residia na fragilidade do conhecimento matemático delas, pois verbalizaram sobre a dificuldade que tinham em elaborar um planejamento que contemplasse a escolha/elaboração de tarefas, assim como os métodos e estratégias que seriam utilizados para o trabalho com a Matemática na sala de aula.

Outro tema ressaltado foi o sentimento negativo que elas tinham em relação à disciplina, devido à falta de uma formação em Matemática consistente, tanto na Educação Básica quanto no curso de Pedagogia.

b) Segundo encontro

No segundo encontro, verificamos a dificuldade das professoras em desenvolver as aulas nos grupos, devido ao número excessivo de alunos agravada pela indisciplina deles. Além disso, notamos o desconhecimento das docentes sobre a estrutura do Sistema de Numeração Decimal (SND) e a descoberta das professoras sobre como essa estrutura do SND fornece a base para a compreensão das operações. Outra questão observada foi a falta de desenvoltura, pelas professoras, na utilização da tecnologia.

c) A análise da avaliação diagnóstica

Entre o segundo e o terceiro encontros, realizamos a análise da avaliação diagnóstica (ANEXO A), elaborada e aplicada pelas professoras do 6º ano, no inicio das aulas. Essa avaliação consistia em sete questões, sendo cinco situações-problemas e, duas, exercícios com operações. O objetivo das professoras era conhecer o que os alunos sabiam em relação às operações, para enturmá-los nas turmas flexíveis, conforme o critério que elas haviam estabelecido. Essa análise nos deu subsídios para identificar como as professoras interpretavam as produções dos alunos a partir do conhecimento que elas tinham da Matemática.

d) Terceiro encontro

Já no terceiro encontro, evidenciamos a descoberta das relações entre o SND e as operações de adição e subtração pelas professoras.

e) Quarto encontro

O quarto encontro, por sua vez, trouxe à tona reflexões sobre a prática que as professoras estavam desenvolvendo em sala de aula, que se deu, tanto sobre as práticas nas quais elas se percebiam bem sucedidas, quanto nas situações em que elas sentiam dificuldade na implementação, nas turmas, das formas de trabalho que estávamos discutindo na formação.

f) A análise da avaliação da 2ª etapa

Entre o quarto e quinto encontros, as professoras do 6º ano elaboraram e aplicaram uma avaliação que atendia ao calendário de provas da escola, a qual chamaremos avaliação da 2ª etapa. Ela continha nove questões, sendo oito delas dizendo respeito ao SND. Nosso interesse em analisar tanto as questões elaboradas, quanto as respostas dos alunos, se deu, principalmente, para que pudéssemos ter pistas do desenvolvimento profissional das professoras no que concerne à elaboração das questões e verificar como os alunos estavam desenvolvendo a Matemática.

g) Quinto encontro

No quinto encontro, evidenciamos a necessidade de verbalização das professoras acerca dos resultados encontrados a partir das provas dos alunos. Notamos que, pela primeira vez, no decorrer do processo daquela formação continuada, as docentes deram voz aos alunos, mostrando a busca pela compreensão do que seus respectivos alunos haviam aprendido.

3.1.4 Quarta etapa: elaboração do caderno de atividades

A partir das experiências vivenciadas com as professoras durante a formação, e as pistas que a análise dos encontros nos forneceu sobre o conhecimento matemático das professoras, construímos o caderno de atividades que apresentamos ao final desse trabalho. Ressalta-se, ainda, que ele foi constituído a partir das atividades realizadas no decorrer do curso de formação, porém, inseridas de maneira sistematizada e organizada, a fim de um melhor entendimento por parte do leitor e, portanto, não houve necessidade de aplicação posterior das mesmas para sua validação. O caderno teve, como objetivo, oferecer um material que pudesse ser utilizado na formação inicial ou continuada de professores das séries iniciais que ensinam Matemática, de maneira a auxiliá-los na construção dos conceitos de número que envolvesse o SND e as operações de adição e subtração.

3.2 A escola pesquisada

A escola pesquisada faz parte Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte (RME/BH) desde 1976, localiza-se na região metropolitana de Belo Horizonte, em um local de alto risco e vulnerabilidade social, atendendo alunos da Educação Infantil (Creche e Pré-Escola), Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Ensino Fundamental, na modalidade supletivo.

De acordo com as diretrizes pedagógicas da RME/BH, descritas nas suas Proposições Curriculares, a escola se organiza por ciclos, conforme o quadro 3.

Quadro 3 - Relação entre os ciclos de formação RME/BH e os anos de escolaridade do Ensino Fundamental

Ciclos de Formação	Anos de escolaridade	Idade
1º ciclo	1º	6/7/8/9 anos
	2º	
	3º	
2º ciclo	4º	9/10/11/12 anos
	5º	
	6º	
3º ciclo	7º	12/13/14/15 anos
	8º	
	9º	

Fonte: BELO HORIZONTE, 2009, p.14.

As Proposições Curriculares da RME/BH (BELO HORIZONTE, 2009) balizam que os professores, para assumirem as regências das classes do 2º ciclo, devem, prioritariamente, ter a mesma habilitação à docência do 1º ciclo, ou seja, Normal Superior ou Pedagogia. Além disso, a estruturação do trabalho escolar na RME/BH enfatiza que a organização por ciclos de idade deve considerar reformulações no cotidiano escolar, sendo importante considerar, entre outros:

> - A incorporação dos pré-adolescentes de 11 anos junto aos de 9 e 10, articulando 4º, 5º e 6º anos de escolarização em um ciclo, exige uma equipe com uma mesma organização do trabalho.
> - A constituição de equipe de docentes por ciclo e grupo de turmas deve prever planejamento e replanejamento conjunto e desenvolvimento de projetos específicos para as necessidades apresentadas.
> - Na constituição de equipes por ciclos, os professores podem organizar-se do modo que for mais adequado, dividindo entre si as aulas e tarefas, mas o planejamento conjunto por três anos é absolutamente essencial, caso contrário, não há ação no ciclo. [...]
> - É imprescindível que o mesmo grupo de professores e a coordenação pedagógica acompanhem os estudantes durante os três anos do ciclo.

> - É essencial o incentivo dos dirigentes e coordenadores para a organização de atividades de vivências e convivência entre as turmas do ciclo; de projetos especiais em que uns ajudam aos outros; de atividades de apoio àqueles que mostram dificuldades específicas; de atividades conforme demandas. [...]
> - Nos anos finais, embora a organização disciplinar crie mais fragmentações, o/a professor de referência é ainda essencial para fazer o contato, os projetos, os combinados e as articulações em cada turma. (BELO HORIZONTE, 2010, p.14-15).

Assim, conforme percebido no documento citado, o trabalho com o 6º ano de escolaridade, que em outras redes de ensino é desenvolvido por professores especialistas das respectivas áreas de ensino, na RME/BH ficou, no período entre 2010 a 2014, a cargo dos professores pedagogos que já atuavam no inicio do ciclo. Expomos essa situação, pois, para nós, isso se constituía em uma dificuldade para as professoras. As professoras pesquisadas, na sua maioria pedagogas, atuavam no 6º ano de escolaridade e não tiveram, em sua formação inicial, a oportunidade de aprofundar o conhecimento matemático necessário para o desenvolvimento do trabalho nesse ano de escolaridade.

3.3 As professoras que participaram do grupo de formação

O grupo foi construído por oito professoras: cinco delas trabalhavam no 5º e no 6º anos, duas professoras do PIP[3] e uma da turma de Correção de Fluxo[4]. Em alguns encontros, a supervisora do turno também esteve presente. A seguir, apresentamos as professoras que mais participaram de todos os encontros e, por isso, se constituíram sujeitos dessa pesquisa. Todos os nomes são fictícios, a fim de preservar as identidades das professoras.

---

[3] PIP- Projeto de Intervenção Pedagógica criado para diminuir a defasagem dos alunos do 1º, 2º e 3º ciclos, com dificuldade de aprendizagem em leitura/ escrita e Matemática. (BELO HORIZONTE, 2011).

[4] Correção de Fluxo - Projeto criado para diminuir a distorção idade/ano de escolaridade dos alunos do 2º ciclo. (BELO HORIZONTE, 2011).

Ana

Ana era regente de uma das turmas do 6º ano, formada em Pedagogia há 11 anos, e sua maior experiência profissional foi na Educação Infantil onde atuou por nove anos. Este era o segundo ano que atuava em uma turma do último ano do 2º ciclo. No grupo de professoras, Ana tinha um papel muito importante, pois sua liderança natural era reconhecida por todas. De forma segura e calma, sempre colocou sua opinião que foi, na maioria das vezes, compartilhada pelo grupo.

Ana se autoavaliava como boa aluna de Matemática, mas tinha a clareza de que, para ser uma boa professora de Matemática, isso não bastava.

Lia

Lia era regente do 6º ano, tinha 9 anos de formada em Pedagogia, e, assim como Ana, sua maior experiência profissional foi na Educação Infantil onde atuou por 7 anos. Trabalhava com o 6º ano havia 2 anos. Desde os primeiros encontros, deixou clara a sua dificuldade em relação à Matemática. Ela quase nunca se posicionava ou fazia algum tipo de reflexão sobre a prática. Em um dos encontros para a análise do desenvolvimento do trabalho com as turmas flexíveis, Lia colocou sua dificuldade: “Eu estou tendo muita dificuldade e já pensei até em desistir, já falei com as meninas. Ah! eu não quero isso mais não, não dou conta, não dá [...]”

Nesse mesmo encontro, ela justificou que sua dificuldade com a Matemática já a acompanhava mesmo antes de ingressar na faculdade.

Beatriz

Beatriz era formada em pedagogia há 10 anos e atuava como regente no 5º ano há 5 anos. Sua experiência anterior foi na Educação Infantil onde trabalhou por 5 anos. Esteve presente a todos os encontros, não se manifestou muito, ficando a maior parte do tempo calada, mas percebíamos que estava sempre atenta às colocações das colegas.

Ângela

Ângela era formada em Pedagogia há 10 anos, sempre trabalhou na escola no segundo ciclo, nos 5$^{\underline{o}}$ e 6$^{\underline{o}}$ anos, e, no momento da pesquisa, atuava no 5$^{\underline{o}}$ ano. Sua participação, a principio tímida, foi crescendo durante os encontros e era visível seu entusiasmo. Não raro, verbalizava sua surpresa em descobrir um conceito ou outro que nunca havia sido visto em sua formação. A forma natural como se colocava trazia certo “conforto” para as professoras que sentiam as mesmas dificuldades em relação à Matemática, mas que não se expunham.

Juliana

Juliana era formada em Pedagogia há 13 anos, sempre trabalhou nos anos iniciais e na Educação Infantil; estava há 2 anos e meio no 5$^{\underline{o}}$ ano. Quando Juliana chegou ao grupo, substituindo a professora Renata, já havíamos iniciado os encontros, entretanto, sua postura foi muito tranquila, buscando compreender o que já havia sido discutido e procurando se integrar ao grupo. A relação que ela tinha com a Matemática era boa, e suas contribuições enriqueciam as reflexões do grupo.

Viviane

Viviane era formada em psicologia e especialista em psicopedagia e tinha 20 anos de sala de aula. Já havia trabalhado em várias escolas, tanto na rede pública quanto na rede particular. Naquela escola, ela trabalhava no PIP há quatro anos. Concomitante ao trabalho como professora, desenvolvia o trabalho no consultório de psicologia atendendo, principalmente, crianças com necessidades especiais. Viviane era entusiasmada e dizia “adorar Matemática”, entretanto, em um dos encontros, ela afirmou que: “[...] eu comecei a desenvolver o trabalho com a Matemática de tanto que eu sofri. São muitos os traumas que passei na minha vida por causa da Matemática.”

Sônia

Sônia era formada em Pedagogia há 28 anos, e sempre trabalhou nos 1$^{\underline{o}}$ e 2$^{\underline{o}}$ ciclos, sendo responsável pela turma de correção de fluxo. No primeiro encontro, ela deixou claro que sua relação com a Matemática não era muito boa, o que é demonstrado quando diz que: “Matemática é ruim demais, gente. Nossa Senhora, eu tenho uma dificuldade!”.

Ela não esteve presente a todos os encontros, pois, como na escola trabalhava com a turma de Correção de Fluxo, nem sempre tinha disponibilidade para participar das discussões.

3.4 A proposta de turmas flexíveis

As professoras estavam em busca de uma solução para sanar a dificuldade dos alunos na realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Na fala das professoras os alunos não sabiam “as contas”.

Para isso, elas decidiram organizar, em agrupamentos diferenciados, todos os alunos de 5º e 6º anos, que apresentavam o mesmo nível de aprendizagem em relação às operações. Para tanto, seriam feitos dois agrupamentos para o resgate dos conteúdos e um agrupamento para dar continuidade aos conteúdos das séries. A esses agrupamentos deram o nome de “turmas flexíveis”.

A possibilidade de trabalho com as turmas flexíveis era, na opinião das professoras, uma solução possível para ajudar os alunos em suas dificuldades, pois teriam a oportunidade de trabalhar as questões específicas de cada grupo. Segundo elas, a implementação dos (re) agrupamentos dos alunos, durante algumas horas por semana, por um tempo determinado, com um trabalho direcionado à necessidade deles, seria uma forma de resgatar conteúdos, para elas importantes, e possibilitar que os alunos avançassem.

A ideia de um trabalho diferenciado para ajudar os alunos em defasagem nos conteúdos não era nova na escola, uma vez que a dificuldade deles já era conhecida e havia, por parte das professoras, a intenção de fazer algo que os ajudasse.

Para aquelas professoras, já estava claro como seriam operacionalizadas as turmas flexíveis, embora elas não tivessem mencionado algo sobre o número de alunos por turma e as implicações de se ter, possivelmente, turmas com um número excessivo de alunos. A dificuldade delas estava em fazer os planejamentos didático-metodológicos e as atividades para os momentos de trabalho com os alunos. Sendo assim, nosso trabalho consistiria em auxiliá-las no desenvolvimento desses planejamentos do que seria trabalhado nas turmas flexíveis.

A ideia das professoras, naquele momento, era de que os grupos seriam organizados a partir do domínio dos alunos na resolução das operações, ou seja, um grupo para o trabalho com a adição e subtração, outro grupo para a multiplicação e divisão e um terceiro grupo que continuaria com os conteúdos do 5º e do 6º anos, classificados como apresentamos no quadro 4.

Quadro 4 - Organização das turmas flexíveis

Ciclos de Formação	Anos de escolaridade
Grupo 1	Alunos que não dominavam a adição e a subtração.
Grupo 2	Alunos que já somavam e subtraiam e tinham dificuldades na multiplicação e na divisão.
Grupo 3	Alunos que não tinham dificuldades com as operações e que, poderiam acompanhar os conteúdos do 5º e do 6º anos.

Fonte: Elaborado pela autora

A coordenação da escola já havia criado um horário semanal para que o trabalho acontecesse no turno de aulas dos alunos. Desta forma, os alunos do 5º ano formariam os agrupamentos nas segundas-feiras e quartas-feiras; e os do 6º ano, nas quartas-feiras e sextas-feiras. As professoras acordaram entre elas quem assumiria cada grupo e esta escolha se deu pela afinidade/facilidade de cada uma com os conteúdos que seriam trabalhados.

Para a organização dos alunos em cada grupo, as professoras utilizaram duas formas de diagnóstico: os alunos do 6º ano que, por serem provenientes do turno da tarde, não eram conhecidos das professoras no turno da manhã, realizaram uma avaliação diagnóstica para que elas pudessem identificar quais as dificuldades nas operações eles apresentavam; já os alunos das turmas do 5º ano, foram enturmados de acordo com a observação das professoras, pois elas trabalhavam com eles desde o 4º ano e conheciam suas dificuldades.

Nesse trabalho, quando escrevermos a palavra turma, estaremos nos referindo àquelas com as características descritas acima e que foram foco dessa investigação. Quando não for o caso, usaremos a palavra turma seguida do ano a que ela se refere.

4. ANÁLISE DOS ENCONTROS

> *A formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal. Por isso é tão importante investir a pessoa e dar um estatuto ao saber da experiência.*
>
> Nóvoa, 1997, p.25.

Neste capítulo serão analisados os encontros realizados durante a formação continuada já descrita, assim como os resultados das avaliações diagnóstica e da 2ª etapa.

4.1 O primeiro encontro – a determinação que nos move

Nesse encontro, participaram dez professoras. Destas, seis eram as regentes das turmas dos 5º e 6º anos (Ana, Lia, Ângela, Beatriz, Maria e Raquel), a coordenadora do turno da manhã (Laura), duas professoras do Projeto de Intervenção Pedagógica – PIP (Sônia e Viviane), e uma professora da turma de Correção de Fluxo (Regina).

Nosso primeiro questionamento às professoras foi o motivo pelo qual optaram pelas turmas flexíveis[5]. A resposta da professora Ana apontou para a dificuldade dos meninos: “temos muitos meninos no último ano do 2º ciclo que não sabem as contas de adição e subtração”. As professoras concordaram com Ana e ela continuou explicando a percepção que tinha das dificuldades dos alunos:

> Pensa em um menino que no 6º ano ainda não sabe soma e subtração, e que está na mesma turma que tem meninos que já venceram esta etapa e estão na multiplicação e divisão. (ANA)

---

[5]O termo turmas flexíveis foi detalhado no capitulo 3.

A angústia das professoras em relação à aprendizagem dos alunos se justifica, pois, com base nas Diretrizes Curriculares da RME/BH, essas competências já deveriam ter ser sido trabalhadas e as operações utilizando estratégias pessoais e as técnicas algoritimicas já deveriam estar consolidadas.

Segundo as Proposições Curriculares da RME/BH (BELO HORIZONTE, 2009), as quatro operações fundamentais com os números naturais devem ser exploradas desde o 1º ano, a partir das estratégias pessoais dos alunos e, gradativamente, vão sendo incorporadas como estratégias para a resolução de problemas. Nesse transcurso, o aluno constrói estratégias de cálculo mental, estimativa, uso da calculadora e as técnicas convencionais de cálculo. Entre o 3º e o 4º anos, o aluno deve ter um repertório de cálculo consolidado da adição e da subtração e no 5º ano, as operações de multiplicação e a divisão. Nesse documento, há uma indicação de fluxo orientando a organização dos processos escolares, sinalizando em qual perspectiva os conteúdos devem ser trabalhados nos anos de escolaridade, indicada por: I (Introduzir), T (trabalhar), C (consolidar), R (retomar)[6].

No quadro 5, pode ser verificado um recorte das Proposições Curriculares, no que diz respeito às capacidades/habilidades da adição e subtração no 1º e 2º ciclos.

[6]**Introduzir (I)** – significa um primeiro tratamento escolar de um conceito, que busca articular o que o estudante já sabe com a nova situação-problema. **Retomar (R)** - significa que o estudante já está aprendendo algo novo e que, para isso, há uma nova abordagem daquilo que já foi ensinado. Promove uma nova e diferente oportunidade de desenvolvimento para os alunos. **Trabalhar (T)** – Tipo de abordagem que explora de modo sistemático as diversas situações problema que promovem o desenvolvimento das capacidades/habilidades que serão enfocadas pelo professor. **Consolidar (C)** – Esse é o momento em que se formaliza a aprendizagem de acordo com a capacidade que foi desenvolvida, na forma de resumos, sínteses e registros com a linguagem adequada a cada área disciplinar. (BELO HORIZONTE, 2009).

Quadro 1 - Recorte das Proposições Curriculares da RME/BH para o ensino da Matemática no bloco Números e Operações, Álgebra e Funções

Capacidade/habilidade Bloco: Números e Operações, Álgebra e Funções	Ciclo de Formação Ano do ensino fundamental					
	1º Ciclo			2º Ciclo		
	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Utilizar estratégias pessoais para resolver						
a) adição,	I	T	C	R		
b) subtração,	I	T	C	R		
c) multiplicação,			I/T	T/C	R	
d) divisão,			I/T	T/C	C	R
Utilizar técnicas convencionais para resolver						
a) adição,		I	T	T/C	C	R
b) subtração,		I	T	T/C	C	R
c) multiplicação,			I	T	C	R
d) divisão,				I/T	C	R

Fonte: Proposições Curriculares RME/BH

Na percepção das professoras, as turmas flexíveis organizadas como já descrevemos, poderiam “alavancar” a aprendizagem dos alunos, pois, como Ana justificou, “você vai direcionar os meninos nos grupos, em uma aula especifica para cada dificuldade”.

Inferimos, a partir do exposto por Ana, que identificar as dificuldades dos alunos e a possibilidade de poder saná-las nas turmas flexíveis era o desejo das professoras. Entretanto, o principal motivo pelo qual solicitaram a formação continuada em serviço de Matemática era a dificuldade em saber como trabalhar em sala de aula a Matemática necessária para que pudessem ajudar os alunos. Essa demanda das professoras pode ser percebida na fala de Lia:

> O que fazer com esses meninos? A gente já sabe da dificuldade deles, isso a gente detectou, né? O problema maior é como ajudá-los. A gente precisa de um suporte efetivo de como desenvolver na sala de aula. Eu não sei como começar. (LIA).

O problema que as professoras queriam resolver dizia respeito às dificuldades dos alunos com as operações, entretanto, supomos que elas ainda não conseguiam identificar por que eles não conseguiam operar, nem qual tipo de pensamento matemático seria necessário desenvolver com os alunos para que eles resolvessem as operações com eficácia.

Entendemos que a preocupação das professoras era procedente e pertinente, no entanto, talvez merecesse igual ou maior atenção a necessidade que as elas sentiam do suporte relacionado ao conteúdo, à metodologia e ao trabalho com as tarefas em sala de aula. Essa necessidade fica explicitada na fala de Sônia, que descreve como era sua dificuldade na preparação das aulas: “eu tinha que correr daqui e dali perguntando para as colegas como fazia isso, como resolvia aquilo. O inicio foi muito difícil.”

Ana corroborou a fala de Sônia:

> [...] é um exercício muito grande, pois além de saber a Matemática, eu tenho que ter uma didática para passar para o meu aluno o meu conhecimento. Não resolve eu saber, eu posso saber demais para mim, mas não tenho a didática, então é difícil, mesmo que você domine o conteúdo, você tem que saber como atingir o seu aluno. (ANA).

Ana ainda revelou que partilhava com seus alunos a dificuldade que tinha com a Matemática e como conversava com eles durante as aulas:

> Eu falo assim com os meninos: fiquem quietinhos, vamos concentrar que para mim não é fácil, eu não me formei em Matemática, me formei em Pedagogia, a gente vê de tudo um pouco. (ANA).

A fala de Ana deixa evidente que ela sente a necessidade de saber mais Matemática e que esse conhecimento pode não ter sido assegurado na sua formação. Sobre esse fato, Cury e Pires (2004) afirmam sobre a importância de considerar, na formação dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, as especificidades da etapa da escolaridade em que eles atuam e o domínio de conteúdos a ensinar.

A professora Ana ainda faz uma reflexão que diz respeito ao conhecimento matemático do professor para ensinar. Para ela, o conhecimento de uma professora que ensina Matemática é diferente do conhecimento matemático de uma pessoa comum: “Tem muita diferença, mesmo tendo sido uma aluna excelente em Matemática, ir lá para frente e dar aula, para mim é um exercício.” É interessante observarmos na fala de Ana como ela se qualificou como tendo sido uma ótima aluna em Matemática. Sobre esse aspecto Serrazina (2014) enfatiza que o conhecimento matemático que a pessoa comum tem para si própria não é suficiente para ensinar Matemática, pois, além de compreender conceitos e procedimentos, é necessário, também, conhecer os seus fundamentos conceituais.

Ainda sobre o conhecimento matemático do professor, Ponte (1994) afirma que o reconhecimento de que é importante o domínio do conteúdo já é há muito conhecido, entretanto, é recente a preocupação com o "como ensinar". O mesmo autor atribui a Lee Shulman (1986) a identificação de um domínio entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, que ele chama de "conhecimento didático do conteúdo*"*. Esse domínio se caracteriza por um profundo conhecimento das matérias de ensino e as formas mais convenientes de apresentá-las aos alunos, buscando a aprendizagem.

Também nesse encontro, as professoras manifestaram suas dificuldades com a escolha dos recursos didáticos para serem utilizados em sala de aula. Elas não utilizavam o livro didático do 5º e do 6º anos, pois achavam muito difícil para os alunos e para elas também. Quando perguntamos como elas estavam trabalhando o SND, Ângela responde: "[...] nós temos uma gama muito grande de exercícios xerocados, [o trabalho com] o sistema de numeração está muito no começo... estamos fazendo assim".

A dificuldade na escolha do material didático também é descrita por Ana quando diz:

> Sabe qual que é hoje, para mim, o meu maior entrave? Eu quero saber o que utilizar, que material utilizar para os meninos, porque, por enquanto, é o que Ângela falou, só tenho cuspe e pincel, entendeu? Eu quero atrair esse menino... Porque eu acho que a partir do momento que for atrativo, eles vão aprender, mas não é fácil sair da zona de conforto. (ANA).

Notamos, então, que Ana desejava escolher com propriedade as tarefas que, para além de ensinar Matemática, fossem atrativas, motivando os alunos a realizá-las. Para Llinares (2007 p.3), o ensino de Matemática é uma prática que se caracteriza por: "realizar tarefas que tenham uma finalidade, fazer uso de procedimentos e poder justificar seu uso" (tradução nossa). Ainda para esse autor:

> Ao considerar o "ensino da matemática" como uma prática que tem que ser compreendida e aprendida, podemos identificar algumas atividades que a articulam e as habilidades profissionais que permitem realizá-las. Por exemplo: observar, diagnosticar dando

> sentido às produções dos alunos, planejar as ações, avaliar e gerenciar as discussões valorizando e reforçando as diferentes contribuições dos alunos. (LLINARES, 2007, p.3). (Tradução nossa)[7].

Ainda sobre a importância da escolha de tarefas adequadas ao ensino da Matemática, Ponte (2005) afirma que a aprendizagem dos alunos é resultado, principalmente, de dois fatores: a atividade que realizam e a reflexão que fazem sobre ela. Assim, estar envolvido em uma atividade pressupõe realizar uma tarefa, que pode ser determinada pelo professor, pelo aluno ou negociada por ambos. A tarefa pode ser explicitada no inicio do trabalho ou ir surgindo no decorrer dele. É propondo tarefas adequadas que o professor pode promover a atividade.

Quando discutíamos com o grupo a dificuldade na escolha do material didático e da proposição de tarefas para os alunos, a professora Sônia expôs sua experiência com a Matemática. Ela pediu a palavra e disse:

> [...] Matemática é ruim demais gente! Nossa Senhora! Eu tenho muita dificuldade... Eu comecei a desenvolver o trabalho com a Matemática de tanto que eu sofri. São muitos os traumas que passei na minha vida por causa da Matemática. Hoje eu procuro trabalhar com os alunos sem causar sofrimento que passei por ele. (SÔNIA).

Isso mostra, como nos diz Damásio (1996), que um sentimento em relação a um determinado objeto está relacionado à subjetividade da percepção do objeto, à percepção do estado corporal criado pelo objeto e à percepção das modificações de estilo e eficiência do pensamento.

Assim, entendemos que Sônia revelou, em sua fala, seus sentimentos em relação à Matemática. Ainda partindo desse pressuposto colocado por Damásio (1996), é possível admitir que esses sentimentos sejam organizados a partir das crenças e experiências dos alunos e professores com a disciplina. Chama a nossa atenção o fato de que, mesmo relatando uma experiência traumática com a Matemática, a professora Sônia vê em sua vivência um

---

[7] Al considerar la "enseñanza de las matemáticas" como una práctica que tiene que ser comprendida y aprendida podemos identificar algunas actividades que la articulan y algunas habilidades profesionales que permiten realizarlas. Por ejemplo: observar; diagnosticar - dotar de significado a las producciones de los alumnos; planificar –determinar planes de acción-; evaluar – tomar decisiones sobre cómo, dónde, y qué hacer con la información. (LLINARES, 2007, p.3).

motivo para desenvolver um trabalho com a disciplina. Essa atitude da professora revela sua intenção de prevenir que seus alunos não vivenciem a mesma experiência pela qual ela passou. Por outro lado, os sentimentos em relação à Matemática, revelados por Sônia, não são muito positivos, e poderiam influenciar sua prática de sala de aula, pois, como afirma Tardif (2002, p.73), os saberes construídos antes da entrada no curso destinado à formação de professores influenciam sua pratica profissional. Esse autor afirma que "as experiências escolares anteriores e as relações determinantes com professores contribuem para modelar a identidade pessoal dos professores e seu conhecimento prático."

A fala de Sônia foi encorajando e despertando, nas professoras, o desejo de relatarem seus sentimentos em relação ao aprendizado da Matemática. Lia nos disse que:

> Todo final de ano era um sofrimento para passar em Matemática. Tinha aula particular... Um sofrimento. Eu não aprendia. No vestibular, eu chutei em todas as questões de Matemática a mesma letra para não zerar a prova, fiz cinco pontos e passei... Foi assim. Eu desisti da prova, eu não dava conta. (LIA).

Os sentimentos explicitados por Lia também revelam a dificuldade dela enquanto estudante e como suas experiências levaram-na, em determinado momento, a desistir de uma tarefa e a se sentir incapacitada.

Como podemos notar, as falas dessas professoras vêm carregadas de sentimentos negativos, causados pelas suas experiências, sentimentos esses que, segundo Tardif (2002), interferem na sua prática profissional, uma vez que estão associados à sua história de vida pessoal e escolar.

Em contrapartida, Ana diz não ter o mesmo sentimento relatado por Sônia, quando nos fala sobre sua vivência como aluna de Matemática:

> Sônia, existe a seguinte diferença: eu não fui uma aluna sofrida em Matemática. Muito antes pelo contrário. Era uma das minhas melhores notas. Durante muito tempo eu pensei em fazer engenharia, por que fiquei pensando naquilo que eu era melhor, a Matemática. Mas uma coisa é ser estudante outra coisa é ser professora. (ANA).

As Lembranças de como aprenderam Matemática na Educação Básica também foram trazidas à tona pelas professoras. Lia descreveu que:

> Eu aprendi Matemática na decoreba. Tinha que decorar para a prova. Decorar a tabuada foi ruim, só automatizou. A gente só entende depois de muitos anos de escolaridade que aquele automatismo não te ajuda em muita coisa. (LIA).

Ana, ainda falando sobre a tabuada, comenta:

> A tabuada era traumática demais, porque a gente aprendia por decoreba e mesmo assim eu aprendi. Tinha uma batalha de tabuada que dava nota. Se você errasse, você perdia. E foi o que aconteceu também com a tabela periódica... Eu nem sei mais o que tem na tabela periódica. (ANA).

A forma como as professoras descreveram as aulas vivenciadas por elas nos remete a um modelo pautado em exercícios repetitivos, com uma valorização da memorização desprovida de significado em detrimento da compreensão dos conteúdos matemáticos. Esse tipo de aula é descrito por alguns autores, como D`Ambrósio (1989) e Skovsmose (2000), que nos falam de uma aula de Matemática que vem predominando já há algum tempo e que tem algumas características típicas. É uma aula expositiva, um monólogo, protagonizado pelo professor, que apresenta na lousa ideias e conceitos eleitos por ele como importantes. O papel do aluno é copiar da lousa para o caderno e fazer os exercícios que são apresentados logo após os exemplos feitos pelo professor. Os exercícios, na sua maioria, são repetitivos e é comum ouvir dos professores que quanto mais exercícios os alunos fizerem, mais Matemática eles aprenderão.

Maria ouve suas colegas e, dizendo ser muito mais velha que elas, relatou suas lembranças: “A Matemática que eu estudei foi essa da decoreba, mas eu tinha uma coisa a meu favor, eu, toda vida, gostava muito de Matemática, então, eu não achava nenhum sacrifício aquilo que era passado.”

Maria continua relatando como era a Matemática “do seu tempo”:

> O meu tempo é tão antigo que uma vez fui fazer um concurso e tinha lá uma questão de conjunto, que eu nunca tinha ouvido falar. Eu pensei assim: nunca tinha ouvido falar na Matemática moderna! Com aquilo tudo que eu aprendi, eu acertei a questão. Eu decorei tabuada, e eu sabia ler um problema e interpretar e nunca tinha trabalhado com material concreto, todo mundo aprendia. Ai eu fico pensando, hoje a gente tem material concreto para trabalhar tudo e as crianças estão sempre com as mesmas dificuldades. (MARIA).

A fala de Maria nos remete a Fiorentini e Miorim (1990) quando discutem sobre a utilização de material concreto. Para eles:

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da Matemática não garante uma melhor aprendizagem dessa disciplina. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p.6).

A partir dessas discussões, as professoras começaram a manifestar o desejo de iniciar o trabalho com os alunos nas turmas flexíveis, abordando o Sistema de Numeração Decimal. É bem verdade que não demonstraram muita confiança de que esse seria um bom início, mas, como Lia explica: “queremos trabalhar aquelas coisas de trocas, você sabe? (se dirigindo a nós) E jogos, nós queremos trabalhar com o concreto”, enfatizou.

Perguntamos qual objetivo de iniciar o trabalho com os alunos pelo SND, e se esse conhecimento iria ajudar na construção das operações. Elas não souberam dizer se havia relação entre o SND e as operações. Só queriam aprender como ensinar as operações para os alunos .

Assim, o primeiro encontro com as professoras revelou-nos suas fragilidades, ansiedades e desejos em relação ao ensino da Matemática para as séries iniciais. Um desejo de todas elas foi, sem dúvida, saber mais Matemática. Contudo, elas tinham consciência da necessidade de saber como ensinar também, e entenderam que sem esses dois “saberes” não era possível ensinar Matemática para os alunos de maneira eficiente. Essa parece ter sido a principal razão para as professoras terem solicitado a formação continuada em serviço de Matemática na escola. Nesse momento, entendia-se, que, provavelmente, como resultado da falta de preparo para lidar com os conteúdos de Matemática em sala de aula, as professoras se sentiram inseguras e reféns de suas experiências e de uma formação que deixou uma lacuna nessa área do conhecimento.

4.2 O segundo encontro – Valha-me Deus! Isso é muito complicado!

No segundo encontro, participaram as professoras Lia, Ana, Ângela, Patrícia, Viviane e Isabela[8]. Elas haviam iniciado o trabalho com as turmas e chegaram contando o que estava acontecendo. Segundo elas, o maior entrave que estavam vivenciando era o número de alunos nos agrupamentos. A indisciplina e a falta de interesse eram fatores que dificultavam o trabalho das professoras. O relato evidenciava que as turmas dos grupos I e II estavam com, aproximadamente, 42 alunos, o que contrastava muito como o número de alunos das turmas do 5º e 6º anos, que era de 30. Dessa maneira, a proposta de desenvolver um trabalho diferenciado nas enturmações estava se tornando uma ideia equivocada e arriscada.

Ainda sobre a dificuldade com a indisciplina dos alunos, a professora Isabela, visivelmente impaciente e nervosa, se manifestou e expôs o que estava acontecendo na sua turma. Vale dizer que Isabela estava na escola por apenas um mês em substituição à professora Maria, não havia participado das discussões do grupo a respeito da formação das turmas, além disso, não compartilhou do desejo delas de enveredar por esse projeto. Isabela relatou, então, que:

> Me desculpem, o projeto de vocês é bacana, mas eu fiquei com o grupo I , com 42 alunos dentro de uma sala... Os alunos mais difíceis das três turmas... Isto é impossível... Eu passei as duas aulas separando brigas, chamando a atenção... Sabe... Então está tudo muito bom, muito bonito, mas a realidade é outra completamente diferente. (ISABELA).

Lia concordou com a fala de Isabela e argumentou: "A disciplina é um dificultador, mas acho que à medida que os meninos perceberem que estão começando a dar conta da Matemática, eles vão se envolver... Eu acho."

A indisciplina dos alunos foi um dos temas que apareceram com frequência quando os professores relatavam as dificuldades e as tensões que

---

[8] Esta foi única participação de Isabela no grupo, pois estava substituindo a professora Maria que estava em licença médica.

se estabeleceram na sua relação com os alunos. Segundo Tardif e Lessard (2005), além dos problemas de concentração dos alunos e outros problemas como pobreza e depressão, a indisciplina na classe é a dificuldade mais vezes aludida, como o principal motivo de insatisfação dos professores. Para esses autores:

> Os professores apontam que as crianças de hoje são, geralmente, mais difíceis do que outrora. Mencionam problemas ligados à falta de respeito pelas pessoas e pelo material, crianças que amadurecem muito rápido, que são desabusadas, corrompidas. (TARDIF; LESSARD, 2005 p.153).

Diante da questão com a indisciplina, as professoras concordaram que o ideal seria que as turmas tivessem um número reduzido de alunos para que o trabalho com eles fosse, de certa forma, individualizado, mas essa era uma situação ideal e muito distante da situação real vivenciada por elas no cotidiano da escola.

A professora Ana, mesmo conhecendo as dificuldades que tem que enfrentar em sala de aula, tentou acalmar a colega e, ao mesmo tempo, parecendo querer colocar fim a uma discussão que para ela não seria muito proveitosa naquele momento, disse:

> Isabela, deixa eu te contar. Eu tenho 46 alunos na minha turma flexível, não é fácil, mas nós vamos ter que nos organizar, porque ou a gente vai bancar a situação, ou nós não vamos. A gente discutiu isso no final do ano passado, no inicio desse ano de novo, e a gente vai passar o ano inteiro discutindo essa situação? E os alunos, como ficam? (ANA).

É evidente que o número inadequado de alunos em sala de aula pode comprometer qualquer prática docente. No caso em questão, mais uma vez, ficou realçada essa premissa. Entretanto, a fala de Ana demonstrou vontade e coragem para tentar modificar um cenário que elas bem conheciam. Quando esta professora convidou as colegas para se organizarem para o trabalho, ela pareceu demonstrar disposição e interesse em fazer uma prática diferenciada com seus alunos. Contrariando essa disposição, notamos, que no atendimento aos alunos nas escolas, em geral, não há flexibilidade nos tempos dos professores nem espaço físico para que esses atendimentos ocorram. Questionamos se não haveria a possibilidade de dividir as turmas e o trabalho acontecer em outro formato, mas administrativamente isso não era possível.

Ressalta-se, ainda, que ficava claro, no nosso ponto de vista, que não havia, até aquele momento, uma reflexão das professoras sobre a ação que desejavam implementar que considerasse as dificuldades ao trabalhar com um grupo de alunos muito maior do que elas tinham habitualmente. Elas estavam conscientes de que não dispunham do conhecimento matemático suficiente para criar estratégias pedagógicas que auxiliassem os alunos nas suas dificuldades, fato pelo qual fomos convidadas para a formação. Entretanto, a forma como seria desenvolvido o trabalho parecia ser um equívoco, pois desconsiderava os empecilhos e as dificuldades que teriam que enfrentar nas turmas com elevado número de alunos.

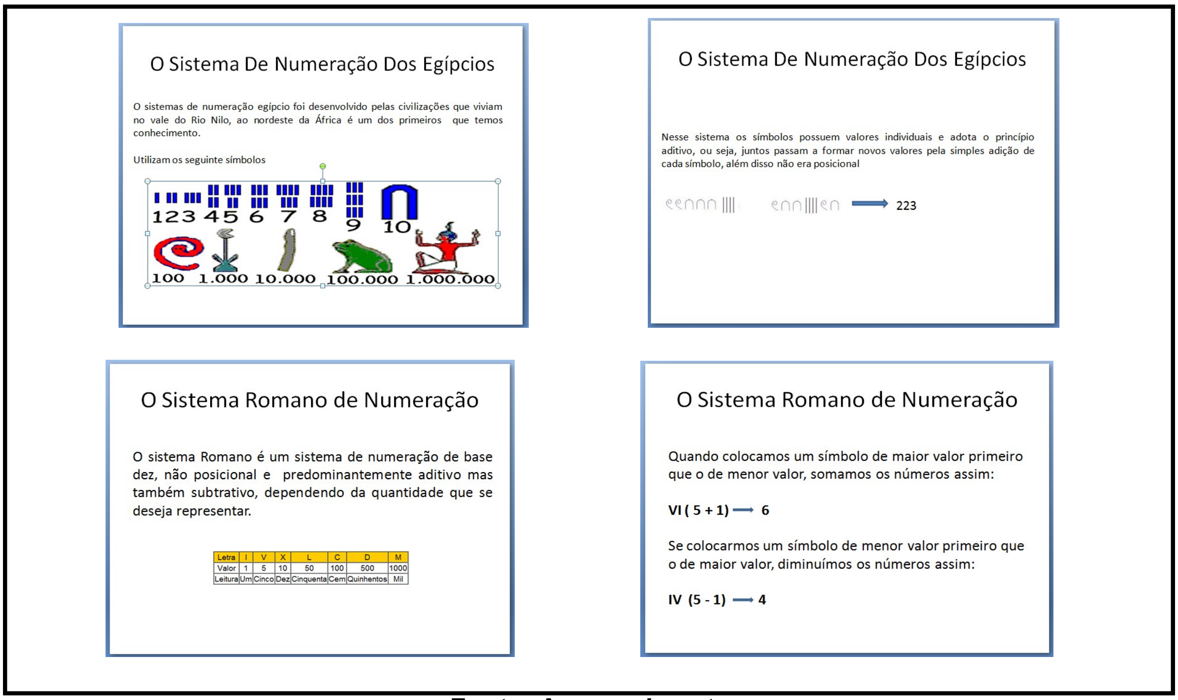
Tendo em vista a direção que a discussão estava tomando e percebendo o impasse que poderia gerar, propusemos iniciarmos o trabalho planejado para aquele dia. A professora Ana tinha em mãos a avaliação diagnóstica que havia possibilitado classificar os alunos do 6º ano nos agrupamentos.

Perguntamos às professoras se poderíamos ficar com algumas avaliações, pois julgamos conveniente analisar as respostas dadas pelos alunos por acreditarmos na importância de compreender, através dos registros deles, quais estratégias eram utilizadas na resolução das operações e buscar pistas que nos ajudassem a compreender o que as professoras entendiam por “dificuldade nas operações”. A professora Ana havia nos entregado dez avaliações de alunos que foram classificados para o grupo I e disse ter separado aquelas que haviam apresentado organização e escritas legíveis, permitindo uma análise do que eles haviam feito. A professora explicou, ainda, que das outras provas, 23 estavam praticamente em branco e as 8 restantes estavam “bagunçadas”. Ana mostrou-me essas 8 provas e o que percebemos é que, provavelmente, os alunos as haviam feito sem atenção, cuidado e um mínimo de organização. Este fato ocorria com frequência, segundo Ana, quando a atividade não “valia pontos”, e por isso, segundo ela, não era interessante analisá-las.

Retomando a questão dos erros nas operações, perguntei às professoras quais os conhecimentos prévios os alunos deveriam ter para resolver as operações de adição e subtração. Elas responderam que eles deveriam ter a ideia de número construída e “aquelas coisas de agrupar de dez em dez”. Esse comentário motivou nosso estudo sobre o sistema de numeração.

Iniciamos, assim, o trabalho, retomando dois sistemas de numeração: o romano e o egípcio, fazendo uma análise comparativa entre eles e o Sistema de Numeração Decimal. Apresentamos, em PowerPoint, as principais características dos sistemas egípcio e romano (FIG. 1).

Figura 1 – Alguns slides apresentados pela autora na formação



Fonte: Acervo da autora.

Discutimos as características dos dois sistemas de numeração e o grupo de professoras percebeu que, diferentemente do SND, eles não eram posicionais e que não possuíam o zero. Ao perguntarmos qual era a função do zero no SND, a professora Lia respondeu: “isso a gente trabalhou no 1º período, o zero não vale nada”. E a professora Viviane completou: “pois é, e a gente fala você é um zero à esquerda... para dizer que a pessoa não vale nada.”

Provoquei as professoras, perguntando qual era o papel do zero em números como: 10, 20, 1000... . Nesse momento, a professora Ana parece ter um *insight* e disse:

> Uai, nunca pensei nisso. A gente fala que o zero é a ausência de quantidade, mas, depois, para construir a base dez, ele significa muito sim. A importância dele é muito grande... Quando você transforma ele em dezena, faz muita diferença... Então, a gente ensina um conceito errado... Eu sempre falei na educação infantil que eu acho errado começar a ensinar número pelo zero, os meninos não têm condição de entender, porque para entender a base dez, ele precisa entender o significado do zero. (ANA).

Assim, debatemos a importância do algarismo zero para a construção do SND, pois ele representa a ausência de elementos em uma determinada ordem numérica. Percebemos que essa ideia ainda não estava clara para todas as professoras quando perguntamos quantas centenas havia no número 2037. A professora Isabela respondeu rapidamente: “Uai, não tem centena.” Continuamos questionando: “Podemos ter unidades de milhar sem ter centenas?” Novamente a professora Ana se posicionou da seguinte forma: “Olha como é difícil isso... Eu nunca me questionei isso. O número tem centena sim, tem tantas que já foram para a unidade de milhar.”

Apresentamos, então, o Quadro da Centena com o objetivo de perceber algumas regularidades que poderiam auxiliar na compreensão do valor posicional e como poderíamos expandir o quadro até 200, ou construir outros quadros de 200 a 300 e, talvez, chegar ate mil.

Figura 2 - Quadro da Centena

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Fonte: Elaborado pela autora.

Projetamos na lousa o quadro da centena (FIG. 2) e solicitamos às professoras que descrevessem as regularidades que elas observavam na organização dos números. A princípio, elas não se sentiram à vontade para expor as descobertas, mas à medida que as primeiras professoras se arriscavam, todas se manifestaram. Enquanto elas falavam, fomos registrando, na lousa, as descobertas, conforme apontado no quadro 6.

Quadro 2 - Registro das descobertas das professoras a partir da análise do quadro da centena

- ✓ Os números crescem de um em um nas linhas.
- ✓ Os números crescem de dez em dez nas colunas.
- ✓ O primeiro algarismo de cada número na linha é sempre igual a partir da segunda linha.
- ✓ O último algarismo de cada número na coluna é sempre igual.
- ✓ Os números da primeira coluna são ímpares, da segunda coluna são pares, e continua assim, impar, par, impar, par, até a coluna do 10.

Fonte: Elaborado pela autora

As professoras manifestaram o desejo de trabalhar com o Quadro da Centena em sala de aula, e a professora Ana sugeriu que o quadro poderia ser impresso e que, juntas, poderíamos elaborar algumas atividades para serem desenvolvidas com os alunos, pois elas acreditavam que eles gostariam das atividades, da mesma forma que elas se envolveram em descobrir as regularidades.

Assim, com a nossa mediação, as professoras construíram as questões para trabalhar com o quadro da centena que apresentamos a seguir (QUADRO 7):

Quadro 3 - Questões elaboradas pelas professoras para o trabalho com o Quadro da Centena em sala de aula

- ✓ O que acontece com os números que aparecem nas linhas?
- ✓ Como aumentam os números nas colunas?
- ✓ Qual o menor número do quadro?
- ✓ Qual o maior número de dois algarismos?
- ✓ Qual o maior número de três algarismos?
- ✓ Qual número está entre 79 e 81?
- ✓ Pinte no quadro o resultado da soma: 54 + 10.

Fonte: Elaborado durante a formação.

Depois de apresentarmos o Quadro da Centena, propusemos o uso da calculadora para dar continuidade ao trabalho de compreensão do valor posicional. Distribuímos calculadoras simples entre as professoras e colocamos a seguinte questão: “Como posso somar 53 + 5 se a tecla 5 da calculadora está quebrada?”

A professora Isabela resolveu a operação em voz alta: “Quero somar 53 + 5 e a tecla 5 está quebrada. É fácil! Faço 2 + 3 + 3 + 3 + 2.” Isabela foi digitando na calculadora enquanto falava. Quando percebeu que o resultado não foi o esperado, disse: “Uai, não deu certo. Valha-me Deus! Isso é muito difícil!”

A solução de Isabela foi discutida pelo grupo, e ela percebeu que seu erro foi não pensar no valor posicional dos algarismos. Coletivamente, as professoras construíram varias formas de resolver a questão proposta, decompondo os números 53 e 5 de formas a não usar a tecla 5. Ana sugeriu fazer da seguinte forma: “Posso fazer 40 + 10 + 3 + 2 + 3.” A partir da solução de Ana, surgiram outras formas como: 20 + 20 +10 + 4+ 1 ou 20 + 30 + 3 + 2 + 2 + 1.

A professora Viviane lembrou que a escola havia comprado calculadoras suficientes para trabalhar com os alunos em sala de aula e, mais uma vez, as professoras se mobilizaram para construir algumas atividades. A professora Ângela ponderou que o trabalho com a calculadora era muito bom, mas que iria esperar um tempo para trabalhar com os alunos, pois acreditava que eles ainda “não estavam preparados”. Na fala de Ângela, pode estar subentendida a sua própria dificuldade em desenvolver tarefas com o uso da tecnologia, que era algo novo para ela.

Porém, antes de as professoras elaborarem as atividades, discutimos a importância do registro que o aluno deveria fazer, explicando como havia pensado, e como as estratégias pessoais deles deveriam ser valorizadas e discutidas com os colegas.

No quadro 8, apresentamos as atividades que criamos em conjunto com as professoras.

Quadro 4 - Questões elaboradas pelas professoras para o trabalho com a calculadora

1. Como posso escrever o número 22 na calculadora se a tecla 2 está quebrada?
2. Escreva na calculadora o número 43. Qual operação você deve fazer para aparecer o número 23 na calculadora?
3. Como posso somar na calculadora 76 + 7 se a tecla 7 está quebrada? Escreva como você pensou

Fonte: Elaborado durante a formação.

O encontro já estava no final, quando Ângela disse:

> Até outro dia eu dava exercício de decompor sem entender o porquê... Então, eu dava o exercício porque estava no livro, sem entender qual o ganho disso... Eu estava pensando só no número, decompor o número pelo número, mas eu tenho certeza que eu não estou sozinha, por isso que eu falei (risos). (ÂNGELA).

A fala de Ângela nos levou a pensar em como o trabalho das professoras era feito, na maioria das vezes, sem significado para elas e, por consequência, sem significado para os alunos.

Sobre esse fato, Tardif (2002, p.261) diz que “ainda hoje, a maioria dos professores aprende a trabalhar na prática, às apalpadelas, por tentativa e erro”.

O segundo encontro com as professoras trouxe à tona a questão da indisciplina e como o elevado número de alunos dos grupos em sala de aula poderia colocar em risco os objetivos que elas desejavam alcançar. Porém, apesar dessa dificuldade, as professoras pareciam firmes no propósito de levar adiante as turmas, movidas pelo desejo de ajudar os alunos em suas dificuldades, sem, no entanto, refletirem quanto à viabilidade do projeto. O ambiente de confiança que começava a se estabelecer entre as participantes do grupo de formação permitiu que as professoras se envolvessem, expusessem e discutissem suas dúvidas em relação à Matemática, nos mostrando uma disposição em rever e reconstruir os conceitos necessários à sua prática.

4.3 Análises das questões aplicadas na avaliação diagnóstica

Terminado o segundo encontro, nos debruçamos sobre as avaliações diagnósticas que foram aplicadas aos alunos. O problema que as professoras queriam resolver era sanar as dificuldades nas operações que os alunos apresentavam. Entretanto, elas não conseguiam identificar por que eles erravam e nem qual tipo de intervenção elas poderiam fazer para ajudá-los.

Desta forma, nosso objetivo era identificar os possíveis equívocos matemáticos cometidos pelos alunos que, acreditávamos, poderiam direcionar nossas discussões nos próximos encontros com as professoras.

A avaliação era composta por cinco questões, retiradas de livros didáticos do 4º e do 5º anos. Destas, cinco eram situações-problemas e duas eram exercícios com operações. As professoras relataram que os alunos tiveram dificuldades, tanto na interpretação dos problemas, como na resolução das operações. Perguntamos o que eles erravam nas operações e as professores não souberam responder objetivamente, diziam apenas que as respostas estavam erradas e, sobre a resolução dos problemas, Lia disse: “Quando resolvem problemas, eles não conseguem descobrir qual o caminho que vão utilizar. Eles perguntam se “é de mais ou de menos?”, ou, simplesmente, perguntam “o que é para fazer?” Nos arriscamos a dizer que as professoras não tiveram nem a curiosidade de saber qual tipo de erro os alunos haviam cometido, nem, perceber o que eles conheciam e o que precisavam aprender. Talvez isso tenha ocorrido pela dificuldade que elas próprias sentiam em relação à Matemática.

Ana relatou que, no dia da avaliação, estavam presentes 93 alunos das três turmas do 6º ano. Destes, 41 foram classificados para o grupo I, 40 para o grupo II e 12 para III. Ou seja, aproximadamente 44% dos alunos do 6º ano demonstravam alguma dificuldade nas operações de adição e, subtração (grupo I); 43% dos alunos pareciam ter vencido a adição e a subtração e demonstravam algumas dificuldades na multiplicação e divisão (grupo II) e 13% pareciam não ter dificuldades com as quatro operações (grupo III)[9].

Recebemos, então, dez avaliações selecionadas por Ana para uma posterior análise. Nessa análise da avaliação diagnóstica, percebemos que havia, basicamente, três tipos de erros, categorizados da seguinte maneira: interpretação equivocada do enunciado da questão (C1), erros nos cálculos das operações com reserva que envolviam números de três ou mais algarismos (C2) e erros que demonstravam insegurança nos algoritmos das operações que desejavam realizar (C3). Para exemplificar os erros, usaremos as resoluções das questões 1 e 5. A escolha da questão 1 se deveu ao fato de que ela se relaciona à importância do valor posicional na utilização do algoritmo formal, assunto discutido pelas professoras no segundo encontro. Já a questão 5 foi escolhida por tratar exclusivamente dos algoritmos das operações de adição e subtração.

Nessa questão, percebemos um equívoco no enunciado que solicitava aos alunos que armassem e efetuassem as operações, pois as letras (c) e (e) eram expressões numéricas que apresentavam parênteses e, por isso, necessitavam que os alunos conhecessem as prioridades das operações e dos símbolos de restrições. Percebemos, portanto, que as professoras confundiram atividades que envolviam exclusivamente processos algoritmos com atividades com as expressões numéricas que configuravam um nível de dificuldade diferente do proposto no enunciado.

A questão 1 (QUADRO 9) tratava de um problema.

---

[9] A classificação dos alunos em grupos, feita pelas professoras, era, como já descrita anteriormente, uma de forma de agrupá-los nas turmas flexíveis, segundo suas dificuldades.

Quadro 9 - 1ª questão da Avaliação diagnóstica do 6º ano

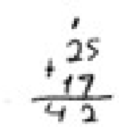
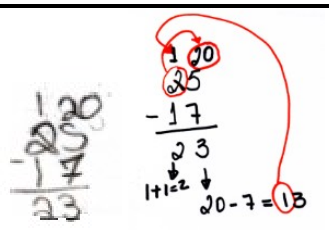
Quando Laurinha nasceu, o pai dela tinha 25 anos de idade. Hoje Laurinha tem 17 anos.
a) Quantos anos o pai de Laurinha tem a mais do que ela?
b) Quantos anos ela tem hoje?

Fonte: Questão elaborada pelas professoras do 6º ano

Sobre esta questão, é interessante notar que nove alunos não resolveram corretamente e um deixou de fazê-la. Dos nove alunos que fizeram a questão, observamos que oito erraram a estratégia utilizada para resolver a letra (a). Esses alunos somaram as idades (25 + 17), o que indica que a interpretação equivocada do termo “a mais”, pode ter influenciado na escolha dessa operação, mas resolveram o algoritmo corretamente. Dois alunos subtraíram as idades (25 – 17), e erraram a resolução do algoritmo.

Essa análise não foi feita pelas professoras, como percebemos na fala da professora Lia: “Não sei onde eles arrumaram essa conta. Não precisava fazer conta, a resposta já estava no problema, era 25 anos.” Além disso, elas não observaram que, apesar da estratégia equivocada, os alunos que realizaram a adição (25 + 17) resolveram, como dito anteriormente, o algoritmo corretamente. No quadro 10, exemplificamos os erros cometidos pelos dez alunos, segundo a categorização já feita, oito estão na categoria C1 e dois na categoria C2.

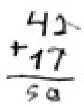
Quadro 10 - Análise da 1ª questão letra (a)

C1	C2
Interpretação incorreta do enunciado e operação realizada corretamente	Erro na realização do algoritmo escolhido pelo aluno.
	
	É provável que ele tenha pensado da seguinte forma: como não poderia subtrair 5-7, ele “pediu emprestado” 20 nas dezenas e subtraiu 20-7=13. Registrou 3 nas unidades e transportou 1 para a dezena (vai um). Não se lembrando de que estava resolvendo uma subtração, somou as dezenas restantes 1+1 = 2 e encontrou 23 como resposta.

Fonte: Elaborado pela autora

Na letra (b) dessa questão (QUADRO 11), por sua vez, observamos que os alunos que resolveram o problema adicionaram 17 ao resultado obtido na letra (a), o que nos mostrou um equívoco na interpretação do problema (C1). Já no exemplo categorizado como C2, a sua escolha se deu pela resolução do aluno ter nos intrigado, pois percebíamos que ele utilizava os passos do algoritmo aparentemente sem sentido.

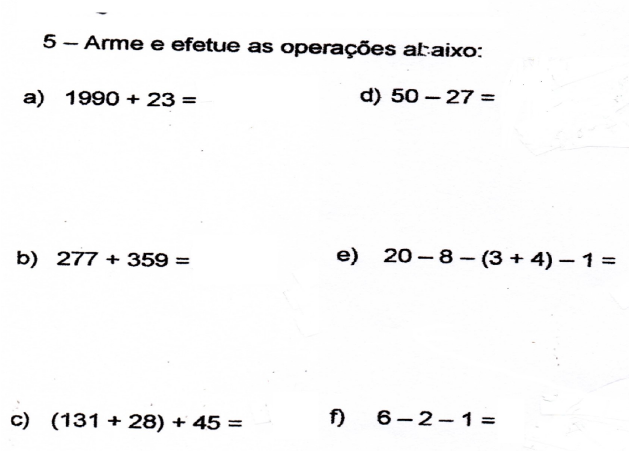
Quadro 11- Exemplos das operações realizadas na 1ª questão letra(b)

C1	
	

Fonte: Elaborado pela autora

A 5ª questão (FIG. 3) solicitava aos alunos que resolvessem quatro operações, utilizando o algoritmo e duas expressões numéricas.

Figura 3 - 5ª questão da Prova diagnóstico do 6º ano


5 – Arme e efetue as operações abaixo:

a) 1990 + 23 =

d) 50 – 27 =

b) 277 + 359 =

e) 20 – 8 – (3 + 4) – 1 =

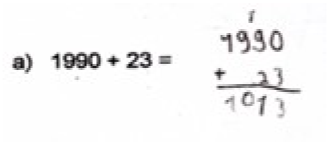
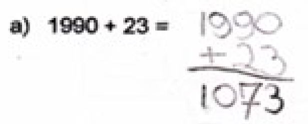
c) (131 + 28) + 45 =

f) 6 – 2 – 1 =

Fonte: Questão elaborada pelas professoras do 6º ano

Percebemos que os erros encontrados na questão 5 se enquadram nas categorias C2 e C3, sendo, os mais frequentes, os exemplificados no quadro 12.

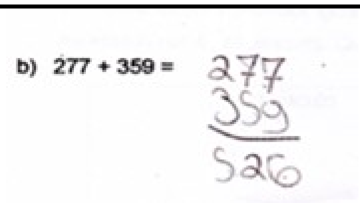
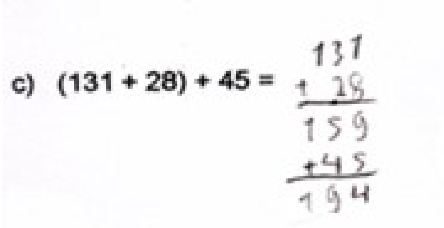
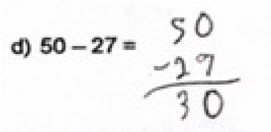
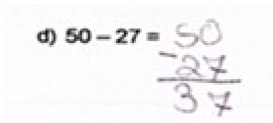
Quadro 125 - Análise das operações da 5ª questão letra (a)

C2	C3
 a) 1990 + 23 = 1990 + 23 1013	 a) 1990 + 23 = 1990 +23 1073
O aluno registrou corretamente o algoritmo e acertou parcialmente a operação, pois fez os reagrupamentos até a centena, deixando de reagrupar na unidade de milhar, o que fez com que ele errasse a operação.	O aluno registrou corretamente o algoritmo. Ao operar, percebemos que ele adicionou as unidades, mas subtraiu as dezenas, (9 – 2 = 7). Depois, provavelmente, ele adicionou 1 + 9=10.

Fonte: Elaborado pela autora.

Ainda na questão 5, letras (b), (c) e (d), exemplificamos algumas operações de alunos cujos erros foram categorizados como C2, já que demonstravam insegurança nos algoritmos nas operações que os alunos desejavam realizar. Esses exemplos encontram-se no quadro 13.

Quadro 136 - Análise das operações da 5ª questão letras (b), (c) e (d)

<table>
<tr><td colspan="2">5ª questão letra (b)</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td colspan="2">O aluno registrou corretamente o algoritmo e errou a operação, pois somou os valores absolutos dos algarismos sem fazer os reagrupamentos necessários. Além disso, ele desprezou o algarismo das dezenas ao somar 7 + 9 e ao somar 7 + 5.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5ª questão letra (c)</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Esse outro aluno resolveu corretamente a primeira operação utilizando o algoritmo, mas ao adicionar o último número errou, quando teria que fazer o reagrupamento na unidade. Ele desprezou o algarismo das dezenas que apareceu no resultado da soma dos algarismos da 1ª ordem.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5ª questão letra (d)</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>O aluno errou a operação, pois não fez a decomposição necessária quando o algarismo do minuendo é menor que o algarismo do subtraendo. Além disso, observamos que ele repetiu o algarismo 0, como resposta na 1ª ordem.</td><td>O aluno errou a operação, pois fez 7 - 0 = 7 e 5 – 2 = 3, não realizando a decomposição necessária.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora.

A expressão numérica proposta na letra (e) não foi resolvida por nenhum aluno. Todos a deixaram em branco, podendo inferir que isso aconteceu por se tratar, para eles, da exigência de um pensamento mais complexo.

A operação proposta na letra (f), 6 – 2 – 1, foi resolvida corretamente por todos os alunos, sem a utilização do algoritmo.

A análise dessas questões nos mostra que a maior dificuldade dos alunos estava na realização das operações que necessitavam da compreensão do valor posicional do número e do SND, atentando para o fato de que, também nesses conteúdos, foi percebido que as professoras igualmente se sentiam inseguras.

4.4 O terceiro encontro – Por que nunca me ensinaram isso?

No terceiro encontro estavam presentes as professoras Lia, Ana, Ângela, Maria, Patrícia, Viviane e Juliana. A professora Ana chegou animada apresentando Juliana que iria ajudá-la no grupo I do 6º ano. Juliana estava na escola substituindo uma professora em licença, e como tinha horários vagos, podia se organizar para auxiliar Ana. As duas professoras estavam trabalhando juntas, na mesma sala de aula, com um grupo de 42 alunos, pois na escola não havia disponibilidade de espaços para dividir a turma. Ana estava animada por mais um motivo: ela queria relatar como o trabalho com o Quadro da Centena havia acontecido na sua turma.

Ana nos contou que, além das atividades que havíamos elaborado no encontro anterior, ela e Juliana tinham pesquisado e encontrado outras atividades. Elas apagaram alguns números do Quadro da Centena e solicitaram que os alunos completassem o quadro com os números faltosos e propuseram, também, sequências numéricas como relata Ana:

> Sabe... Outra atividade que a Juliana fez e que eu os vi muito envolvidos: Ela foi lançando números e pulava, para eles entenderem qual era a dica daquela situação, então era de três em três, de cinco em cinco, de um em um. Eles custaram a descobrir uma situação que tinha o 67 um espaço e o 69. Uma menina perguntou: - mas professora, o que vai ser aqui? Eles tiveram muita dificuldade. (ANA).

Ana continuou descrevendo como a atividade aconteceu:

> Depois, a Juliana pediu que eles construíssem uma regra. Nessa atividade, você percebe o envolvimento deles... Tem menino, gente, que estava perturbando. Não são todos que se envolvem não. Eu tive que descer com seis para a coordenação, mas eu vejo também

> meninos que não se envolviam, que não se dedicavam, hoje fazendo as coisas, porque é algo que eles não conheciam. (ANA).

Ainda durante a aplicação das atividades com o Quadro da Centena, Ana nos contou que descobriu que os alunos não sabiam identificar números pares e ímpares, quando disse: “Descobri que os meninos não sabem par ou ímpar, gente... Eu pedi que colorissem para mim os números pares e eles tiveram muita dificuldade”.

Na narrativa de Ana, percebemos que as vivências na formação estavam lhe propiciando experiências autênticas e transformadoras, no sentido proposto por Larrosa (2002, p.27), como já dito. Para esse autor, “experiência é o que nos toca e, ao nos tocar, nos transforma”. As discussões do grupo e as tarefas sobre o SND que havíamos construído estavam sendo ampliadas e incorporadas à sua pratica, indicando que a compreensão que ela começava a ter sobre SND e as estratégias do seu ensino estavam permitindo que ela compreendesse o processo de aprendizagem dos alunos, distinguindo o que eles já sabiam; o que estavam aprendendo e o que eles ainda precisavam aprender. Ana estava se tornando segura, e a formação despertava nela o desejo de buscar o conhecimento da Matemática que ela sentia falta. Nesse sentido, nos diz Larrosa (2010) que:

> Na formação, a questão não é aprender algo. A questão não é que, a princípio, não sabíamos algo e, no final, já o saibamos. Não se trata de uma relação exterior com aquilo que se aprende, na qual o aprender deixa o sujeito imodificado. Aí, se trata mais de se constituir de uma determinada maneira. De uma experiência em que alguém, a princípio, era de uma maneira, ou não era nada, pura indeterminação, e, ao final, converteu-se em outra coisa. Trata-se de uma relação interior com a matéria de estudo, de uma experiência com a matéria de estudo, na qual o aprender forma ou transforma o sujeito. (LARROSA, 2010, p. 52).

Após o relato do feito por Ana, iniciamos o trabalho que havíamos planejado para o terceiro encontro. O objetivo desse encontro foi uma oficina sobre o sistema de numeração em outras bases, que foi solicitada pela professora Ana e teve o aceite de todo o grupo de professoras. Ana havia feito o seguinte comentário:

> Eu me lembro muito disso; nas aulas de Matemática na faculdade, a professora falava o seguinte: se para o menino a base 10 ainda é muito difícil, vamos começar na base 3. Vamos avançar para a base 5. Até ele chegar na base 10? Porque às vezes a gente acha que é

> muito bobo, para os meninos do 6º ano, 5º ano, e não é, e o menino não avança porque ela ainda não construiu, e a gente vai empurrando para ele coisas muito mais difíceis. Então, é por isso que eu estou te dizendo; às vezes, a manipulação é importante. Mas eu não me lembro de como é e não me sinto segura para fazer com os meninos. (ANA).

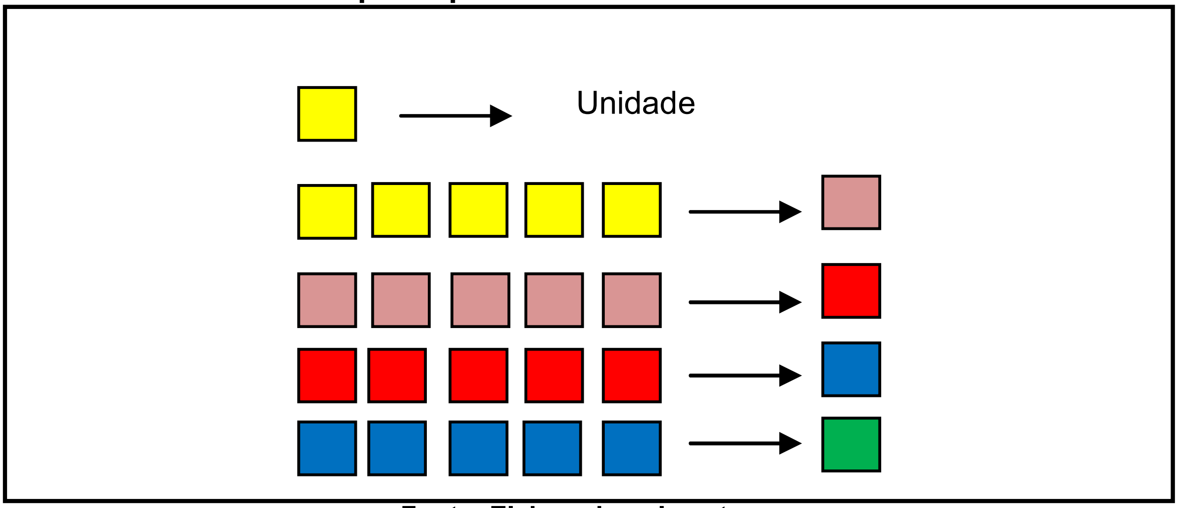
A ideia da professora Ana vinha ao encontro do nosso planejamento, que previa a possibilidade de trabalhar com os professores, durante a formação, o sistema de numeração em outras bases com material manipulativo em uma perspectiva de resolução de problemas. Aliado a isso, a análise dos registros dos alunos na avaliação diagnóstica sinalizou que deveria ser feita uma intervenção com eles, privilegiando a (re) construção do SND. Outro fato importante era a oportunidade de discutir sobre o desejo da professora Lia de aprender mais sobre: “aquelas coisas de agrupar de dez em dez”. Vislumbramos que, durante a oficina, elas teriam a oportunidade de vivenciar o processo de agrupamento de quantidades em uma ordem e a necessidade das trocas para uma ordem superior em base diferente da base dez, que elas já tinham, de alguma forma, internalizado. Não era nossa intenção que as professoras utilizassem a oficina com os alunos, mas, sim, oportunizar a elas um momento de vivência das mesmas regras utilizadas no SND em uma base diferente da base dez. Além disso, desejávamos que as professoras operassem em uma base diferente, utilizando apenas material manipulativo, pois, assim, elas teriam que pensar em novas estratégias, diferentes do algoritmo, a nosso ver, que elas utilizavam como a única possibilidade de resolver uma operação.

A oficina consistia em criar um sistema de numeração em uma base à escolha delas, diferente da base dez. Para tanto, levamos fichas recortadas em papel de várias cores. As professoras, organizadas em grupos, deviam relacionar o número de cores a serem utilizadas com a base escolhida. Ou seja, se a base fosse 5, por exemplo, deveriam escolher cinco cores diferentes.

Definidas a base e as cores, elas tinham que estabelecer um padrão hierárquico de trocas semelhante ao padrão existente no SND. Se a base escolhida fosse a base 5, tinham que ter cinco cores: amarelo, azul, vermelho, rosa e branco, por exemplo. Fazendo uma analogia com a base dez, cada agrupamento de cinco fichas de mesma cor deveria corresponder a uma ficha de outra cor, dando a ideia de ordens.

O padrão, então, poderia ser o seguinte: escolhendo a ficha amarela como sendo a de menor valor (a unidade nessa nova base), teríamos: 5 fichas amarelas correspondem a uma ficha rosa, cinco fichas rosas agrupadas corresponderiam a uma vermelha, cinco fichas vermelhas, quando agrupadas, corresponderiam a uma ficha azul e cinco fichas azuis, a uma ficha Verde, como representado na figura 4.

Figura 4 - Representação do padrão de trocas com as fichas como foi feito pelas professoras durante a oficina



Fonte: Elaborado pela autora.

A ideia do agrupamento em uma base diferente da base decimal não tinha a intenção de nomear as quantidades, como acontece naturalmente no sistema decimal, mas, apenas, flexibilizar o raciocínio para a sistematização das trocas que acontecem no nosso sistema numérico.

Assim, as professoras, naquele momento, poderiam estabelecer qualquer relação entre as cores das fichas, desde que respeitassem a base de troca, ou seja, a quantidade máxima de fichas em um agrupamento da mesma cor, que seria cinco. Estabelecido o padrão de trocas, cada grupo recebeu dois punhados de fichas amarelas para que elas pudessem contar e representar a contagem na base escolhida por elas. No Quadro 14, mostramos a representação de um dos grupos que recebeu uma quantidade de fichas amarelas e escolheu agrupá-las de cinco em cinco. Esse grupo contou cada um dos montes na base cinco, reagrupando as fichas dentro do padrão estabelecido no exemplo:

Quadro 14 - Representação da quantidade de fichas a partir do agrupamento na base 5 por um dos grupos

	Verde	Azul	Vermelha	Rosa	Amarela
1º monte		II		III	II
2º monte		I	III	I	

Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, pedimos que o grupo mencionado somasse o 1º monte com o 2º monte. Para realizar as operações elas teriam que se valer apenas das fichas, o que para elas constituiu um obstáculo, pois perceberam que só conseguiam operar utilizando o algoritmo formal.

Podemos observar como elas construíram uma estratégia a partir do diálogo entre Ana, Lia e Viviane, que operavam na base 5, como se segue:

> [Lia] “Eu não consigo ver como eu vou fazer essa operação. Só me ocorre juntar tudo e contar novamente.”
> [Ana] “Mas não é isso, deve ter uma forma.”
> [Viviane]: “Uai, tem jeito sim. Nesse monte tem 47...”
> [Ana] “Não Viviane, você voltou para a base 10. Estamos na base 5.”
> [Viviane]: “Nossa voltei para a base 10 novamente. Isso é muito difícil.”
> [Lia]; “Esse quadro que colocamos as quantidades é igual ao QP[10], né?”
> (dirigindo a pergunta a nós.)
> [Pesquisadora]; “Sim, o registro é semelhante ao que fazemos no QP.”
> [Ana] “Então, já sei. Juntamos as cores iguais. Mas, e se tiver mais de cinco fichas da mesma cor?”
> [Viviane]: “Faz a troca.”
> [Lia]: “Nunca me ensinaram isso. Quando comecei a fazer as operações, joguei o QP fora”.

As professoras não esconderam o prazer que essa descoberta trouxe a elas, apesar da dificuldade que sentiram. Ângela verbalizou como se sentiu e o que pensava enquanto jogava:

---

[10] Quadro posicional.

> Olha, eu achei muito difícil toda hora eu contava na base 10. É um exercício muito grande. Me senti perdida quando tive que fazer a soma. Será que os meninos têm a mesma dificuldade que eu tive quando a gente ensina as unidades, dezenas e centenas? (ÂNGELA).

Ao descrever seu sentimento, como visto, Ângela questionou sobre a possibilidade de seus alunos sentirem a mesma dificuldade que ela. Esse questionamento é importante, pois as experiências pelas quais elas passaram as levaram a refletir como os alunos poderiam sentir dificuldades ao construírem os conceitos sobre o SND. Como já dito, conhecer os alunos, prever as possíveis dificuldades que podem ter na compreensão dos conteúdos é um dos saberes essenciais do professor. (SERRAZINA, 2014).

Ainda refletindo sobre a fala de Ângela, podemos pensar que a formação continuada do professor deve ser feita em um ambiente que permita a experimentação, que os ajude a (re) significar sua aprendizagem até então pautada em processos repetitivos e desprovidos de significado.

Após o término da oficina, discutimos com as professoras como trabalhar o SND com os alunos, retomando a utilização de materiais concretos como o ábaco, o material dourado, o quadro posicional e fichas coloridas. O ábaco era desconhecido pela maioria das professoras. Ângela, por exemplo, disse que em dez anos de trabalho nunca havia utilizado esse recurso. Sugerimos o jogo “Nunca Dez” utilizando o ábaco, pois foi grande a curiosidade das professoras em aprender a utilizá-lo.

Antes de iniciarmos o jogo, discutimos com as professoras a importância de entendermos essa atividade como um momento de aprendizagem para os alunos. O caráter lúdico, próprio do jogo, não deve se sobrepor ao objetivo fundamental que é o ensino-aprendizagem da Matemática, conforme preconizam Fiorentini e Miorim (1990).

Sobre o uso dos jogos na sala de aula de Matemática, esses autores afirmam que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um “aprender” mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e porque faz. Muito menos um “aprender” que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p.6).

Nessa perspectiva, apresentamos, ainda, as regras do Jogo “Nunca Dez” (FIG. 5). As professoras não tiveram dificuldades em compreender o jogo e estabelecer as relações entre as trocas que foram feitas com as fichas na oficina das bases diferentes de dez e as trocas nas unidades, dezenas e centenas no ábaco.

Figura 5 - Regras do jogo “Nunca Dez” no ábaco

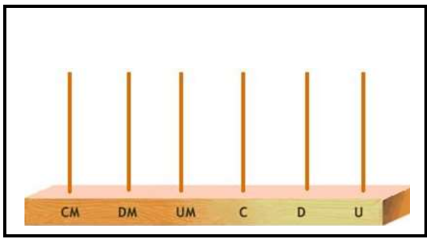
JOGO "NUNCA 10" NO ÁBACO

Objetivo

Compreensão da noção do número natural e das trocas realizadas quando fazemos agrupamentos de dez, da unidade para dezena, da dezena para centena e da centena para unidade de milhar.

Material utilizado

- 1 ábaco horizontal ou de pinos.
- 2 dados



Regras

1. O jogador lança os dois dados e soma os valores, obtendo um número de pontos, cada ponto do dado equivale a uma unidade. Em seguida, representa no ábaco a quantidade de peças correspondentes aos pontos obtidos na ordem das unidades. Quando se reúnem 10 peças nas unidades (U), o jogador deve retirá-las e trocá-las por uma peça na dezena (D). Se na jogada a soma dos dados for maior que 10, procede-se da mesma forma, contam-se as unidades, transfere-se para dezena e continua a contagem nas unidades. Em seguida, outro jogador tem a vez.

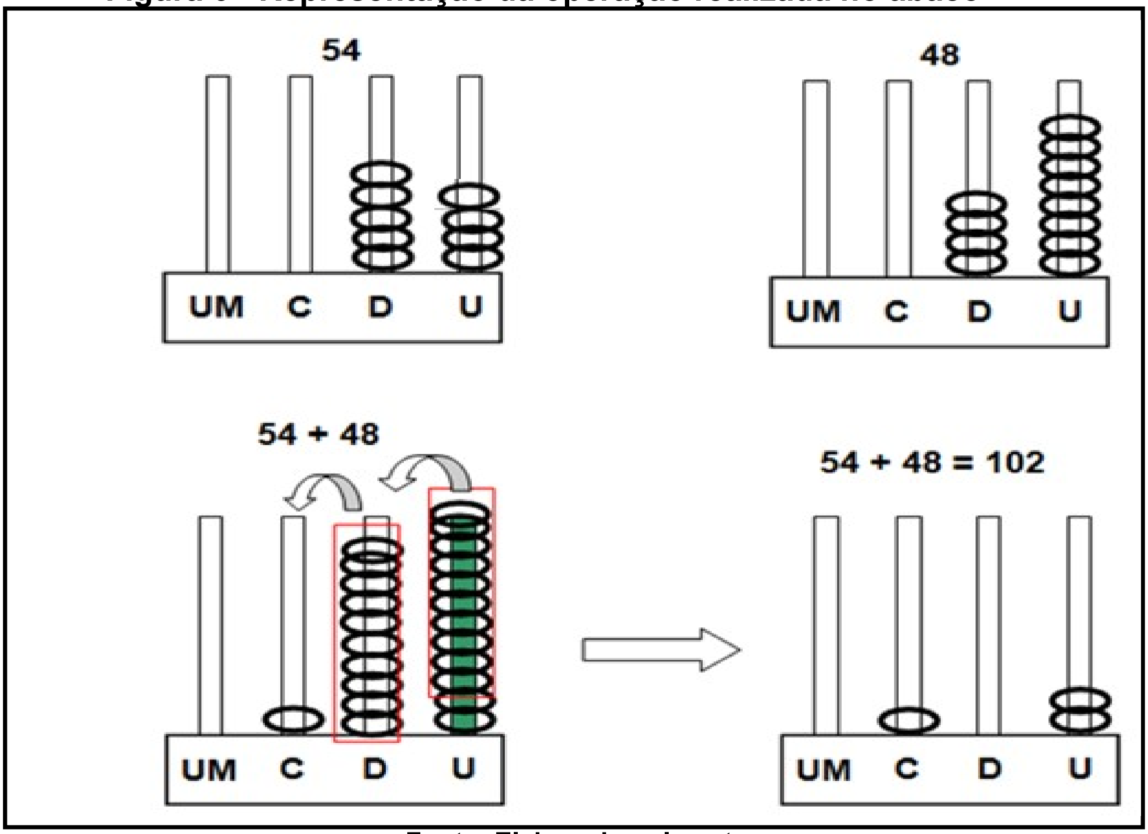
2. Quando um jogador tiver 10 peças nas dezenas (D), deverá trocá-las por uma peça da centena.

3. Ganha o jogo o jogadores que completar as 10 peças da centena e ocupar primeiro a casa da unidade de milhar.

Fonte: Elaborado pela autora.

Durante as discussões, a professora Ângela pergunta: “Estou pensando em uma atividade assim: para trabalhar com o ábaco, eu passo uma conta e mando os meninos resolverem no ábaco? Ou ao contrário?” Devolvemos a pergunta para o grupo e, diante da insegurança das professoras, representamos no ábaco a operação 54 + 48, realizando as trocas nas unidades e nas centenas (FIG. 6). Enquanto representávamos a operação no ábaco, fomos para a lousa e fizemos a mesma operação utilizando o algoritmo. Parece ter sido mais natural, naquele momento, para as professoras, atribuírem sentido aos termos “vai um” e “empresta um”, comumente utilizados por elas ao resolverem as operações de adição e subtração. Procuramos, desta forma, articular a utilização do material concreto e a sistematização da operação de adição, realizando, inicialmente, a operação no ábaco e fazendo, posteriormente, o registro na linguagem matemática da ação realizada.

Figura 6 - Representação da operação realizada no ábaco



Fonte: Elaborado pela autora

Em seguida, retomamos a operação 277 + 359 (FIG. 8) proposta na letra (b) questão 5 da avaliação diagnóstica.

Apresentamos as resoluções dos alunos que foram analisadas anteriormente e solicitamos às professoras que identificassem os erros cometidos. Não foi difícil para elas perceberem que os alunos não conseguiam fazer os reagrupamentos. Poderíamos dizer, portanto, que a técnica eles sabiam, pois realizavam corretamente as operações que não necessitavam de reagrupamento. O que faltava aos alunos, e que as professoras ainda não haviam percebido, era a compreensão do sistema de trocas do SND e do valor posicional dos algarismos, que têm papeis fundamentais na realização das operações utilizando o algoritmo.

Nesse momento, a professora Viviane, que estava calada e atenta à discussão, nos disse "Nossa, eu estava lutando para os meninos entenderem a centena! Não tem que lutar; tá tudo aí! Olha, isso valeu a formação!".

A professora Ângela concordou com Viviane, falando que:

> Na verdade, está tudo entrelaçado, não é? As operações e o jogo. Nada é separado; é tudo compartilhado. E nós aprendemos tudo separado. Essa é a grande dificuldade que a gente tem. Não é mesmo? (ÂNGELA).

Esse fato nos mostra que as professoras estavam fazendo descobertas matemáticas importantes acerca das operações. As experiências com a oficina, o jogo e a discussão sobre a forma como os alunos resolveram a questão da prova, que elas haviam vivenciado, pareciam ter permitido que elas pensassem por quais dificuldades os alunos poderiam ter passado quando o SND foi apresentado a eles. Dificuldades estas que também eram das próprias professoras. O movimento que elas fizeram de desconstrução e reconstrução das operações nos mostrou o quanto um aprendizado do futuro professor no qual a técnica foi privilegiada pode ser um limitador no exercício da sua função.

Sobre esse aspecto, Chevallard, Bosch e Gascón (2001) afirmam que:

> Para que uma técnica possa ser utilizada de maneira normatizada, deve aparecer como algo ao mesmo tempo correto, compreensível e justificado. A existência de uma técnica supõe também a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da técnica e de seu âmbito de aplicabilidade e validade. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p.125).

O desafio que as professoras tinham pela frente, então, era encontrar um caminho para trabalhar as operações com os alunos de uma forma que eles pudessem fazer as contas, justificar seu uso e compreender os procedimentos utilizados.

Já havíamos ultrapassado o tempo do encontro, e tivemos que encerrar a discussão com a aquiescência de todas de que o assunto do nosso próximo encontro seria as operações de adição e subtração.

4.5 O Quarto encontro - Acho que vou desistir! Eu não consigo!

No quarto encontro, participaram as professoras Lia, Ana, Ângela, Maria, Patrícia, Viviane e Juliana. Logo no inicio, Ana expôs sua preocupação na elaboração das avaliações que estavam se aproximando, pois, na escola, havia um calendário de provas a ser cumprido. Ela nos disse que as provas que ela elaborara até então não estavam mais adequadas para a nova forma de trabalho que estava desenvolvendo. Ana verbalizou sua angústia dizendo que:

> Os meninos estão aprendendo de outra forma do mesmo jeito que a gente está aprendendo. Eles estão aprendendo esta proposta, que é diferente daquilo que eles conheciam, entendeu? Minha aula está mudando, eu tenho que modificar minha avaliação também. (ANA).

Assim, Ana deixou claro que alguma mudança havia ocorrido na sua prática quando reafirmou:

> Eu tenho que tentar elaborar outro tipo de prova, senão a gente tem uma prática e, na hora de avaliar, eu volto para aquela concepção antiga? Vou trazer um monte de conta armada para o menino fazer? Não, né? Por isso que estou te falando que ainda me angustia um pouco porque é diferente. Pode ser que os meninos do grupo III já deem conta das coisas mais sistematizadas, mas aqui no grupo I, eu quero fazer a coisa diferente. (ANA).

Juliana, que dividia a turma com Ana, também se manifestou, dizendo:

> O que é interessante observar é que esse trabalho tem dado sentido para os meninos e eles têm vontade de fazer as atividades que propomos. Eles se arriscam mais em pensar estratégias próprias para o cálculo e têm vontade de dizer como estão pensando. Apesar do pouco tempo que temos nas enturmações, já dá para perceber o movimento deles. (JULIANA).

A fala das professoras nos fez pensar que, pelo menos Ana e Juliana estavam, de alguma forma, repensando e redefinindo suas práticas de sala de aula a partir dos encontros de formação, em um processo que poderíamos chamar de desenvolvimento profissional, conforme aponta Tardif (2002). Três aspectos nos chamaram a atenção, nesse caso: o primeiro é o fato de Juliana deixar claro que os alunos estavam participando das aulas; o segundo, é que ela os ouvia e valorizava suas respostas; e o terceiro ponto era a reflexão sobre qual tipo de avaliação deveriam fazer.

Ana nos disse que estava pesquisando em outros livros, mas as atividades não poderiam ser mais "copiadas", sendo necessário elaborar atividades que estivessem de acordo como a nova prática que elas estavam implementando nos grupos.

Além das novidades que traziam da sala de aula, Ana e Juliana nos contaram, visivelmente felizes, que alguns alunos do grupo I já haviam avançado para o grupo II. Ângela também relatou avanços que estava percebendo na sua turma e o que enfatiza é a disposição que percebia em muitos alunos para realizar as atividades propostas. Ela ainda nos contou que a sua maior surpresa foi ver os alunos resolvendo os problemas que ela propôs sobre o jogo "Nunca Dez", dizendo: "eu não acreditava que eles fossem capazes."

Iniciamos, então, a discussão sobre as operações como havíamos planejado no encontro anterior. Optamos por começar pelo cálculo mental, pois nos apoiamos no sentido que Parra (2001) dá a essa forma de pensar, que privilegia as diferentes relações numéricas apoiadas nas propriedades do SND e nas propriedades das operações, sem recorrer aos algoritmos que, para as professoras, era a única maneira de resolver uma operação. Muitas questões surgiram, pois, para a maioria das professoras, era a primeira vez que pensavam em outras estratégias de cálculo que não o algoritmo, ou, como elas diziam, a "conta armada".

Registramos na lousa a operação 137 + 29 e solicitamos que elas a resolvessem sem "armar a conta". A professora Viviane nos disse que mesmo não "armando a conta" no papel, ela fazia 9 + 7 dá 16 e que até "enxergava o vai um". Diferente de Viviane, Ana expõe como faria: "Olha eu faço assim 137 + 30 – 1. Isso é cálculo mental?" Ana descreve como pensou e nos conta que sempre procurou fazer as operações de forma rápida, mas que não acreditava que poderia trabalhar dessa forma com os alunos, pois achava muito difícil ensiná-los a operar desse jeito.

A forma como Ana resolveu a operação foi discutida pelo grupo e outras possibilidades de decomposição dos números foram surgindo. As professoras pensaram em resolver a operação fazendo: 130 + 20 + 7 + 9 ou 100 + 30 + 20 + 7 + 9. Sugerimos que as decomposições poderiam se apoiar nas centenas e dezenas inteiras e no 5, o que foi facilmente compreendido. Assim, outras decomposições como: 100 + 30 + 20 + 5 + 5 + 2 + 4 foram pensadas e julgadas simples por todo o grupo. Nesse momento, inferimos que a decomposição do número para realizar as operações fez sentido para elas.

A discussão sobre as diversas maneiras de calcular gerou uma insegurança nas professoras em relação a como trabalhar com os alunos o cálculo mental. Levamos ao conhecimento delas o texto: “Repertório básico para o desenvolvimento do cálculo” (ANEXO B), extraído dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1996, p.74-80), e analisamos algumas formas de ajudar os alunos a criarem um repertório de cálculo a partir da decomposição dos números, das ações de dobrar e adicionar 1, e da construção de listas de operações que tenham regras e padrões como 2 + 5, 2 + 15, 2 + 25 etc.

Essas descobertas mobilizaram as professoras a construírem uma sequência de atividades para o trabalho em sala de aula que apresentamos no quadro15.

Quadro 157 - Questões elaboradas pelas professoras para o desenvolvimento do repertório de cálculo

- ✓ Atividades de contagem de dois em dois, de três em três.
- ✓ Atividades para formar os números.

  Formando o cinco: 1+ 1 + 1 + 1 +1
  2 + 1+1 +1
  3 +1 +1
  4 + 1
  3 + 2
- ✓ Atividades ampliando para as dezenas

  Formando o cinquenta: 10+ 10 + 10 + 10 +10
  20 + 10+10 +10
  30 +10 +10
  40 + 10
  30 + 20
- ✓ Atividades de “dobrar e somar um”

  6 + 7 = 6 + 6 +1
  Ampliando para as dezenas: 60 + 70 = 60 + 60 + 10
- ✓ Atividades com grupos de operações utilizando padrões.

  6 + 5 = 5 + 6
  16 + 5
  26 + 5

Fonte: Elaborado durante a formação.

A proposta de elaborar atividades com as operações utilizando alguns padrões de repetição foi uma grande novidade para as professoras, pois elas julgavam, até então, que as operações deveriam ser o mais diversificas possível e que essa era a forma de o aluno aprender. Este fato nos remete, mais uma vez, ao conhecimento do fazer matemático que elas tinham e como este era desprovido de significado, um fazer mecanizado.

Após a discussão de algumas estratégias de cálculo mental, refletimos sobre sua importância e quando utilizá-lo. Retomamos, então, os algoritmos da adição e da subtração, utilizando a decomposição, buscando mais uma forma de auxiliar os alunos a compreenderem as técnicas operatórias. A intenção de decompor o número nas ordens e utilizar a estrutura com algoritmo (FIG. 7) é, mais uma vez, dar sentido ao “vai um” e o “empresta um”, como um processo de agrupar e desagrupar, segundo as regras do SND.

Figura 7 - Operação de adição com decomposição nas ordens

100	60	5
+200	70	6
300	130	11
	100 + 30	10 + 1

Fonte: Elaborado pela autora

A forma de armar a adição separando pelas ordens instigou as professoras a pensarem como se poderia utilizar o mesmo tipo de organização na subtração. E, juntas, resolveram a operação 217 – 58 (FIG. 8). A princípio, elas tiveram dificuldade em pensar como ficaria a decomposição, pois necessitavam desagrupar a dezena e a centena. Foi interessante observarmos de que maneira elas participavam da discussão e como, aos poucos, iam se sentindo seguras, como se desembaraçassem um nó, indicando que as operações começavam a ter outro significado para elas.

Figura 8 - Operação de subtração com decomposição nas ordens feita pelas professoras

	200	10	7	⇒	140	60	17
-		50	8	-		50	8
					140	10	9

Fonte: Elaborado pela autora

A partir da (re) construção das operações de adição e subtração, foi natural que elas quisessem fazer multiplicações e divisões utilizando outras estratégias. Discutimos a multiplicação na representação retangular e a divisão usando o processo de divisões sucessivas. Sobre essas últimas operações, as opiniões ficaram dividas entre utilizar ou não essas estratégias na sala de aula, pois algumas professoras sentiram alguma dificuldade em compreendê-las.

Viviane, de forma bem humorada, disse que: “Vamos com calma! É muita novidade de uma vez!”

A fala de Viviane nos fez pensar sobre como, para ela, tudo aquilo parecia novo e, também, sobre como esse poderia ter sido o pensamento de outras professoras. Quando se refere às estratégias como novidade, Viviane revela que esse conhecimento parece não ter sido tratado ao longo de sua vida acadêmica nem profissional.

Embora todo o grupo estivesse engajado no processo de (re) significação das operações, cada uma das professoras reagia, ao seu modo, a partir de suas vivências e sentimentos em relação à Matemática, ao “desempacotamento” que estávamos fazendo das técnicas operatórias, mas nem todas se sentiam confortáveis e prontas para assumir novas estratégias na sala de aula.

O pedido de “calma” de Viviane permitiu que Lia se manifestasse, e visivelmente emocionada, sem conseguir conter as lágrimas, nos disse:

> Eu estou tendo muita dificuldade e já pensei até em desistir, já falei com as meninas. Ah eu não quero isso mais não, não dou conta, não dá... Eu estou me matando e eu estou vendo que os meninos não estão com interesse nenhum em nada. (LIA).

Lia verbalizava a angústia que estava vivendo. A dificuldade com a “nova forma” de trabalhar a Matemática que estávamos discutindo era grande para ela, e estava sentindo que não conseguia envolver os alunos, como ela explicou: “já fiz o jogo “Nunca dez” mais de uma vez e eles numa bagunça, numa confusão! Não estão nem aí... Eles não têm interesse nenhum, eu não consegui despertar o interesse neles”.

Ana e Juliana tentaram ajudar a professora Lia, lembrando que a indisciplina dos alunos era uma marca forte na escola, mas, de certa forma, ela sempre havia lidado bem com esse fato. Entretanto, ela se mostrava desanimada e frustrada com o seu desenvolvimento na formação e com a condução dos trabalhos com os alunos nas turmas.

As professoras ficaram em silêncio e Lia continuou:

> Eu falei para os meninos hoje: não existe professor sem aluno, vocês entram aqui com as mãos nos olhos e nos ouvidos. Não literalmente; em um sentido figurado, porque a partir do momento que vocês entram sem interesse em aprender, vocês estão com os olhos e os

> ouvidos tampados e aí eu deixo de existir aqui dentro. Por que eu não existo se vocês não quiserem [...] (LIA).

A fala de Lia se legitima, pois é recorrente a tensão que se estabelece em sala de aula entre o professor, que é alguém cuja profissão é “fazer aprender”, (TARDIF; LESSARD, 2005) e os alunos, que nem sempre desejam ou não veem sentido nesse aprendizado.

Além disso, os sentimentos que a relação como os alunos gera nos professores são intensos e contraditórios. Se por um lado sentem alegria e gratificação, por outro sentem provações e todo tipo de dificuldades. Tardif e Lessard (2005) nos dizem que esta confrontação causa certa deterioração e uma tensão nervosa, que levam, às vezes, ao esgotamento profissional, e mesmo à dúvida sobre a capacidade de exercer essa profissão.

O desânimo e o choro de Lia colocaram fim à discussão sobre as operações. Era momento de ouvir seu desabafo e acolhê-la diante da fragilidade que vivia.

É importante lembrar que, no primeiro encontro, Lia nos contou como a aprendizagem da Matemática havia sido difícil para ela durante sua vida escolar e que, por ocasião do vestibular, ela desistiu de fazer a prova, marcando uma única letra no gabarito para não “zerá-la”. Provavelmente, o sentimento negativo sobre a Matemática que ela trazia influenciava seu desempenho, ao levar atividades que estamos discutindo para a sala de aula, o que poderia contribuir para o desinteresse dos alunos. Serrazina (1999) nos alerta para o fato de que:

> Para desenvolver a capacidade de criar tarefas mais estimulantes, o professor necessita de aumentar a sua compreensão matemática, de relacionar os conhecimentos matemáticos, de ter uma atitude aberta para experimentar novas tarefas. (SERRAZINA, 1999 p. 26).

4.5 O Quinto encontro- Isso é só o inicio!

No quinto encontro estavam presentes as professoras Lia, Ana, Juliana, Ângela, Beatriz, Laura, Viviane e Sônia. Nesse dia, tivemos menos tempo que o previsto, pois as professoras foram convocadas pela diretora para uma reunião com todos os professores da escola no horário do encontro de formação.

O encontro aconteceu após o recesso de julho e, logo no início, as professoras sinalizaram o desejo de fazer uma reflexão do que havia ocorrido nas turmas e com elas próprias durante o primeiro semestre. A professora Ana iniciou descrevendo o resultado da avaliação da 2ª etapa que ela havia aplicado no grupo I. Ela ficou surpresa após corrigir as avaliações e nos disse: "levei um susto! Somente três alunos conseguiram a média na prova. Então falei, pronto, e ai? Não está dando certo."

Ana considerou que a nota da avaliação não refletia o resultado dos trabalhos que ela vinha fazendo na turma e decidiu chamar alguns alunos para conversar. Contou-nos que escreveu as questões da avaliação no quadro, leu para os alunos e pediu a eles que respondessem oralmente as questões e relatou aliviada: "é impressionante; eu vi que eles davam conta de tudo." Esse fato levou Ana a concluir que a dificuldade que os alunos tiveram ao resolver as questões da avaliação estava relacionada com a leitura e a interpretação e não com o conhecimento matemático.

A professora Ana certificou que 90% dos alunos – aqueles que tiveram as piores notas – tinham a mesma dificuldade na interpretação das questões, pois, quando ela fez a leitura da prova, a maioria conseguiu resolvê-las, e, mais: se sentiam felizes em respondê-las corretamente. Ana estava convencida, então, de que os alunos não conseguiam ler e interpretar os enunciados das questões.

As reflexões de Ana deixaram o grupo de professoras em silêncio. Ângela se manifestou dizendo que já havia pensado sobre a possível dificuldade de leitura dos alunos a que Ana havia se referido, mas não havia tido a iniciativa de ler para eles.

Ana tinha em mãos as avaliações corrigidas e permitiu que as levássemos para análise[11].

---

[11] A análise da avaliação da 2ª etapa foi realizada após o quinto encontro, pois não teríamos tempo para discuti-la e julgamos ser mais importante, naquele momento, ouvir o relato das professoras.

Ana se deu conta do avanço que os alunos tiveram na Matemática quando eles refizeram a prova oralmente, a partir das explicações que ela deu sobre o enunciado das questões, mas percebeu, também, que tinha outros indícios de como eles estavam se comportando em sala de aula que lhe permitiam ver como eles estavam se desenvolvendo. Ela continuou, então, seu relato, nos contando como ela os via agora.

> Fico pensando que a dificuldade maior deles agora não é na Matemática. Eles sabem, ou aprenderam a fazer cálculos de diversas formas. Eu, até outro dia, achava que eles não sabiam fazer nenhum cálculo, e hoje eles estão muito mais atentos. Agora, quando estou com a turma do 6º ano, eles já fazem as adições utilizando a decomposição nas ordens e acham que é muito mais fácil, e se valem muito menos da continha armada e até gostam de pensar outras formas. Eles perderam o medo. E isso me mostra que eles avançaram sim, eles estão dando conta. (ANA).

Considerando que os alunos haviam avançado na desenvoltura em realizar as operações, fortalecia, para Ana, a ideia de que os alunos não resolviam corretamente as avaliações por que não conseguiam ler. Resolveu, então, chamar o primeiro aluno para o qual havia lido as questões de Matemática e refazer com ele as avaliações das outras disciplinas, nas quais ele estava com notas ruins. Com a mediação de Ana, explicando e “traduzindo” os enunciados das questões, o aluno conseguiu resolvê-las corretamente. Segundo Ana, mais uma vez, a questão era a língua portuguesa, pois, para ela, o aluno tinha um vocabulário muito restrito, o que o impedia de compreender os comandos nas avaliações.

Continuando seus comentários, Ana refletiu sobre o que ela chamou de “desinteresse dos alunos” no nosso primeiro encontro. Segundo ela, “agora, olha bem a situação: eu descobri que desinteresse, quem tem, são, no máximo, 4 ou 5 alunos na sala. Talvez eles só precisem de uma atenção maior e melhor. E aí eu não sei o que fazer.”

Ana ainda não havia percebido que o movimento que ela tinha iniciado em relação ao seu conhecimento matemático, havia permitido que suas aulas começassem a apresentar uma perspectiva diferente de aprender Matemática para os alunos. As atividades que havíamos vivenciado e planejado no grupo a tinham motivado e, provavelmente, ela havia criado um ambiente na sala de aula que contribuiu para que os alunos de sua turma se envolvessem e participassem mais durante as atividades.

A professora Lia pediu à Ana que reaplicasse a avaliação para os alunos de sua turma, pois desejava saber se o desempenho deles seria melhor, como aconteceu com os alunos da turma de Ana. Lia nos contou que Ana levou seus alunos em pequenos grupos para outra sala e, como havia feito com a outra turma, leu e explicou a avaliação para eles. Os alunos de Lia, da mesma forma que os alunos da turma de Ana, também conseguiram resolver as questões. Ana, então, emocionada, procurou Lia e disse: “Lia! Eles conseguem, eles estão aprendendo Matemática.”

Ana repensou a posição que ela havia assumido no segundo encontro, quando pediu às colegas que se organizassem, pois o trabalho nas turmas deveria ser feito, mesmo com turmas muito cheias. Nesse momento, ela assumiu ser impossível fazer o trabalho em turmas com mais de 40 alunos em sala de aula, pois, dificilmente, ela conseguiria fazer um trabalho individualizado, como ela havia feito na avaliação da segunda etapa, acompanhando como os alunos pensavam e como estavam se desenvolvendo nas turmas, que elas chamaram de flexíveis e que tinham, na realidade, mais alunos que as classes normais da escola. Ana relatou, então, que elas já haviam conseguido dividir as turmas do grupo I, e justificou essa necessidade apontando que:

> A gente precisa dar essa atenção, não dá para a gente fechar os olhos a isso. Se a gente tem os meninos em sala de aula, a gente tem que pensar neles, eles estão ali, estão ali... Eu tenho a sensação que é um depósito de meninos. Ele está ali, mas eu não consigo fazer nada por ele, porque eu tenho outros com tantas questões e até mesmo na disciplina ele se perde. [...] (ANA).

Continuando a narrativa das professoras, Laura[12] nos contou que a escola já estava se organizando para dividir, também, as turmas do grupo II: “A gente já vem pensando na possibilidade de dividir as turmas, mas a gente esbarra na questão do espaço; a escola está cheia o tempo todo, e não temos salas disponíveis.”

---

[12] Laura era a supervisora encarregada 2º ciclo no turno da manhã na escola.

Diante das colocações das professoras e principalmente das reflexões de Ana, perguntei qual era a percepção que ela tinha da sua prática de sala de aula hoje, depois dos nossos encontros. Ao que ela nos respondeu: "Eu acho que, agora, antes de pensar em contas, eu tenho que pensar na compreensão. Quando a gente pensa em Matemática, a gente pensa em contas, cálculos, números." A fala de Ana nos mostra a preocupação dela em trabalhar a compreensão dos procedimentos que, tanto os alunos quanto as professoras, necessitam para resolver as operações, o que antes não era feito.

Complementando sua própria fala, Ana nos conta como a sua visão sobre o que os alunos deveriam aprender estava mudando quando nos disse que:

> Quando a gente chegou aqui, a nossa visão dos grupos era: grupo I precisa somar e subtrair, grupo II precisava multiplicar e dividir e o grupo III é aquele menino que já dá conta do conteúdo do ano. Hoje eu não vejo assim. Eles precisam de uma compreensão. (ANA).

Além de perceber que a Matemática não se restringe às "contas", Ana estava compreendendo que a Matemática não esta à parte das outras disciplinas, pois, como ela disse: "Eu via a Matemática muito como algo à parte, diferente do resto."

A reflexão que Ana está fazendo sobre sua prática nos mostrava que ela começava a rever as relações entre a Matemática e seu ensino. Sobre essa mudança que Ana relatava, concordamos com Serrazina (1999) quando ela coloca que:

> [...] os professores reconhecem que o seu papel não é tanto ajudar os seus alunos a adquirir fatos e procedimentos, mas, antes, proporcionar-lhes oportunidades e desafios para que construam uma mais profunda e completa compreensão da Matemática. (SERRAZINA, 1999 p.141).

Ana continuou expondo seu sentimento, agora refletindo sobre suas crenças enquanto aluna da Educação Básica e como estas poderiam ter influenciado sua prática de sala de aula:

> Primeiro, eu tive que derrubar uma série de coisas. Talvez eu trouxesse para a sala a minha prática da Matemática de aluna, mas esse aluno é muito diferente de mim, ele vive num tempo diferente, tem necessidades diferentes. E isso mudou a minha prática, não só em Matemática, mas em todas as outras matérias. Por que a gente, como professor, a gente traz essa vivência. A nossa vivência de

> aluno a gente quer transpor para a sala e eu acho que é por isso que a gente se frustra hoje. (ANA).

A professora Ana concluiu sua fala, refletindo sobre como a maioria dos professores se sente decepcionada, ao buscar no aluno que temos hoje aquele aluno que havia no seu tempo de estudante:

> Por que o professor hoje é muito frustrado com aquilo que foi. A gente fala assim: no meu tempo não era assim, no meu tempo o aluno era de outro jeito. E não é assim. Hoje é muito diferente e a gente quer que esse aluno seja aquilo que nós fomos. A tecnologia é diferente e isso faz que tudo seja diferente. Até mesmo a atenção. O menino de hoje não tem atenção como a gente tinha. Eu mesma consigo me desligar com muita facilidade. Se fosse um aluno de hoje, talvez eu fosse como esse aluno que a gente tem. (ANA).

A fala de Ana nos levou a refletir sobre a formação continuada de professores em serviço. Nesse sentido, acreditamos que um caminho possível seria trabalhar os conteúdos nos grupos de formação oferecendo momentos de práticas ao professor, a fim de que ele pudesse experimentar o que iria desenvolver com o aluno e, ao mesmo tempo, refletir sobre sua prática.

Assim, as vivências que os professores experenciaram na formação poderiam aprofundar o seu conhecimento matemático, na medida em que explorassem novos materiais, construíssem e refletissem sobre novas atividades de ensino. Nesse movimento, eles poderiam se surpreender e desafiar as suas crenças sobre a forma de como os alunos aprendem e adquirem conhecimento matemático.

Encontramos respaldo na nossa percepção na fala de Serrazina (1999), quando preconiza que:

> É esta dinâmica entre a mudança das práticas e das crenças que pode resultar numa reorganização substancial do ensino e numa alteração do conhecimento do professor. Este processo pode ser alcançado através da reflexão, quer sobre as propostas curriculares, quer sobre as práticas, e, como consequência, sobre o que significa aprender e ensinar Matemática. (SERRAZINA, 1999 p.141).

Sobre esse grupo de professoras, foi possível perceber que as vivências que elas tiveram nos momentos de formação permitiram que se iniciasse um movimento no sentido de compreender um pouco mais a Matemática que elas necessitavam na sala de aula, mas o tempo que tivemos nos parece ter sido insuficiente para que elas pudessem fazer uma reflexão, no grupo, sobre suas práticas e suas produções, o que poderia ter auxiliado na construção de um conhecimento mais aprofundado da Matemática. Acreditamos, portanto, que não era momento de terminar a formação, pois estávamos apenas no começo, mas essa não era uma decisão nossa e sim da escola.

4.6 Análises da Avaliação da 2ª etapa

De posse da avaliação da 2ª etapa que nos foi entregue pela professora Ana, fizemos uma análise que descreveremos a seguir. A avaliação, como já dito, consistia de nove questões sendo que oito delas se referiam ao SND, que havíamos trabalhado nos encontros e uma questão sobre multiplicação, que não foi nosso objeto de estudo.

Nas questões sobre o SND, pudemos perceber que houve um movimento das professoras na tentativa de elaborá-las com alguma aproximação das experiências que elas tiveram em sala de aula, a partir do que havíamos discutido nos encontros. Entretanto, percebemos vários equívocos nos comandos das questões, que podem ter colocado em risco a interpretação que os alunos deveriam fazer para resolver as atividades.

É importante ressaltar que não houve um momento, após a elaboração da avaliação, no qual pudéssemos analisar as questões com as professoras, pois a avaliação ocorreu entre o quarto e o quinto encontros. Diante disso, entendemos que se as professoras tivessem discutido as questões antes da aplicação, as reflexões acerca de cada item poderiam ter colaborado para amenizar os equívocos nos seus comandos. Era nosso desejo e também das professoras, que esse momento tivesse sido oportunizado, entretanto, a escola, por motivos que dizem respeito à sua própria rotina e dinâmica de funcionamento, não conseguiu viabilizá-lo.

Sobre a análise do material construído pelas professoras, Serrazina (1999) citando Keiny (1994) afirma que, para que as professoras conseguissem uma mudança conceitual, deveriam se interagir em dois contextos: as práticas reais dos professores e uma "equipe de reflexão". Essa equipe de reflexão é um espaço onde as questões resultantes dos fazeres das professoras são colocadas e discutidas. É nesse movimento que emergem novas necessidades e onde novos conhecimentos são adquiridos.

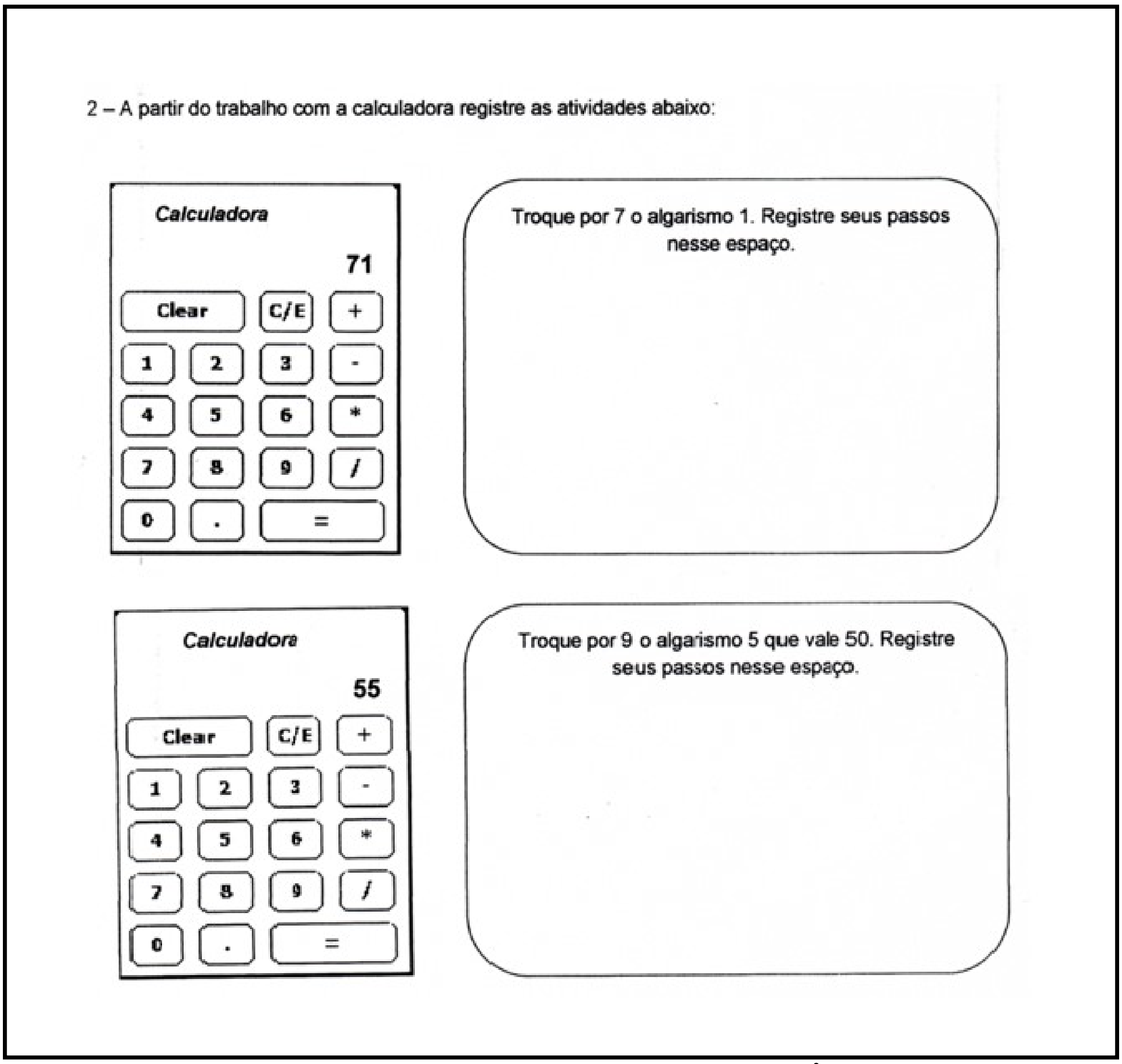
A observação inicial de Ana sobre o desempenho dos alunos na avaliação da 2ª etapa se deu, principalmente, porque a atitude dela na correção foi a mesma que ela teve ao corrigir a avaliação diagnóstica, ou seja, ela só verificava se a resposta do aluno estava certa ou errada segundo um parâmetro definido previamente por ela. Desta forma, novamente, ela não procurou entender quais estratégias os alunos haviam construído e como eles haviam pensado e ela não questionou se os comandos das questões estavam claros o suficiente para que os alunos pudessem compreendê-los.

A atitude de Ana, ao avaliar o desempenho dos alunos, sinaliza que lhe faltava segurança no conhecimento matemático que ela começou a construir. Como dito anteriormente, Serrazina (2014) nos alerta para a necessidade de o professor compreender os fundamentos conceituais e procedimentais dos conteúdos que ensina aos seus alunos, pois, somente assim, ele poderá “desempacotar” a Matemática, o que permite que ele tenha flexibilidade para compreender como o aluno pensa e as estratégias que utiliza.

Ana atribuiu à dificuldade com a língua portuguesa o fracasso dos alunos na avaliação da 2ª etapa. Nesse aspecto, não podemos concordar com Ana, pois na análise das respostas dos alunos, percebemos que, mesmo com um enunciado confuso, eles responderam de forma coerente algumas questões, fazendo inferências sobre o que estava sendo perguntado, o que nos leva a pensar que não era a língua portuguesa o maior empecilho para eles, e, sim, compreenderem o que a professora queria que eles respondessem.

A seguir apresentamos, segundo nossa análise, alguns equívocos que podem ter colocado em risco um bom desempenho dos alunos e como eles interpretaram e resolveram as questões a partir da proposta da professora. Fizemos a análise da 2ª questão da avaliação (FIG. 9) da segunda etapa, por esse tipo de atividade ter sido discutido na formação continuada e nossas considerações estão a seguir:

Figura 9 - 2ª questão da Avaliação da 2ª etapa



Fonte: Questão elaborada pelas professoras do 6º ano

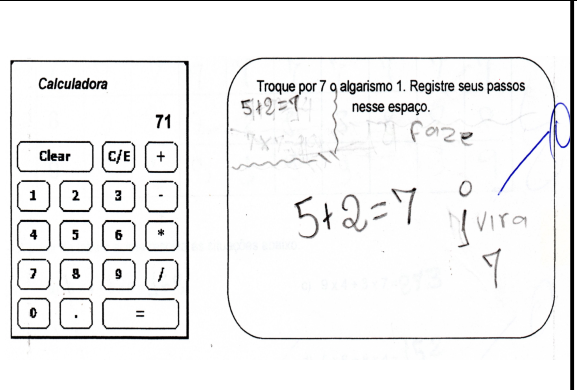
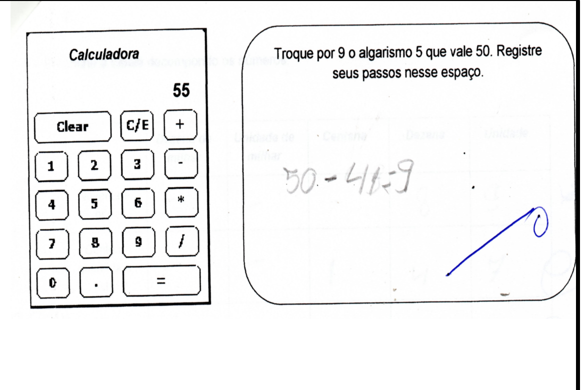
A questão dizia respeito ao que discutimos no segundo encontro sobre a construção da ideia do valor posicional dos algarismos. Naquela oportunidade, as professoras vivenciaram um trabalho com a calculadora, e sugerimos algumas atividades que foram realizadas em sala de aula, com a mediação das professoras. Consideramos alguns aspectos para nossa análise da questão: redação do enunciado, objetivo da proposta, ilustração, comando.

Nas duas atividades havia uma ilustração da calculadora onde aparecia o número que deveria ser utilizado para resolver a questão. A ilustração não estava clara, pois o “visor” da calculadora deveria estar presente no desenho, que poderia ter sido melhor representado no texto. No comando das atividades, as professoras não fazem menção a este número. Ou seja, na primeira atividade, a calculadora tinha registrado o número 71 e, ao lado, um quadro com o comando: “Troque por 7 o algarismo 1. Registre seus passos nesse espaço.” Da mesma forma, na segunda atividade, a calculadora mostrava o número 55 e solicitava no quadro ao lado: “Troque por 9 o algarismo que vale 50*.* Registre seus passos nesse espaço.” Nas duas situações, o comando foi redigido de forma confusa. Além disso, as “trocas” que foram solicitadas utilizavam os mesmos algarismos que estavam no número inicial, ou seja, “troque o 5 do 55, que vale 50”, o que pode ter dificultado a compreensão da ação que os alunos deveriam realizar.

Acreditamos que a intenção que as professoras tiveram, ao elaborar a questão, era de que o aluno compreendesse o valor posicional do algarismo e fizesse operações que alterassem esse valor, ou seja, na primeira atividade, o aluno, por exemplo, deveria adicionar 6 ao número: 71 + 6 = 77, e na segunda atividade, o aluno poderia fazer a adição 55 + 40 = 95. No entanto, o comando com a palavra “troque” não tinha o sentido que as professoras desejavam. Uma possibilidade para o enunciado da primeira atividade seria: no visor da calculadora aparece o número 71. Qual operação você deve fazer para aparecer no visor o número 77?

Na primeira parte da atividade, 58% dos alunos acertaram a questão, e na segunda a parte, nenhum aluno realizou a atividade corretamente. Apresentamos, no quadro 16, a resolução de dois alunos que erraram essa questão:

Quadro 16 - Exemplos dos erros na 2ª questão de dois alunos

<table>
<tr><th>Aluno 1</th><th>Aluno 2</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>O aluno 1 realizou a operação 5 + 2 = 7, na tentativa de trocar o número 1 pelo 7. Percebemos que ele não compreendeu o que significava “troque por” na questão, pois ele escreveu: “o 1 vira 7”. A falta de clareza do enunciado o levou a inferir que poderia fazer qualquer tipo de operação que mudasse o “1 por 7”.</td><td>O aluno 2 compreendeu que “o cinco que valia 50”, como estava na questão, poderia ser trocado fazendo a operação 50 – 41 = 9. Mais uma vez, o enunciado confuso levou o aluno a um tipo de pensamento que não era o desejado pelas professoras.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora.

Portanto, diante do exposto, nossa análise indica que essas questões apresentavam equívocos nos comandos, o que pode ter dificultado a compreensão dos alunos. De fato, no momento que Ana chamou os alunos e “traduziu” o que os comandos solicitavam, eles responderam corretamente às questões. Entretanto, ela não percebeu que a dificuldade não era somente dos alunos, e que não estava na destreza da leitura deles o problema, mas, em parte, dela própria, pois seu conhecimento matemático ainda era insuficiente para elaborar atividades com clareza e objetividade. Não é incomum que, em situações como essas, os professores, na tentativa de justificarem o mau desempenho dos alunos, tendem de forma unilateral, responsabilizar apenas os estudantes. A responsabilidade maior recai sobre a falta de conhecimento matemático dos alunos, ou ao fato de os alunos não saberem “ler e interpretar”.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste capítulo é retomar os objetivos iniciais e verificar até que ponto foi possível responder ao questionamento proposto, quer seja: é possível auxiliar professores que ensinam Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, em um processo de formação continuada em serviço, a ressignificarem as operações de adição e subtração, de forma a mediarem a aquisição destes conhecimentos com seus alunos?

A realização dessa pesquisa nos permitiu refletir sobre a complexidade da formação continuada em serviço de professores que ensinam Matemática nas séries iniciais. O grupo de professoras pesquisado nos revelou suas fragilidades em relação ao conhecimento da Matemática, e o sentimento negativo, que a maioria das professoras trazia, em razão das histórias de insucesso na Matemática escolar vivenciada por elas. Na fala das professoras, a Matemática oferecida a elas na formação acadêmica não permitiu que elas tivessem uma compreensão aprofundada dos conteúdos, que lhes permitissem superar as dificuldades que elas tinham.

Ressalta-se, ainda, que, nesse sentido, um ponto a ser destacado diz respeito à empatia entre formadora e docentes, o que auxiliou nessa exposição dos fatos, falas e acontecimentos, indispensáveis para a discussão dos dados aqui inseridos.

O desejo das professoras de auxiliar os alunos que, no 6ª ano de escolaridade ainda não dominavam as operações de adição e subtração, se tornou um desafio, pois elas não se sentiam seguras para planejar e desenvolver situações de aprendizagem significativas na Matemática deles.

Nesse sentido, Serrazina (2014) afirma ser mister que o docente conheça as dificuldades que os alunos apresentam na construção do conhecimento matemático e, consequentemente, entenda as abordagens convenientes para influenciar o pensamento e a aprendizagem deles.

Para tanto, percebemos a necessidade de uma formação pautada no fazer - refletir – refazer, e esse processo carece de uma interlocução, pois, dificilmente, o professor irá superar sozinho a falta do conhecimento do conteúdo, assim como a falta da didática necessária para ensiná-lo. Para que isso aconteça, é necessário que haja tempo. Pois apenas alguns poucos momentos, como tivemos nessa pesquisa, nos dá a dimensão do trabalho que ficou por fazer.

Nossa observação nos indica, ainda, que a construção dos conceitos, nas formações, necessita acontecer de forma gradativa, com a possibilidade de um tempo de reflexão, pois, em muitas situações, o professor pode passar por um processo de (re) significação de conceitos que irão alicerçar a construção de novos saberes.

A questão principal dessa pesquisa, portanto, foi verificar a ressignificação das operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada, de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, de forma a procurar dar-lhes subsídios para auxiliar alunos que, porventura, estivessem com dificuldades nessas operações. Dessa forma, a partir da nossa vivência, destacamos oito pontos que podem nortear a formação continuada em serviço, a saber:

1- A formação continuada deve visar o desenvolvimento profissional apoiando a (re) construção de conhecimentos matemáticos necessários ao professor, pois é necessário que ele tenha um conhecimento aprofundado de conceitos e procedimentos da Matemática, que lhe possibilite desenvoltura para ensinar esses conhecimentos a seus alunos.
2- Os saberes da prática devem ter um papel importante e a formação deve estabelecer um diálogo com a situação real na qual os professores estão inseridos. A perspectiva prática não desconsidera a teoria, mas passa a ressignificá-la.
3- A formação deve dispor de tempo para desenvolver e refletir sobre as ações necessárias ao desenvolvimento profissional do professor. A formação continuada em momentos estanques tem poucas chances de propiciar o desenvolvimento profissional a que ela se propõe.
4- As escolas, como *lócus* privilegiado para a formação continuada, devem se flexibilizar, a fim de se caracterizarem em reais espaços de formação.

5- A formação continuada do professor deve ser feita em um ambiente que permita a experimentação, que os ajude a (re) significar sua aprendizagem até então pautada em processos repetitivos e desprovidos de significado.

6- A formação matemática deverá propiciar experiências matemáticas que correspondam a práticas de ensino. A oportunidade de vivenciar atividades ancoradas na compreensão dos conteúdos tem como objetivo tornar significativa a construção dos saberes docentes necessários para a ação docente.

7- A formação como um processo de desenvolvimento profissional deve auxiliar o professor na construção dos planejamentos das aulas e na elaboração e análise de avaliações.

8- A formação deve considerar as crenças que os professores trazem sobre o ensinar e aprender Matemática, visto que suas crenças e concepções balizam o modo como ele ensina.

A partir das vivências com as professoras, das dificuldades que observamos, construímos um caderno de atividades, produto dessa pesquisa, tendo como base as atividades desenvolvidas para esta formação continuada, que foram organizadas e sistematizadas na busca por uma (re) significação das operações de adição e subtração do SND para trabalhar com os professores.

Ao final dos cinco encontros, sentimos que a formação estava apenas começando, indicando a necessidade de mais tempo para desenvolver um trabalho que, naquele momento, se mostrava embrionário. As professoras demonstravam alguns avanços em relação ao conhecimento matemático que elas buscavam desde o início, mas, pela nossa percepção, era necessário um tempo maior para que pudéssemos aprofundar nossas discussões sobre a Matemática.

Acreditamos que essa pesquisa não possui um fim em si mesma, pois, a partir do vivenciado, surgem novos questionamentos, novos problemas e novas hipóteses a serem debatidas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMBROSETTI, N. B.; RIBEIRO, M. T. M. A Escola como Espaço de Trabalho e Formação dos Professores. In: Formação Continuada de Professores. VIII Congresso Estadual Paulista Sobre Formação De Educadores. São Paulo: UNESP - Universidade Estadual Paulista - Pró-Reitoria de Graduação. **Anais...** 2005. Disponível em: file:///C:/Users/Notebook%20cce/Downloads/9eixo%20(2).pdf. Acesso em: 12 fev. 2105.

BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. **Guia da SMED.** 2011. Disponível em: http://portalpbh.pbh.gov.br/pbh/ecp/files.do?evento=download&urlArqPlc=GUIA_SMED_ELETRONICO.pdf. Acesso em 04 mar. 2015.

BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. **Proposições Curriculares para o Ensino Fundamental 1º Ciclo na Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte:** texto preliminar. 2009 Disponível em: file:///C:/Users/Notebook%20cce/Downloads/proposicoes_1_ciclo%20(4).pdf. Acesso em: 04 mai. 2015.

BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. Proposições Curriculares para o Ensino Fundamental 2º Ciclo da **Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte.** Belo Horizonte: SME, 2006.

BOGDAN, R.C; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Lisboa: Porto Editora, 1994.

BRASIL. MEC. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**- Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf. Acesso em: 12 jan. 2015.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Presidência da República. **Lei 11.274 de 6 de fevereiro de 2006.** Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Lei/L11274.htm. Acesso em: 05 jan. 2015.

CHEVALLARD, Y. BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CURY, Edda- **Formação de professores polivalentes:** uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Tese (Doutorado) PUC/SP: São Paulo, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_curi.pdf. Acesso em: 13 dez. 2014.

CURY, Edda. PIRES, Célia M.C. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educ. Mat.** Pesquisa. São Paulo, v. 10, n. 1, p. 151-189, 2008. Disponível em: http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1655/1065. Acesso em: 03 fev. 2015.

D`AMBRÓSIO, Beatriz S. Conteúdo e metodologia na formação de professores In: FIORENTINI, Dario, NACARATO, Adair Mendes (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** São Paulo: Musa Editora, 2005. http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/364-2. Acesso em: 10 mar. 2015.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM.** Brasília, ano 2, v.2, 1989. p.15-19. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf. Acesso em 05 jul. 2015.

DAMÁSIO, A.R. **O erro de Descartes.** São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

ESPINOSA, A. J.; FIORENTINI, D. (Re)significação e reciprocidade de saberes e práticas no encontro de professores de matemática das escola e da universidade. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p.152-174.

FIORENTINI D.; MIORIM M. A.. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP,** n. 7, de jul./ago. 1990. Disponível em: https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwimt6rizf7KAhXEhZAKHddzBW4QFggcMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.mat.ufmg.br%2F~espec%2Fmeb%2Ffiles%2FUmareflexao_sobre_o_uso_de_materiais_concretos_e_jogos_no_ensino_da_Matematica.doc&usg=AFQjCNGXidltWtDUFS5RJTbPtYqNjWJ-Vw&bvm=bv.114195076,d.Y2I. Acesso em: 04 mai. 2015.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:** investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005.

FIORENTINI, Dario A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 29, 2008, p. 43-70. Rio Claro- S.P.: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro, 2008.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho, ARAÚJO, Jussara Loiola. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p.47-76.

FIORENTINI. Dario, NACARATO, Adair M., FERREIRA, Ana C., LOPES, Celi S., FREITAS Maria Tereza M. MISKULIN, Rosana G. S. Formação de professores que ensinam matemática: Um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em revista**, Belo Horizonte, n.3, dez, 2002. Disponível em: http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/1098. Acesso em: 10 jan. 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

GATTI, B. A. A formação dos docentes: o confronto necessário professor x academia. **Cadernos de pesquisa**. 1992, n.81, p.70-74. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/pdf/cp/n81/n81a08.pdf. Acesso em: 01 fev. 2015.

GERALDI, Corinta M.G., FIORENTINI, Dario, PEREIRA, Elisabete M.de A. (Org.). **Cartografias do trabalho Docente:** professor (a)-pesquisador (a). 2ed., Campinas, S.P.: Mercado das Letras, 2011.

GUÉRIOS, E. Espaços intersticiais na formação docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática:** investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p.152-174.

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação.** Jan/Fev/Mar/Abr, 2002, n.19. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n19/n19a02.pdf. Acesso em 22 jan. 2015.

LARROSA, Jorge. **Pedagogia profana**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

LENER, Delia; SADOVSKY, Patrícia. O Sistema de Numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília, SAIZ, Irmã (Org.) **Didática da Matemática:** reflexões pscicopedagógicas. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 2001.

LIMA S. MARQUES. **A Formação do Pedagogo e o Ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação) Cuiabá – MT. 2011. Disponível em: file:///C:/Users/Notebook%20cce/Downloads/Simone%20Marques%20Lima%20(1).pdf. Acesso em: 04 jan. 2015.

LLINARES, S. Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional *Análisis de la práctica de enseñar matemáticas e interacción. Elementos clave en el proceso de llegar a ser un profesor en el ámbito de la Didáctica de la Matemática.* Conferencia Invitada en Las XIII Jaem. **Anais....** Granada, Julho 2007. Disponível em: http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/853/1/llinares-jaem-granada07.pdf. Acesso em: 05 abr. 2015.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: Editora EPU, 1986.

LUZ M.A.B. **Caderno pedagógico de análise de erros.** Secretaria de Estado da Educação – SEED. Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. Paraná 2008. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/364-2. Acesso em 12 nov. 2015.

NACARATO A. M., MENGALI B. L.M., PASSOS C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NACARATO, A.M. A escola como locus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração. In: FIORENTINI, Dario, NACARATO, Adair Mendes (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005.

NACARATO, A.M.; PASSOS, L.B.; CARVALHO,D.L.; Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. **Zetetiké,** Cempem: UNICAMP, v.12, n.21, jan./jun., 2004. Disponível em: file:///C:/Users/Notebook%20cce/Downloads/2471-9430-1-PB%20(1).pdf. Acesso em: 15 mai. 2015.

PARRA, Cecília. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, Cecília, SAIZ, Irmã (Org.) **Didática da Matemática:** reflexões pscicopedagógicas. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 2001.

PONTE, J. P. **A formação do professor de Matemática:** Passado, presente e futuro. Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas, Encontro Internacional em Homenagem a Paulo Abrantes. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 14-15 de Julho de 2005. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3169/1/05-Ponte%20(Conf%20P-Abrantes).pdf. Acesso em: 01 jul.2015.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In: GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM. 2005. Disponível em: www.p3m.ie.ul.pt/files/files/download/fileid/120. Acesso em: 07 mai. 2015.

PONTE, J. P. O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática. **Revista Educação e Matemática**, n. 31, v. 20, p. 9-12, 1994. Disponível em: https://docs.di.fc.ul.pt/bitstream/10451/4474/1/94%20Ponte%20EM31%20pp09-12_20.pdf. Acesso em: 01 jun. 2015.

RAYMOND, Danielle; TARDIF, Maurice. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade**, Campinas, n.73, p. 209- 244, 2000. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/es/v21n73/4214.pdf. Acesso em 10 dez. 2014.

ROSSO, A.J., BERTI N.M., O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno. **Bolema**, Rio Claro

(SP), v. 23, n.37, p.1005-1035, dez. 2010. Disponível em: http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221915008.pdf. Acesso em: 05 abr. 2015.

SAVIAN, Dermeval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação** v. 14, n. 40 jan./abr. 2009. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a12.pdf. Acesso em 02 jan. 2015.

SERRAZINA, L.. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. **Quadrante,** n.9, v.8, p.266-283, mai. 2012. Disponível em: http://www.researchgate.net/publication/259656717_Reflexo_conhecimento_e_prtica_lectivas_em_Matemtica_num_contexto_de_reforma_curricular_no_1'_ciclo. Acesso em: 07 ago. 2015.

SERRAZINA, M. L., O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. **Revista Educação & Realidade**. Porto Alegre, v.39, p.1051-1069, 2014. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/edreal/v39n4/06.pdf. Acesso em: 06 jul. 2015.

SHÖN, Donald A. Formar Professores Como Profissionais Reflexivos. In: NÓVOA, A. (Coord.) **Os Professores e a sua Formação**. 3 ed., Lisboa, Portugal: Dom Quixote, 1997.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Revista Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: ftp://ftp.cefetes.br/cursos/Matematica/Alex/07-Cenarios%20para%20investigacao.pdf. Acesso em: 05 jul. 2015.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude. **Trabalho Docente:** elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis,RJ: Vozes, 2005.

ANEXOS

Anexo A - Avaliação diagnóstica elaborada pelas professoras sujeitos da pesquisa

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – MATEMÁTICA

ALUNO (A): ____

PROFESSORA: ____________________________ DATA: ____/____/__

TURMA: 2131___ VALOR: ________________ RESULTADO: __________

1 – Quando Laurinha nasceu o pai dela tinha 25 anos de idade. Hoje Laurinha tem 17 anos

a) Quantos anos o pai de Laurinha tem a mais do que ela?

Cálculo	Resposta

b) Quantos anos ele tem hoje?

Cálculo	Resposta

2 – Fernanda é doze anos mais nova que Neusa e cinco anos mais velha que Nice. Neusa tem 47 Quantos anos Neusa, Fernanda e Nice tem juntas?

Cálculo	Resposta

3 – Quando Alberto nasceu, a mãe dele tinha 28 anos. Hoje, ela tem 41 anos. Quantos anos Albe

Cálculo	Resposta

4 – Eu tinha R$ 543,00. Emprestei R$ 130.00 para Júlia e R$ 182,00 para Ricardo. Júlia já me p
66,00. Que quantia tenho agora?

Cálculo	Resposta

5 – Arme e efetue as operações abaixo:

a) $1990 + 23 =$

b) $277 + 359 =$

c) $(131 + 28) + 45 =$

g) $16 + 18 - 11 - 3 =$

d) $50 - 27 =$

e) $20 - 8 - (3 + 4) - 1 =$

f) $6 - 2 - 1 =$

h) $20 - \{8 - [(3 + 4) - 1]\} =$

Anexo B - "Repertório básico para o desenvolvimento do cálculo"

(Extraído dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1996, p.74-80).

REPERTÓRIO BÁSICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO

Uma boa habilidade em cálculo depende de consistentes pontos de apoio, em que se destacam o domínio da contagem e das combinações aritméticas, conhecidas por denominações diversas como tabuadas, listas de fatos fundamentais, leis, repertório básico, etc.

Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos.

A construção apoia-se na resolução de problemas e confere significados a escritas do tipo a + b = c, a x b = c. Já a organização dessas escritas e a observação de regularidades facilita a memorização compreensiva.

Ao construírem e organizarem um repertório básico os alunos começam a perceber, intuitivamente, algumas propriedades das operações, tais como a associatividade e a comutatividade, na adição e multiplicação. A comutatividade na adição é geralmente identificada antes de qualquer apresentação pelo professor. Isso pode ser notado em situações em que, ao adicionarem 4 + 7, invertem os termos para começar a contagem pelo maior número.

Também algumas regularidades, presentes nas operações, começam a ser percebidas, tais como: observar que, nas multiplicações por 2, todos os resultados são pares; que, na tabuada do cinco, os resultados terminam em zero ou em cinco, etc.

Dentre os procedimentos que os alunos costumam utilizar na construção e organização desse repertório, podem-se destacar:

— contar de dois em dois, três em três para construir as multiplicações por 2, por 3...;

— usar resultados de adições de números iguais, como 4 + 4, 7 + 7 para cálculos com números maiores como 40 + 40, 700 + 700, etc.;

— "dobrar e adicionar um" para se chegar ao resultado de 5 + 6 como sendo 5 + 5

— aplicar as adições que resultam 10 em situações como 7 + 4, calculando (7 + 3) + 1 (um dos números é decomposto de maneira a completar um outro para formar dez);
— usar regras ou padrões na construção de listas, como, por exemplo:
07 + 5 = 12 = 5 + 07
17 + 5 = 22 = 5 + 17
27 + 5 = 32 = 5 + 27
37 + 5 = 42 = 5 + 37;
— encontrar resultados de multiplicações pela adição ou pela subtração: 6 x 8 pode ser calculado como 5 x 8 + 8 = 40 + 8 = 48, e 9 x 7 como 10 x 7 - 7 = 70 - 7 = 63;
— decompor um número para multiplicá-lo, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição: 12 x 5 = (10 x 5) + (2 x 5) ou (6 x 5) + (6 x 5).
A construção dos fatos da subtração e da divisão deve ser realizada, buscando-se compreender suas relações com a adição e a multiplicação, utilizando-se como recurso a exploração de estratégias semelhantes usadas no cálculo dessas operações. Nesse trabalho também é importante que os alunos observem:
— a validade da “invariância da diferença”: adicionar ou subtrair um mesmo valor aos dois termos de uma subtração não altera a diferença — 16 - 9 dá o mesmo resultado que 17 - 10;
— a validade de “simplificar” os termos de uma divisão para obter o quociente (16 : 4 dá o mesmo resultado que 8 : 2 e 4 : 1);
— a não-validade, na subtração e na divisão, de propriedades presentes na adição e na multiplicação, tais como a comutatividade e a associatividade.
O foco do trabalho de construção de um repertório básico para o desenvolvimento do cálculo consiste em identificar as estratégias pessoais utilizadas pelos alunos e fazer com que eles evidenciem sua compreensão por meio de análises e comparações, explicitando-as oralmente. Já a organização desse repertório dá-se por meio da exploração das escritas numéricas e apoia-se na contagem, no uso de materiais didáticos e da reta numérica.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Caderno de Atividades

SUMARIO

Apresentação

Este caderno de atividades foi elaborado a partir do trabalho realizado durante os encontros de formação continuada de professores ocorrido em uma escola da Rede Municipal de Belo Horizonte, e que foi a base de dados para a dissertação intitulada: **(Re) significando as operações de adição e subtração num contexto de formação continuada de professores das séries iniciais.**

O Caderno está organizado da seguinte forma: uma apresentação teórica sobre a construção da ideia de número, o Sistema de Numeração Decimal (SND) e as operações de adição e subtração.

Optamos por iniciar o caderno com atividades sobre a construção da ideia de número, por acreditarmos que os conceitos que envolvem essa ideia, o SND e as operações de adição e subtração se entrelaçam, e a compreensão de um conceito apoia a construção de novos.

Apresentamos doze sugestões de atividades sequenciadas, que podem ser trabalhadas em uma sequência didática ou isoladamente, conforme a necessidade do professor.

Utilizamos material manipulativo e os jogos com a finalidade de apoiar o trabalho, entretanto, a discussão que sucede as atividades, e que deve ser conduzida pelo professor, é fundamental para a construção dos conceitos pelos estudantes.

Cada atividade foi organizada apresentando, inicialmente, as habilidades que desejamos desenvolver, o objetivo, o material que será necessário e a faixa etária a que se destina. A seguir, descrevemos o desenvolvimento, e sugerimos algumas problematizações que podem oportunizar ao estudante discutir sobre os conceitos envolvidos na atividade. Finalmente, trazemos algumas orientações para o professor, como o objetivo de auxiliar o seu fazer pedagógico.

Desejamos que esse material possa contribuir com o professor no seu cotidiano trabalho de sala de aula.

Um grande abraço!

As autoras.

Desenvolvimento do conceito de numérico

Desde muito cedo, as crianças estão em contato com os números nas diversas situações do cotidiano e, através de seus próprios recursos, são capazes de responder algumas perguntas, tais como: quantos anos você tem? Quantas pessoas moram na sua casa? Qual o número da sua casa? Quem é mais velho? Você ou seu irmão? Entretanto, não devemos considerar que todas as crianças que utilizam o número em alguns contextos já construíram o conceito de quantidade e sabem identificar o que ele representa. Mesmo quando a criança conhece a sequência numérica falada, não garante que ela tenha construído o conceito de número.

O conhecimento numérico que as crianças trazem a partir de experiências práticas do seu universo sociocultural deve ser o ponto de partida para a construção de situações escolares que as auxiliem a desenvolver novas relações numéricas.

Segundo Van De Walle (2009), o desenvolvimento da compreensão do número necessita de tempo e experiências significativas ao longo dos anos escolares. Ainda para esse autor, "o senso numérico se desenvolve quando os estudantes compreendem o tamanho de números, desenvolvem múltiplos modos de pensar sobre e representar números". (VAN DE WALLE, 2009, p. 148).

Para Kamii (1990), o número é uma relação mental criada, individualmente, por cada criança. Referindo-se ás teorias de Jean Piaget, a mesma autora afirma que o número é uma síntese de dois tipos de relações elaborada pelas crianças: a ordem e a inclusão hierárquica.

A relação de ordem é construída mentalmente pela criança quando, em uma contagem de objetos, ela os ordena para garantir que ela os conte todos, mas que não conte objetos que não existem e nem os conte mais de uma vez; já a relação de inclusão hierárquica envolve a inclusão mental do número 1 no número 2, do 2 no número 3, e assim por diante.

Lorenzato (2009) afirma que é importante que os professores, ao elaborarem situações que tenham por objetivo a formação do conceito de número, utilizem as ideias de correspondência, cardinalidade, comparação, ordenação, inclusão, contagem e conservação de quantidade. Além disso, é importante que eles conheçam os sete processos mentais associados a essas ideias, pois, sem o domínio desses processos, as crianças podem responder corretamente algumas questões, mas, provavelmente, não compreendem ou atribuem significado de número.

Os sete processos mentais são definidos por Lorenzato (2009) da seguinte forma:

> 1- CORRESPONDÊNCIA: é o ato de estabelecer a relação, por exemplo, de "um a um". Exemplos: um prato para cada pessoa; cada pé com seu sapato; a cada aluno, uma carteira. Mais tarde, a correspondência será exigida em situações do tipo: a cada quantidade, um número (cardinal); a cada número, um numeral; a cada posição (numa sequência ordenada), um número ordinal. Pode haver, também, a correspondência "um para muitos"; por exemplo, Maria é um nome que se refere a várias pessoas.
> 2- COMPARAÇÃO: é o ato de reconhecer diferenças ou semelhanças.
> Exemplos: esta bola é maior que aquela; moro mais longe que ela; somos do mesmo tamanho? Mais tarde, virão: Quais destas figuras são retangulares? Indique as frações equivalentes.
> 3- CLASSIFICAÇÃO: é o ato de separar em categorias, de acordo com semelhanças ou diferenças; para tanto, escolhe-se uma qualidade que servirá para estabelecer a classificação. Exemplos: na escola, a distribuição dos alunos por séries; arrumação de mochila ou gaveta; dadas várias peças triangulares e quadriláteras, separá-las conforme o total de lados que possuem.
> 4- SEQUENCIAÇÃO: é o ato de fazer suceder a cada elemento um outro, sem considerar a ordem entre eles; portanto, é ordenação sem critério preexistente.
> Exemplos: chegada dos alunos à escola; entrada de jogadores de futebol em campo; compra em supermercado; escolha ou apresentação dos números nos jogos loto, sena e bingo.
> 5- SERIAÇÃO: é o ato de ordenar uma sequência segundo um critério.
> Exemplos: fila de alunos, do mais baixo ao mais alto; lista de chamada de alunos em ordem alfabética; numeração das casas nas ruas; calendário; loteria federal (a ordem dos números sorteados para o primeiro ou quinto prêmio influi nos valores a serem pagos); o modo de escrever números (por exemplo, 123 significa uma centena de unidades, mais duas dezenas de unidades, mais três unidades e, portanto, é bem diferente de 321).
> 6- INCLUSÃO: é o ato de fazer abranger um conjunto por outro, ou seja, considerar que um conjunto de coisas distintas pode ter uma qualidade que as inclua num conjunto maior. Exemplos: incluir as ideias de laranjas e de bananas, em frutas; meninos e meninas, em crianças; varredor, professor e porteiro, em trabalhadores na escola; losangos, retângulos e trapézios, em quadriláteros.
> 7- CONSERVAÇÃO: é o ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, da forma ou da posição. Exemplos: uma roda grande e outra pequena, ambas formadas com a mesma quantidade de crianças; um copo largo e outro estreito, ambos com a mesma quantidade de água; uma caixa com todas as faces retangulares, ora apoiada sobre a face menor, ora sobre outra face, conserva a quantidade de lados ou de cantos, as medidas e, portanto, seu perímetro, sua área e seu volume. (LORENZATO, 2009, p.4-5).

Ainda sobre a construção do número, Van De Walle (2009) afirma que o desenvolvimento inicial do conceito de número se relaciona a outras áreas do currículo de duas maneiras. A primeira relação se estabelece com os conteúdos, que interagem e enriquecem o desenvolvimento da ideia de número: os significados de medidas, de dados, e de operações; e, a segunda relação se dá com os conteúdos que são diretamente afetados à medida que a compreensão inicial de conceitos numéricos é desenvolvida: os fatos fundamentais, o valor posicional e os cálculos.

O Sistema de Numeração Decimal

Podemos compreender um sistema de numeração como um conjunto de símbolos organizados segundo algumas regras que, basicamente, são utilizados para escrever os números. Várias civilizações antigas, cada uma ao seu tempo, sentiram a necessidade de criar seus próprios sistemas de numeração. A evolução desses sistemas de numeração antigos nos permitiu chegar ao sistema de numeração que utilizamos hoje: o Sistema de Numeração Decimal (SND).

O SND tem origem indo-arábica, e sua particularidade é a utilização do valor posicional dos algarismos para representar a ação de agrupar e trocar utilizada pelas pessoas para contar grandes quantidades de objetos. O SND utiliza dez símbolos, sendo eles: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0, e obedece às seguintes regras:

- é decimal, isto é, funciona com agrupamentos de dez. Esse número dez é chamado de base do sistema;
- é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no número. No número 222, em cada posição o algarismo 2, tem um valor diferente.
- é aditivo, isso significa que o valor do número é obtido pela soma dos valores individuais de cada algarismo. Por exemplo, 425 = 400 + 20 + 5.
- é multiplicativo, isto é, cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência da base. Por exemplo, 425, pode ser escrito como 4 x 100 + 2 x 10 + 5 x 1.

Utilizando as potências de 10, podemos escrever: $4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

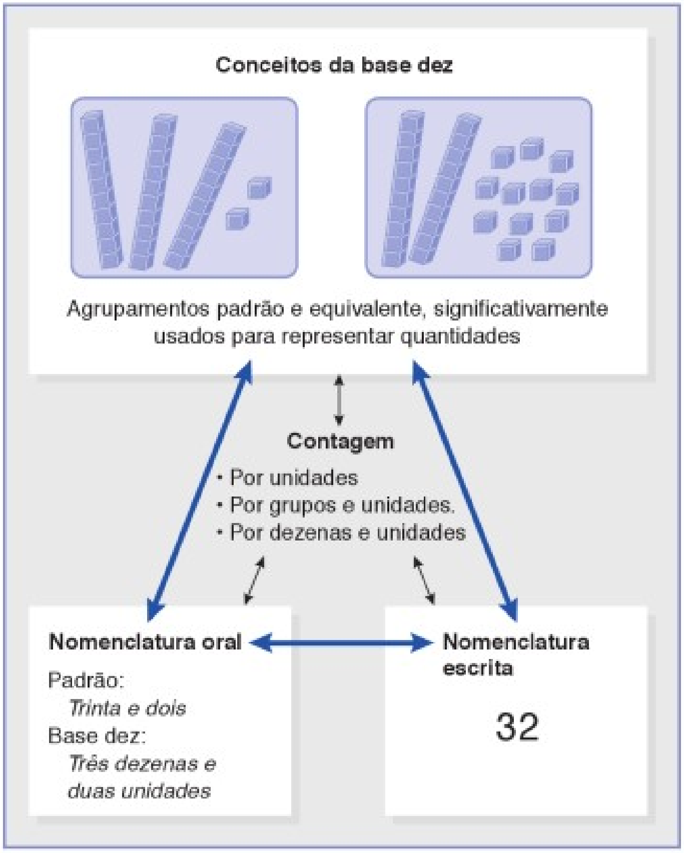
A organização do SND se pauta nas formas de agrupamento: agrupamos dez unidades para formar uma dezena, dez dezenas para formar uma centena, dez centenas para formar um milhar etc., e esse padrão de agrupamentos nos permite escrever qualquer quantidade de coisas. O sistema é chamado decimal justamente pela escolha de agrupar de dez em dez.

Apesar de as crianças entrarem em contato com a numeração escrita antes do seu ingresso na escola, a compreensão do SND pelos alunos das séries iniciais do Ensino fundamental não é um processo simples. Para Van De Walle (2009), a contagem tem um importante papel na construção das ideias que apoiam a base dez e a linguagem falada dos números, e apresenta três modos diferentes de contagem que as crianças podem realizar, a saber:

- contagem por unidades: inicialmente as crianças contam um determinado grupamento de coisas uma a uma, e essa é a única forma que elas dispõem para saber "quantos há";
- contagem por agrupamento e unidades*:* nessa forma de contagem, as crianças estabelecem alguma forma de agrupamento e organiza os objetos a serem contados em grupos. Por exemplo, se um total de 34 tampinhas deve ser contado, elas podem contar as unidades (1, 2, 3, 4,..., 10) até formar um grupo de dez tampinhas, e, depois, contar os grupos e as tampinhas que não formaram um grupo;
- contagem por dezenas e unidades: feitos os agrupamentos de dez, contam dez, vinte, trinta, trinta e um, trinta e dois, trinta e três... Esse é o modo como, na maioria das vezes, os adultos contam. Nesse modo, apesar de chegar ao número total não fica explicito quantos grupos de dez foram feitos.

Van De Walle (2009) afirma que as formas de contagem apoiadas na visualização e na nomenclatura oral do número se constituem um passo importante para aquisição do conceito de *valor posicional* do número, que se estabelece, por sua vez, como um importante passo para a compreensão da estrutura do SND.

Desta forma, é importante que um agrupamento de dez unidades seja visto tanto como 10 unidades ou 1 dezena. Essas ideias são sintetizadas pelo autor no quadro a seguir:



Fonte: Van De Walle (2009 p. 217).

O ensino do SND deve ser pautado em investigações que permitam aos alunos a manipulação de material de contagem, as hipóteses que eles trazem sobre a escrita dos números e a análise da escrita da sequência numérica.

As pesquisas desenvolvidas por Lerner e Sadovsky (1996) orientam o ensino do SND e apontam as dificuldades que as crianças apresentam para compreender como se organiza nosso sistema de numeração. As crianças já têm alguma compreensão sobre a ideia do valor posicional quando decidem qual número é maior analisando o primeiro algarismo, por exemplo, 597 é maior que 423, porque 5 é maior que 4 e é "o primeiro que manda". Segundo as pesquisadoras, outra relação que as crianças estabelecem é sobre a magnitude do número e a sua quantidade de algarismos. Por exemplo, 1045, é maior que 999, pois tem mais algarismos.

Em suas considerações, Lerner e Sadovsky (2001) apontam algumas atividades fundamentais para o desenvolvimento do trabalho com o SND,

> [...] os números, a relação de ordem, e as operações aritméticas envolvidas em sua organização, operar e comparar serão aspectos ineludíveis do uso da numeração escrita. Também será imprescindível produzir e interpretar escritas numéricas, já que a produção e interpretação são atividades inerentes ao trabalho com um sistema de representação. (LERNER; SADOVSKY, 2001, p.118).

O zero e o Sistema de Numeração Decimal

É frequente a dúvida entre os professores sobre o momento de falar sobre o zero. Intuitivamente, as crianças sabem que o zero é a ausência de quantidade, sendo comum vê-las representá-lo com a mão fechada.

Segundo Mandarino (2010), inicialmente o zero não deve ser incluído nos números naturais, por seu aspecto cardinal, e não faz sentido contar o "nada". Entretanto, o zero está presente na escrita de muitos números que as crianças conhecem e é importante que elas conheçam sua função no SND. No registro de números como 10, 20, 30,... o zero representa que as unidades foram todas agrupadas para formar as dezenas inteiras.

Podemos dizer que o zero ocupa qualquer ordem numérica que teve seus elementos agrupados na ordem superior. Um equívoco que as pessoas comentem é dizer por que no número 205, por exemplo, não há dezenas. Isso não é verdade, pois no número 205, o zero ocupa a ordem das dezenas representando que todas as dezenas foram agrupadas na ordem da centena.

As operações de adição e subtração

As operações de adição e subtração, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997), devem ser trabalhadas em problemas aditivos e subtrativos simultaneamente à construção do significado dos números naturais. Segundo esse documento: "A justificativa para o trabalho conjunto dos problemas aditivos e subtrativos baseia-se no fato de que eles compõem uma mesma família, ou seja, há estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas." (BRASIL, 1997, p.65).

Não faz sentido tratar a adição e a subtração isoladamente, pois fazem parte do mesmo campo conceitual, denominado pelo pesquisador Gérard Vergnaud de “Estruturas Aditivas” ou “Campo Aditivo”. Vergnaud (1996) define campo conceitual das Estruturas Aditivas como “um conjunto das situações que exigem uma adição ou uma subtração ou uma combinação dessas duas operações.” (VERGNAUD, 1996, p. 167).

Os problemas apresentados no Campo Aditivos podem ser solucionados pelos alunos, tanto utilizando procedimentos aditivos, quanto procedimentos subtrativos. A exemplo disso, os PCN (BRASIL, 1996) apresenta o seguinte problema: “João possuía 8 figurinhas e ganhou mais algumas num jogo. Agora ele tem 13 figurinhas”. Os alunos podem pensar em somar de um em um, partindo de oito até 13, ou subtrair 8 de 13. Desta forma, o que classificam os problemas não são as operações e sim a escolha das estratégias utilizadas por quem os soluciona.

Apoiados na teoria dos campos conceituais, os PCN (1996) definem as ações que envolvem os problemas no Campo aditivo. São elas:

- Ação de juntar
- Ação de acrescentar e tirar – transformação positiva ou negativa de um estado inicial
- Ação de comparar

Nesse trabalho, nos deteremos nas construções das estratégias de cálculo que os alunos devem adquirir nos anos iniciais do Ensino fundamental. Para alcançar a destreza nos cálculos, os alunos devem vivenciar situações de aprendizagem que retomem a ideia de número e as regularidades do SND, principalmente no que diz respeito ao valor posicional. A retomada desses conteúdos deve ser feita em espiral, partindo do que os alunos já conhecem, ampliando-os em outros contextos.

Ao contrário do que vemos com frequência na sala de aula, os algoritmos formais não devem ser o ponto de partida para o ensino das operações, até por que os alunos não o compreendem e nem o relacionam com o valor posicional.

Sobre esse fato, Lerner e Sadovsky (2001) dizem que, ao entrevistar as crianças sobre a utilização dos algoritmos, os famosos “vai um” e “peço emprestado” - rituais inerentes das contas escolares - não tinham vínculo nenhum com as “unidades, dezenas e centenas” que elas já haviam estudado. As pesquisadoras afirmam, ainda, que “essa ruptura acontecia tanto com as crianças que acertavam quanto com as crianças que erravam as operações, umas nem outras pareciam entender que os algoritmos convencionais estão baseados na organização do nosso sistema de numeração.” (LERNER e SADOVSKY, 2001 p.74).

Ressalta-se que as atividades propostas no trabalho com as operações têm, como objetivo, desafiar os alunos a buscarem estratégias próprias de resoluções e os auxiliar a estabelecerem relações entre o SND, o valor posicional dos algarismos e as operações de adição e subtração. Os alunos devem ser convidados a refletirem sobre as suas respostas e as que seus colegas apresentam, construindo argumentações e validando novos conhecimentos.

QUADRO DE ATIVIDADES

Atividade	Habilidade	Material
1- Crianças em linha	Quantificar elementos de uma coleção, em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade, utilizando diferentes estratégias (correspondência termo a termo, contagem oral, pareamento, e correspondência de agrupamentos), e comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral ou materiais substitutivos aos da coleção.	Folhas brancas e contadores de duas cores (fichas coloridas, tampinhas de garrafa, botões etc.)
2-Contando nos dedos e comparando quantidades	Quantificar elementos de uma coleção, em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade, utilizando diferentes estratégias (correspondência termo a termo, contagem oral, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos), e comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral, os dedos da mão ou materiais substitutivos aos da coleção.	Folhas de registro (ver modelo) e contadores (canudinhos de refrigerantes cortados em quatro partes)
3-Contando para frente e para trás	Reproduzir sequências numéricas em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado: orais (em atividades rítmicas corporais coordenando o movimento à contagem oral e realizando modificações nos gestos para destacar os números redondos - dez, vinte, trinta etc.; ou em sequência de dez em dez, de cem em cem) e escritas.	Fichas com os números 5, 10, 15, 20, 25...

4- Várias formas de representar o 5 e o 10	Produzir as diferentes composições aditivas do total cinco e do total dez, valendo-se das mãos e de diferentes recursos de contagem.	Fichas (ver modelo) e contadores, folhas para o registro.
5- Escada numérica	Representar graficamente quantidades de coleções ou de eventos, utilizando registros simbólicos espontâneos (não convencionais) e notação numérica.	Malhas quadriculadas 10 x 10, dois dados com a numeração de 1 a 5 e uma face em branco (ver modelo), lápis de cor.
6 - O Jogo “Nunca dez”, no ábaco	Investigar, com o auxilio de material concreto, as regularidades do Sistema de Numeração Decimal, para compreender o princípio posicional de sua organização (dez unidades agrupadas formam uma dezena, dez dezenas agrupadas formam uma centena, dez centenas agrupadas formam um mil etc.)	Ábaco aberto, argolas, dois dados e papel para o registro.
7 - O quadro da centena	Elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos e estabelecendo relações entre a linguagem escrita, a oral e os padrões do SND.	Cópia do Quadro da centena, lápis de cor e papel para os registros.
8 – Fichas escalonadas	Compreender o valor posicional dos algarismos na composição da escrita numérica, compondo e decompondo números.	Fichas com os números (conforme modelo) e papel para os registros.

9- Calculadora	Utilizar a calculadora, cédulas ou moedas do sistema monetário para explorar, produzir e comparar valores e escritas numéricas.	Calculadoras simples e papel para os registros.
10- Jogo “Somando e subtraindo” com fichas escalonadas	Calcular adição e subtração recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática.	Ábacos de pinos, argolas, uma tabela de dupla entrada com as operações e papel para o registro das atividades.
11- Adição e subtração no ábaco	Calcular adição e subtração recorrendo ao apoio de diferentes materiais, agrupados de dez em dez.	Ábacos de pinos, argolas, uma tabela de dupla entrada com as operações e papel para o registro das atividades.
12- Algoritmo formal da adição e da subtração	Realizar as operações de adição e subtração utilizando os respectivos algoritmos formais.	Ábacos de pinos, argolas e o QP impresso na folha.

ATIVIDADES PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE NÚMERO

1. Crianças em linha

Atividade 1	Crianças em linha
Habilidades	Quantificar elementos de uma coleção, em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade, utilizando diferentes estratégias (correspondência termo a termo, contagem oral, pareamento, e correspondência de agrupamentos), e comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral ou materiais substitutivos aos da coleção.
Objetivo	• Propor situações que envolvam classificação, contagem, ordenação e cardinalidade. • Contagens até 5, 10 e 20.
Conteúdo	Noção de número natural
Material	Folhas brancas e contadores de duas cores (fichas coloridas, tampinhas de garrafa, botões etc.)
Idade	6 anos

Desenvolvimento

O professor e os alunos sentam-se em círculo no chão da sala de aula. No centro do círculo, professor faz uma linha com fita crepe e escolhe cinco alunos, meninos e meninas, para ficarem de pé sobre a linha. Os alunos da roda devem receber uma folha branca e contadores de duas cores.

1º Momento:

Juntamente com os alunos, o professor escolhe as cores que devem representar, respectivamente, os meninos e as meninas. Por exemplo: as meninas serão representadas por contadores vermelhos e os meninos por contadores verdes.

O professor solicita que os alunos da roda representem em suas folhas os alunos que estão na fila segundo os seguintes comandos:

- quantas meninas estão na fila?

- quantos meninos estão na fila?

- quantos alunos estão em fila?

A cada comando, o professor solicita que alguns alunos mostrem como utilizaram os contadores para responder à pergunta feita. Os outros alunos devem dizer se concordam ou não com a resposta do colega argumentando seu ponto de vista.

2º Momento:

O professor recolhe os contadores e, agora, as crianças recebem contadores de uma única cor. Novos comandos são feitos como, por exemplo:

O professor solicita que os alunos da roda observem os alunos em linha e representem em suas folhas:

- quantas bocas vocês vêm?

- quantas pernas vocês vêm?

As crianças registram nas folhas com os marcadores e novamente algumas são convidadas a dizer como fizeram o registro. As respostas devem ser discutidas com o restante da turma.

Problematizando a atividade “Crianças em Linha”

Os alunos que estão na linha devem voltar para a roda e o professor problematiza a atividade para que todos respondam usando os contadores.

1ª Situação problema:

Se entrasse mais uma menina na linha, qual seria:

- o número de meninas?

- o número de meninos?

- o número de crianças?

- quantas bocas você iria ver?

- quantas pernas você iria ver?

- qual parte do corpo tem a mesma quantidade de pernas?

Orientações para o professor:

Essa atividade pode ser repetida várias vezes durante o primeiro semestre da turma de 6 anos. Em cada momento, a fila pode ser composta por alunos diferentes, observando para que todos os alunos da turma possam participar da linha. O número de alunos na linha pode variar, conforme os alunos vão evoluindo na contagem. Os registros, que inicialmente são feitos com os contadores, podem ser feitos com números, à medida que os alunos vão tendo familiaridade com a numeração escrita, entretanto, eles podem recorrer aos contadores sempre que sentirem necessidade.

A cada momento que a atividade é retomada, outras partes do copo dos alunos podem ser contadas.

Ao problematizar a atividade, o professor deve procurar outras situações como: - se dois alunos entram na fila; ou – um aluno sai da fila, etc.

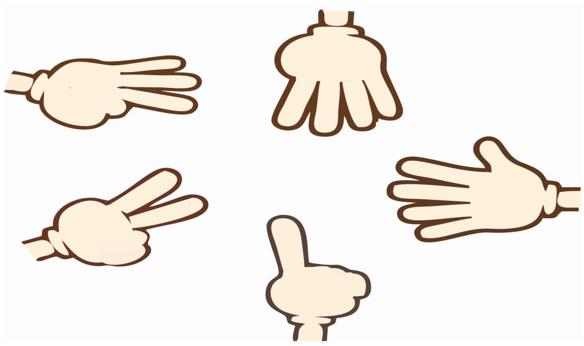
2. Contando nos dedos e comparando quantidades

Atividade 2	Contando nos dedos e comparando quantidades
Habilidades	Quantificar elementos de uma coleção, em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade, utilizando diferentes estratégias (correspondência termo a termo, contagem oral, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos), e comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral, os dedos da mão ou materiais substitutivos aos da coleção.
Objetivo	Propor situações de contagens, ordenação, cardinalidade e comparação de quantidades
Conteúdo	Noção de número natural
Material	Folhas de registro (ver modelo) e contadores (canudinhos de refrigerantes cortados em quatro partes)
Idade	6 anos

Desenvolvimento

O professor organiza a turma em grupos de três ou quatro alunos. Cada aluno recebe uma folha para os registros e cada grupo recebe uma caixa com vários canudinhos cortados em quatro partes.

Em cada rodada, o professor irá dizer quantos dedos cada criança deverá mostrar. O professor deve combinar com os alunos que eles deverão guardar os registros para compará-los ao final da segunda rodada.



1ª rodada

O professor solicita que cada aluno mostre dois dedos e pede que eles contem quantos dedos todos mostraram. Antes da contagem, os alunos devem fazer uma estimativa de qual será o resultado. O valor estimado pelos alunos deve ser anotado na folha e, depois, comparado com o resultado da contagem.

Os alunos devem utilizar os canudinhos para fazer a contagem e, em seguida, colocá-los na folha de registro.

2ª rodada

O professor solicita que cada aluno mostre três dedos. Os alunos devem fazer, novamente, uma estimativa de quantos dedos serão mostrados e, após a contagem, realizarem o registro, como feito anteriormente.

Após a segunda rodada, o professor solicita que os alunos respondam as seguintes perguntas:

- Em qual rodada foram mostrados menos dedos?
- Quantos dedos a menos?

É importante que o professor permita que os alunos discutam no grupo e estabeleçam estratégias próprias para responder as perguntas. Cada grupo deve ter um relator que irá apresentar para a turma como seu grupo pensou para encontrar as respostas.

Espera-se que os alunos façam a comparação das quantidades, observando os canudinhos referentes aos registros das duas rodadas. Eles podem, por exemplo, retirar quantidades de canudinhos iguais dos dois registros, a fim de perceberem em qual rodada tinha mais canudinhos que a outra.

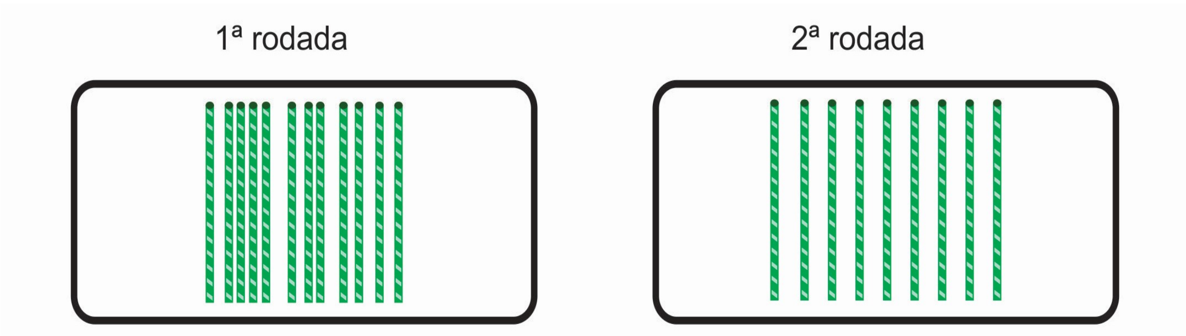
Problematizando a atividade “Contando nos dedos e comparando quantidades”

O professor entrega para cada grupo o registro de duas rodadas da atividade “Contando nos dedos e comparando” realizadas em uma turma e pergunta:

- quantos dedos os alunos mostraram na primeira rodada?

- quantos dedos os alunos mostraram na segunda rodada?

- em qual rodada os alunos mostraram mais dedos?



Orientações para o professor:

Professor, outras possibilidades de contagem podem ser feitas e devem ser exploradas em aula de aula. Por exemplo, em uma determinada situação, pode-se propor a um grupo de quatro alunos que um deles mostre um dedo e os outros mostrem dois dedos a mais que o primeiro aluno; em outra situação, os quatro alunos mostram todos os dedos de uma mão, etc. São inúmeras as possibilidades de desenvolver as contagens com os dedos nos grupos de alunos.

É importante lembrar, que em todas as atividades, os alunos devem expor a forma como pensaram e as estratégias elaboradas por eles devem ser valorizadas e discutidas com o grupo e com o professor. Ao verbalizar seu pensamento, o aluno tem a oportunidade de apropriar-se do vocabulário matemático, além de construir modos de argumentação.

Folha de registro

1ª RODADA

2ª RODADA

3. Contando para frente e para trás

Atividade 3	Contando para frente e para trás
Habilidades	Reproduzir sequências numéricas em escalas ascendentes e descendentes, a partir de qualquer número dado: orais (em atividades rítmicas corporais coordenando o movimento à contagem oral e realizando modificações nos gestos para destacar os números redondos - dez, vinte, trinta etc.; ou em sequência de dez em dez, de cem em cem) e escritas.
Objetivos	• Conhecer a sequência numérica em atividades corporais em ordem crescente e decrescente. • Contar de cinco em cinco.
Conteúdo	Noção de número natural
Material	Fichas com os números 5, 10, 15, 20, 25[13]
Idade	6 anos

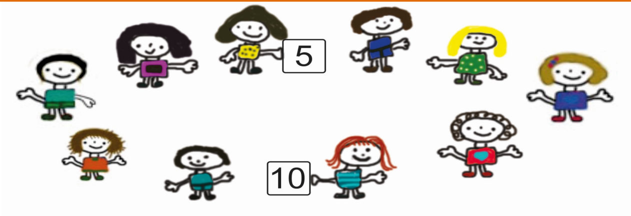
Desenvolvimento

O professor e os alunos sentam-se em círculo no chão da sala de aula. As fichas com os números 5, 10, 15, 20, 25 são colocadas misturadas no chão no centro da roda. O professor estabelece que o aluno que estiver à sua direita será o número 1, o seguinte o número 2, e assim sucessivamente, até o último aluno que estará imediatamente à esquerda do professor.

Todos os alunos iniciam a contagem, e ao falarem o número 1, o primeiro aluno à direita do professor se levanta, no número 2, o próximo aluno se levanta, e assim por diante. Ao se levantar, o quinto aluno dirige-se ao centro do círculo, e pega a ficha 5. Os alunos continuam contando, até que o décimo aluno, ao se levantar, pega a ficha 10 e assim sucessivamente até que todos os alunos estejam de pé.

---

[13] Consideramos uma classe que tenha 25 alunos. No caso da turma ter mais alunos, as fichas 30 e 35 devem ser confeccionadas.



Quando todos os alunos estiverem de pé, a turma deve contar em ordem decrescente, e os alunos, a partir do ultimo, vão se assentando. Os alunos que estiverem com as fichas devem, antes de assentarem na roda, colocá-las de volta no centro do círculo em ordem.

Inicia-se, então, uma nova contagem, agora de cinco em cinco sendo que só se levantam os alunos que pegaram as respectivas fichas na primeira rodada: 5, 10, 15, etc.

Problematizando a atividade “Contando para frente e para trás”

O professor propõe as seguintes questões:

- qual número vem depois do número 9?

- qual número vem antes do número 21?

- qual número está entre os números 14 e 16?

Orientações para o professor:

Essa atividade pode ser retomada em diversos momentos e com algumas variações. O professor pode iniciar a atividade contando a partir de ouros números diferentes de um. Nessa situação, quatro alunos são colocados no centro da roda e a contagem inicia a partir do cinco, por exemplo. Da mesma forma, a contagem reversa pode iniciar a partir de números menores que o total de alunos da turma.

A importância da recitação da sequência oral acompanhada de movimentos corporais é estabelecer uma correspondência entre o agrupamento contado e a sequência numérica.

Segundo o pesquisador Gerard Vergnaud (2009), quando a criança enuncia a sequência numérica, ela pode estar em dois níveis cognitivos diferentes:

- no nível da simples recitação, a criança se limita a dizer as palavras que ela sabe que devem vir uma após outra e, volta e meia, pode se enganar. Entretanto, mesmo que saiba recitar, sem erros, a sequência dos primeiros números, isso não significa que ela saiba contar objetos até um número qualquer.
- no nível da contagem propriamente dita, a recitação da sequência numérica é acompanhada de gestos da mão e de movimentos dos olhos que mostram que a criança estabelece uma correspondência entre o conjunto contado e a sequência numérica oral.

Outra situação apresentada na atividade que merece destaque é a recitação da sequência a partir de certo número diferente de 1, que é chamada "sobrecontagem". A importância da "sobrecontagem" oral é colaborar para que a criança tenha recursos para realizar as operações de adição e subtração.

Quando as crianças iniciam a aprendizagem da adição para resolver 5 + 3, utilizando contadores, ela faz, inicialmente, uma contagem simples e sequenciada, falando: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 até 8. Em um processo mais desenvolvido, a criança utiliza a "sobrecontagem", ou seja, ela não necessita mais contar todos os contadores e considerando, por exemplo, os cinco iniciais, pode falar: 6,7, 8.

No desenvolvimento dessa atividade, o professor pode confeccionar cartões diferentes dos sugeridos, por exemplo: de dois em dois, de três em três ou de dez em dez... A escolha dependerá do tipo de contagem que se deseja realizar.

4. Várias formas de representar o 5 e o 10

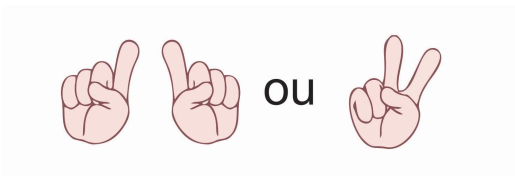
Atividade 4	Várias formas de representar o 5 e o 10
Habilidades	Produzir as diferentes composições aditivas do total cinco e do total dez, valendo-se das mãos e de diferentes recursos de contagem.
Objetivo	Identificar e representar as diversas formas de representar o número 5 e o número 10, utilizando as mãos, fichas e contadores.
Conteúdo	Noção de número natural
Material	Fichas (ver modelo) e contadores, folhas para o registro
Idade	6 e 7 anos

Desenvolvimento

Mostrando os números com os dedos

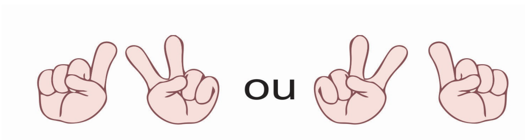
A atividade deve ser desenvolvida pelos alunos individualmente. Inicialmente, o professor solicita aos alunos que mostrem, com as mãos, como podemos formar o número dois.

Os alunos poderão mostrar dois dedos de uma mão ou um dedo de cada mão.



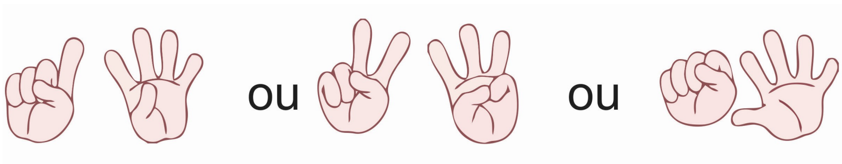
Da mesma forma, o professor solicita que os alunos formem o número três.

Os alunos poderão mostrar dois dedos de uma mão ou um dedo da outra mão.

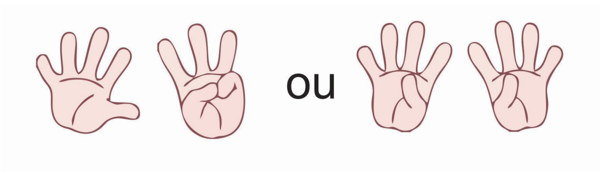


Utilizando o mesmo comando, o professor solicita que os alunos formem o número quatro e o número cinco.

Para formar o cinco, por exemplo, os alunos poderão mostrar as mãos das seguintes formas:

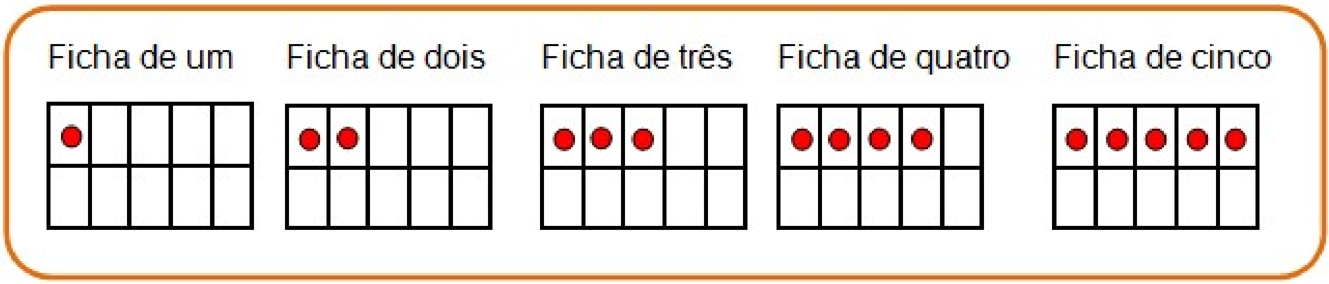


A partir do número cinco, os alunos devem ser solicitados a mostrar como podem formar os números seis, sete, oito, nove e dez, explorando todas as combinações possíveis. Por exemplo, para formar o número oito, os alunos poderão mostrar as mãos das seguintes formas:



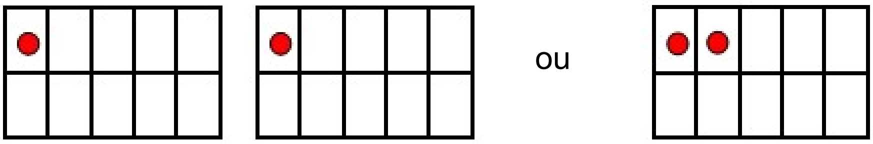
Construindo os números com as fichas

Depois de formar os números de um a dez com as mãos, os alunos deverão, a critério do professor, utilizar os contadores e as fichas ou apenas as fichas. O professor pode organizar a turma em duplas ou grupos de 3 ou 4 alunos para melhor utilização do material, e para que os alunos possam ter interlocução com seus colegas. Cada dupla ou grupo recebe uma quantidade de contadores (tampinhas, pedaços de canudinhos, botões, etc.) em uma caixa e um envelope com 5 fichas de um, 5 fichas de dois, 5 fichas de três, 5 fichas de quatro, 5 fichas de 5.



Inicialmente os alunos devem explorar as fichas dizendo quais números elas representam; formar sequências em ordem crescente do 1 ao 5, decrescente do 5 ao 1, e relacioná-las com as quantidades representadas com os dedos da mão.

Depois, o professor propõe aos grupos que formem o número dois usando as fichas. Eles poderão compor usando a ficha de dois ou duas fichas de um.

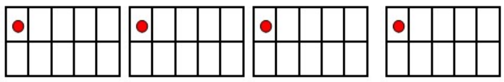
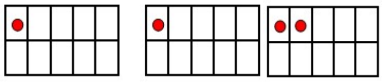


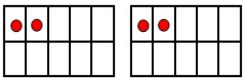
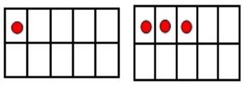
Em uma folha, os alunos podem registrar 1 e 1 igual a 2 ou 1 + 1 = 2.

Os alunos deverão, pelo mesmo método, construir os números três, quatro e cinco, até o dez, explorando as diversas possibilidades de organização das fichas de 1 a 5, acompanhadas dos registros. Os contadores podem ser utilizados se os grupos sentirem necessidade. Apresentarmos, aqui, a atividade na íntegra, entretanto, sugerimos que ela seja desenvolvida em várias etapas. Para isso, o professor deve planejar as etapas, conforme o desenvolvimento dos alunos e as aquisições acerca da ideia de número que eles forem conquistando.

Desta forma, os alunos podem fazer construções como:

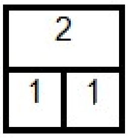
Construindo o quatro

 ou 

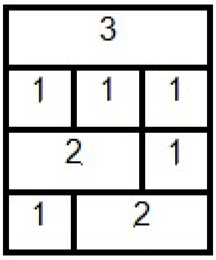
 ou 

Nossa intenção é que os alunos, após trabalharem com as fichas, construam os "murinhos"[14] com as diversas formas de compor os números. Apresentamos, a seguir, algumas possibilidades de construção dos murinhos.

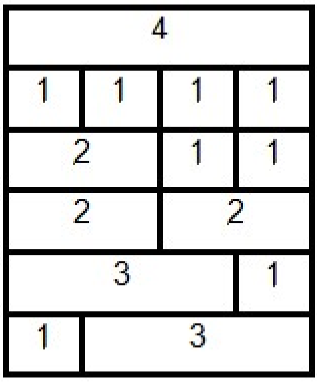
Murinho do 2 :



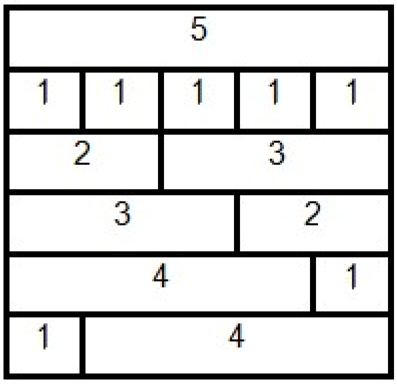
Murinho do 3:



Murinho do 4:



Murinho do 5:



[14] O termo "murinho" é utilizado por Dante (2007) para representar todas as adições possíveis para um dado número de 2 a 10.

Murinho do 6:

<table>
<tr><td colspan="6">6</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td colspan="4">4</td></tr>
<tr><td colspan="3">3</td><td colspan="3">3</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="5">5</td></tr>
<tr><td colspan="5">5</td><td>1</td></tr>
</table>

Murinho do 7:

<table>
<tr><td colspan="7">7</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="5">5</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td colspan="5">5</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td colspan="4">4</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="3">3</td></tr>
<tr><td colspan="3">3</td><td colspan="4">4</td></tr>
</table>

Murinho do 8:

<table>
<tr><td colspan="8">8</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="5">5</td></tr>
<tr><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="4">4</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td colspan="3">3</td><td colspan="3">3</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="3">3</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3">3</td><td colspan="3">3</td><td colspan="2">2</td></tr>
</table>

Murinho do 9:

<table>
<tr><td colspan="9">9</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="6">6</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="6">6</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="5">5</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td colspan="5">5</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="4">4</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3">3</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td></tr>
</table>

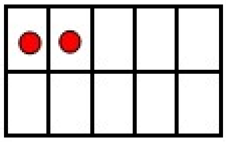
Murinho do 10:

<table>
<tr><td colspan="10">10</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="5">5</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td colspan="3">3</td><td colspan="3">3</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td colspan="4">4</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td colspan="5">5</td><td colspan="5">5</td></tr>
</table>

Problematizando a atividade "A sequência de 1 a 10"

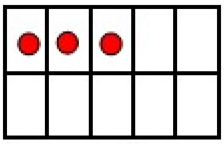
As problematizações sobre a atividade são inúmeras. Apresentamos algumas sugestões que podem ser adaptadas para os números e situações que estiver trabalhando.

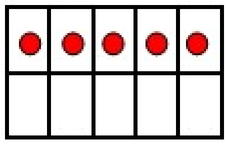
- Você recebeu o seguinte cartão:



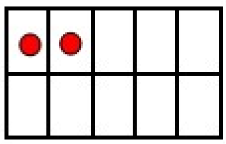
Quais cartões você pode utilizar para formar o número 5?

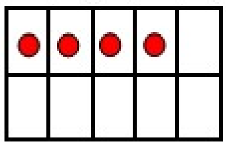
- Qual número você pode formar utilizando os dois cartões a seguir?





- Um aluno desejava formar o número 7 e usou os cartões a seguir:





Este aluno formou o número 7 corretamente?

Orientações para o professor:

A atividade permite que os alunos substituam, gradualmente, a contagem 1 a 1 para contagens mais elaboradas, utilizando a sobrecontagem. Além disso, compreender que 5 é o mesmo que 2 mais 3, ou 1 mais 4, envolve algumas habilidades importantes para a construção da ideia de número, como a seriação e a inclusão hierárquica.

Os registros escritos dessa atividade são importantes, mas não devem preceder a verbalização. O professor deve explorar, oralmente, a atividade, assim como os alunos devem expor a forma como estão estabelecendo suas estratégias para resolver as questões propostas. O objetivo da atividade não é construção da adição de números Naturais, entretanto, algumas ideias iniciais podem ser trabalhadas como dizer que 2 mais 4 é seis.

A compreensão das decomposições dos números de 1 a 10 é fundamental para que os alunos construam, apoiando no número 5 e no número 10, um repertório de cálculo que, mais tarde, será importante para o desenvolvimento das operações significativamente.

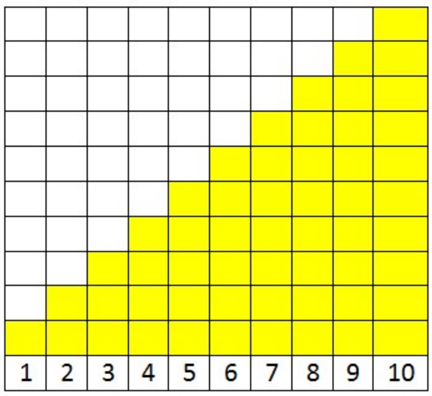
A partir da compreensão das regularidades do Sistema de Numeração Decimal e da ampliação numérica, os alunos poderão desenvolver a decomposição para as dezenas inteiras, centenas inteiras etc., da seguinte forma: se 2 + 3 = 5, termos 20+30=50, 200+300=500, e assim por diante.

5. Escada numérica

Atividade 5	Escada numérica
Habilidades	Representar graficamente, quantidades de coleções ou de eventos, utilizando registros simbólicos espontâneos (não convencionais) e notação numérica.
Objetivo	Identificar e representar os números de 1 a 10 em malhas quadriculadas.
Conteúdo	Noção de número Natural
Material	Malhas quadriculadas 10 x 10, dois dados com a numeração de 1 a 5 e uma face em branco (ver modelo), lápis de cor.
Idade	6 e 7 anos

Objetivo do jogo:

Ganha o jogo que conseguir pintar um quadrinho na coluna 1, dois quadrinhos na coluna 2, e assim sucessivamente, até dez quadrinhos na coluna 10, conforme figura a seguir.



Regras:

1- O professor organiza a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.

2- Cada aluno recebe uma malha quadriculada e o grupo recebe dois dados. Os alunos combinam entre eles quem será o primeiro a jogar os dados.

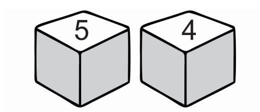
3- Após cada jogada, o aluno observa os números sorteados e pinta, na sua malha, a quantidade de quadrinhos correspondente aos números que saíram em cada dado, de acordo com sua estratégia para completar a escada. Por exemplo, se saíram os números 3 e 5, o aluno pode escolher pintar um quadradinho na coluna do 1, dois quadradinhos na coluna do 2 e cinco quadradinhos na coluna do 10.

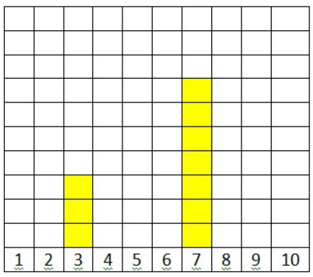
4- A cada rodada, o aluno deve pintar a quantidade de casas que aparece na soma dos dois dados. Se em uma determinada rodada, o número de casas brancas seja insuficiente para representar a quantidade sorteada nos dados, ele passa a vez.

Problematizando o jogo Escada Numérica

Após a realização da atividade, o professor propõe as seguintes questões:

a) Os números que saíram nos dados correspondem aos números que foram pintados na malha?



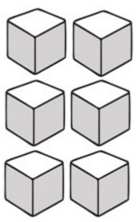


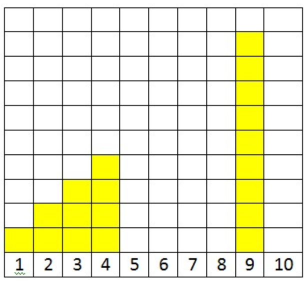
b) Escreva, nos dados, quais números podem ter sido sorteados em cada rodada para que o aluno tenha pintado o tabuleiro a seguir.

1ª rodada

2ª rodada

3ª rodada





Orientações para o professor:

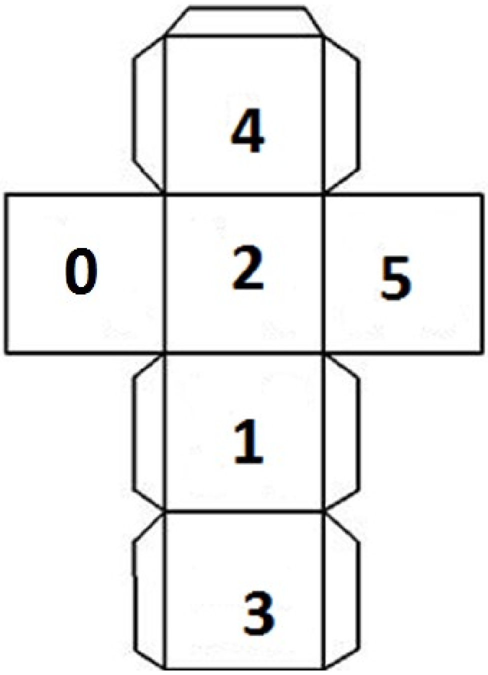
Esse jogo deve ser proposto rotineiramente, pois, à medida que os alunos vão repetindo o jogo, eles podem refinar as estratégias para diversificar suas escolhas, de modo a preencher mais rapidamente a escada. Dessa forma, eles estarão consolidando as ideias de número e quantidade, as formas de escrita dos números de 1 a 10, além de estarem desenvolvendo estratégias pessoais para adicionar e subtrair pequenas quantidades.

Novos tabuleiros, cada vez mais complexos, semelhantes ao da problematização 2, podem ser propostos, para que os alunos façam previsões de possíveis jogadas.

Os dados que serão utilizados podem ser montados a partir do modelo ou podem ser adaptados aos dados convencionais utilizando fita crepe e escrevendo números de 1 a 5, não se esquecendo de deixar uma face em branco.

Ao problematizar a atividade, é importante que o professor solicite aos alunos que eles expliquem como pensaram para responder às questões, e as explicações dos alunos devem ser discutidas pelo grupo.

Modelo do dado



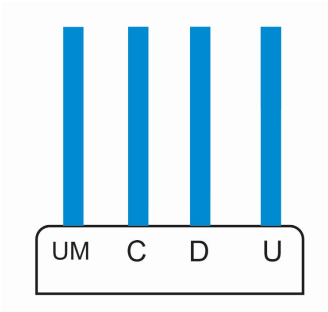
ATIVIDADES PARA O DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

6- O Jogo Nunca dez no ábaco

Atividade 6	Nunca dez no ábaco
Habilidades	Investigar, com o auxilio de material concreto, as regularidades do sistema de numeração decimal para compreender o princípio posicional de sua organização (dez unidades agrupadas formam uma dezena, dez dezenas agrupadas formam uma centena, dez centenas agrupadas formam um mil etc.)
Objetivo	Agrupar quantidades de dez em dez, no ábaco, para estabelecer as relações entre unidades, dezenas e centenas.
Conteúdo	Sistema de numeração decimal
Material	Ábaco aberto, argolas, dois dados de números, papel para o registro.
Idade	7 anos

Desenvolvimento

O professor deve organizar a turma em duplas. Cada aluno recebe um ábaco de pinos verticais e dois dados. Se o número de ábacos disponíveis não for suficiente para todos os alunos, o professor pode organizar grupos de quatro alunos e cada dupla recebe um ábaco.



Sobre o ábaco

O ábaco é um instrumento simples, utilizado para representação de sistemas de numeração como o SND. Pela facilidade de fazer operações, o ábaco foi considerado, por alguns historiadores, a primeira máquina de calcular da humanidade. Antes de iniciar o jogo, o professor deve permitir que os alunos explorem o ábaco, discutir o que significam as letras U (unidade), D(dezena), C(centena). Se o ábaco tiver mais ordens, elas deveram ser discutidas também.

Objetivo:

Ganha o jogo quem, primeiro, completar 10 peças na dezena e fizer a primeira troca para a ordem da centena.

Regras:

As regras do jogo devem ser lidas e discutidas com os alunos, para que todos as compreendam:

1- cada jogador lança um dados uma vez. Quem tirar o maior número começa o jogo.

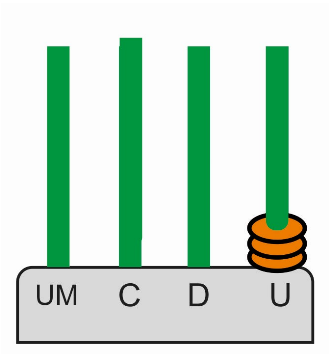
2- O jogador lança os dois dados. Em seguida, representa no ábaco a quantidade de peças correspondentes aos números que saíram nos dados, na ordem das unidades. Quando se reúnem 10 peças nas unidades (U), o jogador deve retirá-las e trocá-las por uma peça na dezena (D). Em seguida, outro jogador tem a vez.

3- A cada jogada, os alunos devem registrar os números que saíram nos dados.

3. Quando um jogador tiver 10 peças nas dezenas (D), deverá trocá-las por uma peça da centena.

.Problematizando o jogo Nunca dez

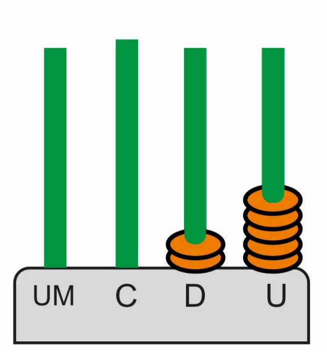
1- Apresente para os alunos as seguintes representações no ábaco.



Faça os seguintes questionamentos:

- Quantas argolas faltam para completar dez no pino das unidades?
- Se um aluno tirar nos dados os números 2 e 5 ele vai completar dez argolas no pino das unidades?
- Quais números deveram sair nos dados para completar dez argolas no pino das unidades?

2- Na terceira rodada do jogo, o ábaco de um dos alunos estava assim:



- Esse aluno lançou os dados os dados e saíram os números 3 e 5. Como ficará o ábaco?
- Escreva o número que ficou representado no ábaco.

Orientações para o professor:

O jogo Nunca dez no ábaco permite que o professor explore a representação das ordens que compõem os números e deve ser utilizado diversas vezes e com ábacos que tenham as ordens dos milhares e das unidades de milhar. A ideia que desejamos trabalhar é que, sempre que formamos um agrupamento de dez em uma ordem, devemos trocá-lo pela ordem superior, para que os alunos possam construir o conceito de base dez do SND. Outro conceito importante que deve ser refletido com os alunos é o valor posicional, discutindo o significado de uma argola no pino das unidades e o significado de uma argola no pino das dezenas ou das centenas.

As conexões que os alunos estabelecem, ao representar o número no ábaco, registrá-lo e fazer a sua leitura, formam uma estrutura importante para a aquisição dos conceitos do SND.

Devemos observar que os processos de contagem são retomados quando os alunos necessitam formar os grupos de dez. Portanto, é interessante que as fichas possam ser novamente utilizadas pelos alunos, quando necessário, e o professor pode fazer referência aos "murinhos" que foram construídos na atividade "Várias formas de representar o 5 e 10", solicitando que os alunos, antes de lançarem os dados, façam uma previsão de quais números devem sair para que eles formem um agrupamento de dez no pino do ábaco. Por exemplo, se o aluno precisa tirar 4 nos dados para completar 10, ele pode retomar o murinho do quatro e dizer as possibilidades de pares de números que podem sair no dado que o interessam, 1 e 3, 2 e 2.

Quando os alunos completarem exatamente dez unidades e trocá-las pela primeira dezena, é importante que o professor discuta a utilização do zero no número escrito (nesse caso o 10) e leve os alunos a refletirem que ele "ocupa" uma ordem que, momentaneamente, está vazia, mas que garante a existência de unidades nesse número.

Esta discussão deve ser ampliada com os alunos questionando o que significa o zero nas ordens das dezenas, nas centenas, etc., pois seguem um mesmo padrão que deve ser construído pelos alunos. Sugerimos que os alunos escrevam as regras que eles estão descobrindo no jogo sobre os agrupamentos, o valor posicional e o uso do zero.

7- O quadro de um a cem

Atividade 7	O quadro de um a cem
Habilidades	Elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos, e estabelecendo relações entre a linguagem escrita, a oral e os padrões do SND.
Objetivo	Observar as regularidades presentes na escrita dos números naturais. Observar padrões de soma e subtração no quadro da centena
Conteúdo	Sistema de Numeração Decimal
Material	Cópia do Quadro da centena, lápis de cor e papel para os registros.
Idade	6 e 7 anos

Desenvolvimento

Cada aluno deve receber um quadro de um a cem. Sugerimos que, na sala de aula, tenha um quadro de um a cem, em tamanho grande, fixado na parede, para que todos os alunos possam visualizá-lo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

O quadro de um a cem permite diversas possibilidades de atividades que podem ser desenvolvidas com os alunos de 6 e 7 anos. Apresentaremos, aqui, algumas atividades.

Atividade 1

Pergunte aos alunos:

- Qual o menor número do quadro de um a cem?
- Qual o maior número de dois algarismos do quadro de um a cem?
- Qual número vem depois de 9? E depois de 19?
- O que podemos dizer sobre o algarismo das unidades de todos os números que terminam com 9 no quadro?

Atividade 2

Solicite aos alunos que, a partir da análise do quadro de um a cem, observem o que acontece:

- com todos os números de uma mesma coluna;
- com os números em uma mesma linha;
- com o algarismo da dezena de uma mesma coluna;
- com os algarismos das unidades de uma mesma linha.

Atividade 3

Pinte, no quadro, o resultado das seguintes operações:

- 21 + 10; 22 + 10; 23 +10; 24 + 10;
- O que você observa em relação aos números que você pintou?

Atividade 4

Utilizando a seta → para indicar + 1 e a seta ↓ para indicar +10 represente um caminho no quadro de um a cem para:

- Sair do 33 e chegar no 57.

Problematizando a atividade com o quadro de um a cem:

- Peça que os alunos completem algumas partes do quadro de um a cem, justificando quais estratégias utilizaram.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31			34	35	36	37	38	39	40
41			44	45	46	47	48	49	50
51			54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65				69	70
71	72	73	74	75				79	80
81	82	83	84	85				89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15		17	18	19	20
21	22	23	24	25		27	28	29	30
31	32	33	34	35		37	38	39	40
41	42	43	44	45		47	48	49	50
51	52							59	60
61	62	63	64	65		67	68	69	70
71	72	73	74	75		77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Solicite aos alunos que escrevam as operações que as setas $\xrightarrow{+1}$ e $\downarrow{+10}$ descrevem, no quadro de um a cem.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32 →	33 ↓	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43 →	44 ↓	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54 ↓	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Orientações para o professor:

As atividades propostas para o trabalho com o quadro da centena nem sempre têm uma única resposta ou um único caminho para solucionar as perguntas, os alunos podem (e devem) ter estratégias próprias de pensamento. Cabe ao professor ouvir os alunos, solicitar que eles deem argumentos consistentes para justificar suas respostas.

No decorrer das aulas, o professor pode propor que os alunos construam o quadro de 101 a 200 ou e de 201 a 300. A construção desses quadros pode ampliar a percepção dos alunos sobre as regularidades da escrita dos números, propiciando, assim, que os alunos criem hipóteses sobre as escritas de números grandes com ordens acima da unidade de milhar.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

8- Fichas escalonadas

Atividade 8	Fichas escalonadas
Habilidades	Compreender o valor posicional dos algarismos na composição da escrita numérica, compondo e decompondo números.
Objetivo	Compor e decompor números nas ordens do SND
Conteúdo	Sistema de Numeração Decimal
Material	Fichas com os números (conforme modelo) e papel para os registros.
Idade	7 e 8 anos

Desenvolvimento

O professor organiza a turma em grupos de 4 alunos. O grupo recebe quatro caixinhas (ou copos descartáveis) com fichas numeradas de 0 a 9. Cada aluno recebe um envelope com um conjunto de fichas escalonadas.

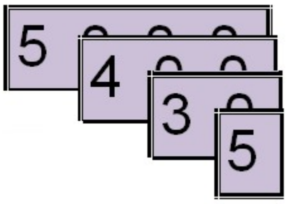
Os alunos iniciam a atividade sorteando um número de cada caixinha. O primeiro número sorteado será a unidade, o segundo, a dezena, o terceiro, a centena, e assim por diante. Cada aluno deverá ler o número formado e escrevê-lo utilizando o Quadro Posicional (QP) e as fichas escalonadas.

Se um aluno sortear, nessa ordem, os algarismos, 5, 3, 4, 5, por exemplo, ele representará o número 5 435 das duas formas descritas:

Quadro Posicional

UM	C	D	U
5	4	3	5

Fichas escalonadas



Em seguida, os alunos registram, no papel, o número e a sua decomposição, ou seja:

5 435 é o mesmo que 5 000 + 400 + 30 +5.

Após a utilização das fichas escalonadas e realizado o registro, os alunos comparam o seu número com os números que os colegas do grupo formaram e decidem qual é o maior e o menor número formado. Todos os alunos escrevem os números em uma tabela em ordem crescente, assim como sua respectiva decomposição, da seguinte maneira:

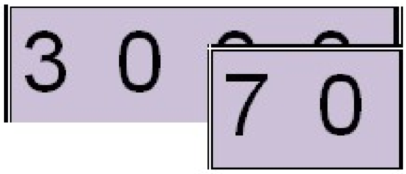
Número	Decomposição
5 435	5 000 + 400 + 30 +5

Problematizando a atividade com as fichas escalonadas

Professor, as atividades a seguir podem ser apresentadas impressas aos alunos.

Atividade 1

Observe o número representado com fichas escalonadas:

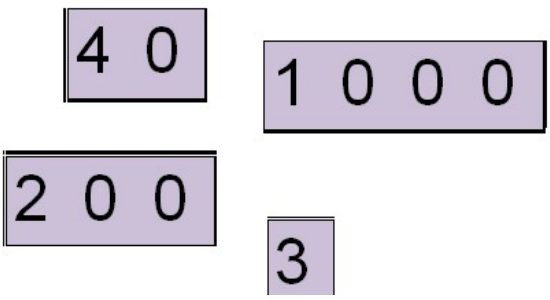


Escolha, entre os números a seguir, qual é mais próximo do representado pelas fichas escalonadas. Explique como você pensou.

3 110 **3 100** **3010**

Atividade 2

Observe as fichas escalonadas a seguir:



- Escreva qual número podemos formar utilizando todas as fichas.
- Quantas dezenas tem o número formado?
- Quantas centenas tem o número formado?

Orientações para o professor:

O trabalho com as fichas escalonadas retoma e amplia a compreensão dos alunos sobre o valor posicional e o SND. Os alunos devem ter muitas oportunidades de utilizá-las em diversas situações nas quais eles relacionem o número falado, o número escrito e número decomposto.

Além disso, saber compor e decompor mentalmente um número, nas respectivas ordens, compreendendo o valor posicional de cada algarismo, é essencial para o domínio do cálculo mental e do cálculo estimado.

FICHAS ESCALODAS

1 0 0 0	1 0 0	1 0	1
2 0 0 0	2 0 0	2 0	2
3 0 0 0	3 0 0	3 0	3
4 0 0 0	4 0 0	4 0	4
5 0 0 0	5 0 0	5 0	5
6 0 0 0	6 0 0	6 0	6
7 0 0 0	7 0 0	7 0	7
8 0 0 0	8 0 0	8 0	8
9 0 0 0	9 0 0	9 0	9

9- Calculadora

Atividade 9	Calculadora
Habilidades	Utilizar a calculadora para explorar, produzir e comparar valores e escritas numéricas.
Objetivo	Compor e decompor números nas ordens do SND
Conteúdo	Sistema de Numeração Decimal
Material	Calculadoras simples e papel para os registros.
Idade	7 e 8 anos

Para a realização da atividade o professor deverá distribuir calculadoras simples aos alunos e organizá-los em grupos ou duplas.

Inicialmente, os alunos devem explorar a calculadora, discutindo a função das teclas. O professor pode solicitar que os alunos teclem as seguintes sequências de teclas na calculadora e que respondam as perguntas:

- O que acontece com os números que estão no visor da calculadora quando teclamos a tecla ?

A tecla que apaga a ultima entrada digitada pode ser C ou AC ou ON/C, dependendo do tipo da calculadora.

- O que acontece quando teclamos a tecla ?

- O que acontece quando teclamos a tecla duas vezes?

Após discutir as respostas dos alunos, o professor pode fazer um registro coletivo sobre as descobertas que eles fizeram.

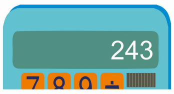
Outras investigações podem ser feitas a partir dos questionamentos dos alunos sobre as funções das teclas da calculadora.

Atividade 1

O professor dita o número 243 para que os alunos o digitem na calculadora. Em seguida, faz a seguinte pergunta:

Como posso fazer para que, no visor da calculadora, apareça o número 253 sem apagar o número 243?

Nesse momento, é importante que o professor fique atento às várias possibilidades de solução que os alunos podem apresentar . Por exemplo, uma possível solução seria:

No visor está 

aluno tecla **ou**

Cada possibilidade de resposta apresentada pelos alunos permite que o professor faça reflexões sobre como os alunos estão desenvolvendo as ideias sobre as regularidades do SND. A primeira resolução nos leva a pensar que o aluno pode ter se apoiado na sequência numérica e pensou quanto falta a 243 para chegar a 250. Já a segunda solução nos permite perceber que o aluno já tem alguma compreensão do valor posicional, pois, ao somar 10 ao número, muda-se o valor das dezenas.

Atividade 2

O professor solicita que os alunos digitem um número na calculadora, segundo uma determinada condição, por exemplo:

Imaginem que a tecla 3 da calculadora está estragada. Como digitar o número 133 sem utilizar essa tecla?

Novamente as respostas dos alunos devem ser discutidas e as diversas formas de pensamento devem ser apresentadas a toda classe. Nas duas atividades, os alunos devem registrar no papel como pensaram e qual foi a sequência de operações que realizaram.

Problematizando a atividade com a calculadora:

Apresente aos alunos os seguintes quadros:

Quadro 1

Transformando os números		
No visor da calculadora está escrito:	Faça as operações necessárias para aparecer no visor o número:	Registre as operações que você fez
199	209	
437	537	
304	294	

Quadro 2

A tecla 5 da calculadora está quebrada	
Faça aparecer no visor da calculadora o número:	Registre as operações que você fez
55	
155	
525	

Professor, a atividade será significativa para os alunos à medida que os registros são discutidos. Dessa forma, você poderá fazer as intervenções necessárias para que eles avancem na compreensão do valor posicional e nas regularidades do SND.

Orientações para o professor:

As atividades utilizando a calculadora devem ser cada vez mais frequentes na sala de aula de Matemática nos anos iniciais da escolaridade. Apesar de ainda existir uma resistência para a utilização da calculadora, seja pela falta de familiaridade do professor no uso de tecnologias ou pelo preconceito de que esse recurso pode prejudicar no aprendizado da Matemática, o seu uso pode, em muitas situações, contribuir para a melhoria do ensino da Matemática.

Sobre a utilização da calculadora, encontramos, nos PCN (BRASIL, 1997), uma justificativa para seu uso no fato de que:

> [...] ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação. (BRASIL, 1997, p.34).

Diante disso, entendemos que o professor deve procurar experimentar utilizar atividades que utilizem as tecnologias, calculadora, computadores, etc., pois a questão principal a ser discutida não é se usamos ou não a tecnologia, mas como a utilizamos; e isso implica em repensar a metodologia utilizada nas aulas. Essas atividades devem ter um caráter, portanto, investigativo, que busque o reconhecimento de regularidades que podem auxiliar os alunos na construção de novos conceitos.

As atividades que foram propostas nesse caderno têm por objetivo levar o aluno a buscar soluções, que, na maioria das vezes, não seguem um modelo. Cada aluno pode encontrar um caminho diferente para solucionar as questões, cabendo ao professor valorizar as estratégias dos alunos, discuti-las com a classe, e registrar as diversas formas de pensamento que podem surgir.

10- Jogo Somando e subtraindo com fichas escalonadas

Atividade 10	Jogo Somando e subtraindo com fichas escalonadas
Habilidades	Calcular adição e subtração recorrendo ao emprego de procedimentos próprios, fazendo uso da linguagem matemática.
Objetivo	Realizar as operações de adição e subtração utilizando fichas escalonadas.
Conteúdo	Operações de adição e subtração com números Naturais.
Material	Ábacos de pinos, argolas, uma tabela de dupla entrada com as operações e papel para o registro das atividades.
Idade	7 e 8 anos

Objetivos:

Na primeira fase, ganha a rodada o aluno que conseguir a maior soma dos números formados com as fichas que foram retiradas dos montinhos.

Na segunda fase, ganha a rodada o aluno que conseguir a menor diferença dos números formados com as fichas que foram retiradas dos montinhos.

Regras:

Os alunos se organizam em duplas. No centro da mesa ficam montinhos com as fichas escalonadas viradas para baixo: um montinho das unidades de milhar, um montinho das centenas, um montinho das dezenas e um montinho das unidades. Os alunos decidem qual vai ser o primeiro a sortear as fichas.

1ª fase - Cada aluno, na sua vez, retira duas fichas de cada montinho e forma com elas dois números, que serão somados. Ganha a rodada o aluno que conseguir a maior soma. Vence o jogo o aluno que ganhar o maior número de rodadas.

2ª fase - Cada aluno, na sua vez, retira duas fichas de cada montinho e forma com elas dois números, que serão subtraídos. Ganha a rodada o aluno que conseguir a menor diferença. Vence o jogo o aluno que ganhar o maior número de rodadas.

De posse dos números formados com as fichas, os alunos devem realizar a adição ou a subtração, conforme a fase.

Por exemplo, se as fichas retiradas forem as seguintes:

1 0 0 0	2 0 0	4 0	3
5 0 0 0	5 0 0	3 0	6

Problematização do Jogo Somando e Subtraindo com fichas escalonadas

- A soma encontrada por um participante na primeira fase foi 2137. Que fichas ele pode ter retirado dos montinhos?
- A diferença encontrada por um participante na segunda fase foi 523. Que fichas ele pode ter retirado dos montinhos?

Orientações para o professor:

Uma possibilidade seria o aluno pensar:
1 000 + 5 000 = 6000
200 + 500 = 700
40 + 30 = 70
3 + 6 = 9

Entretanto, espera-se que os alunos possam fazer representações do tipo:

	1 000	200	40	3
+	5 000	500	30	6
	6 000	700	70	9

Essa seria uma forma de aproximá-lo do algoritmo formal, que será trabalhado a seguir.

11- Adição e subtração no ábaco

Atividade 11	Adição e subtração no ábaco
Habilidades	Calcular adição e subtração recorrendo ao apoio de diferentes materiais agrupados de dez em dez.
Objetivo	Realizar as operações de adição e subtração utilizando o ábaco.
Conteúdo	Operações de adição e subtração com números Naturais.
Material	Ábacos de pinos, argolas, uma tabela de dupla entrada com as operações e papel para o registro das atividades.
Idade	7 e 8 anos

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos podem ser organizados em grupos ou duplas. Cada aluno deve ter seu ábaco, um conjunto de argolas e a tabela que deverá ser preenchida com o resultado das operações indicadas. O professor entrega, para cada aluno, uma tabela de dupla entrada para cada atividade. Os alunos devem somar ou subtrair, no ábaco, conforme esteja indicado na tabela.

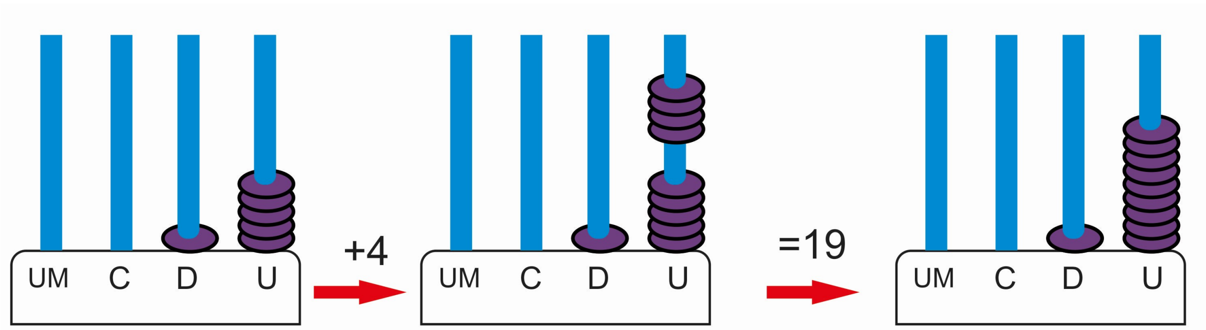
Os alunos devem, na resolução de cada tabela, registrar os números no ábaco e realizar a operação solicitada. O resultado deve ser anotado na tabela. Um registro dos cálculos deve ser feito em uma folha à parte

Atividade 1

Nessa atividade, as adições não requerem reagrupamentos.

+	15	21	43
4	19		
17			
26			

Vejamos como obtemos primeira soma 15 + 4 = 19

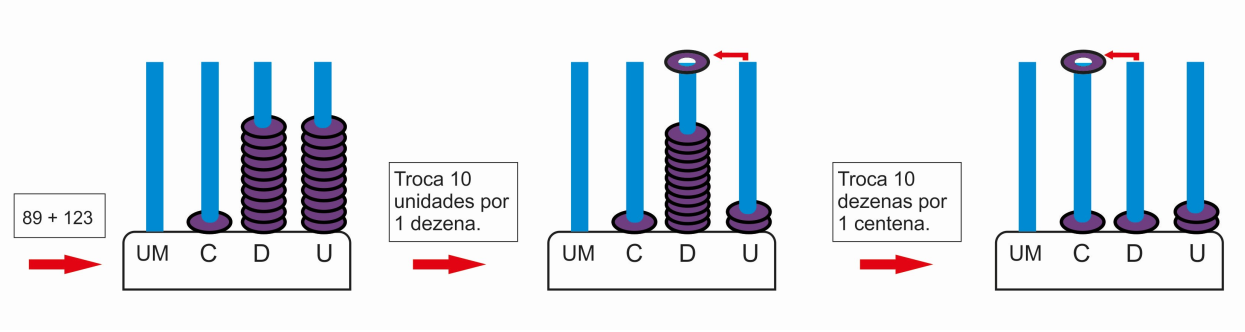


Atividade 2

Nessa atividade, as adições requerem reagrupamentos.

+	123	131	236
89	212		
69			
64			

Vejamos como obtemos a primeira adição 123 + 89 = 212



Atividade 3

Nessa atividade, as subtrações não requerem desagrupamentos.

-	29	47	64
14			
25			
42			

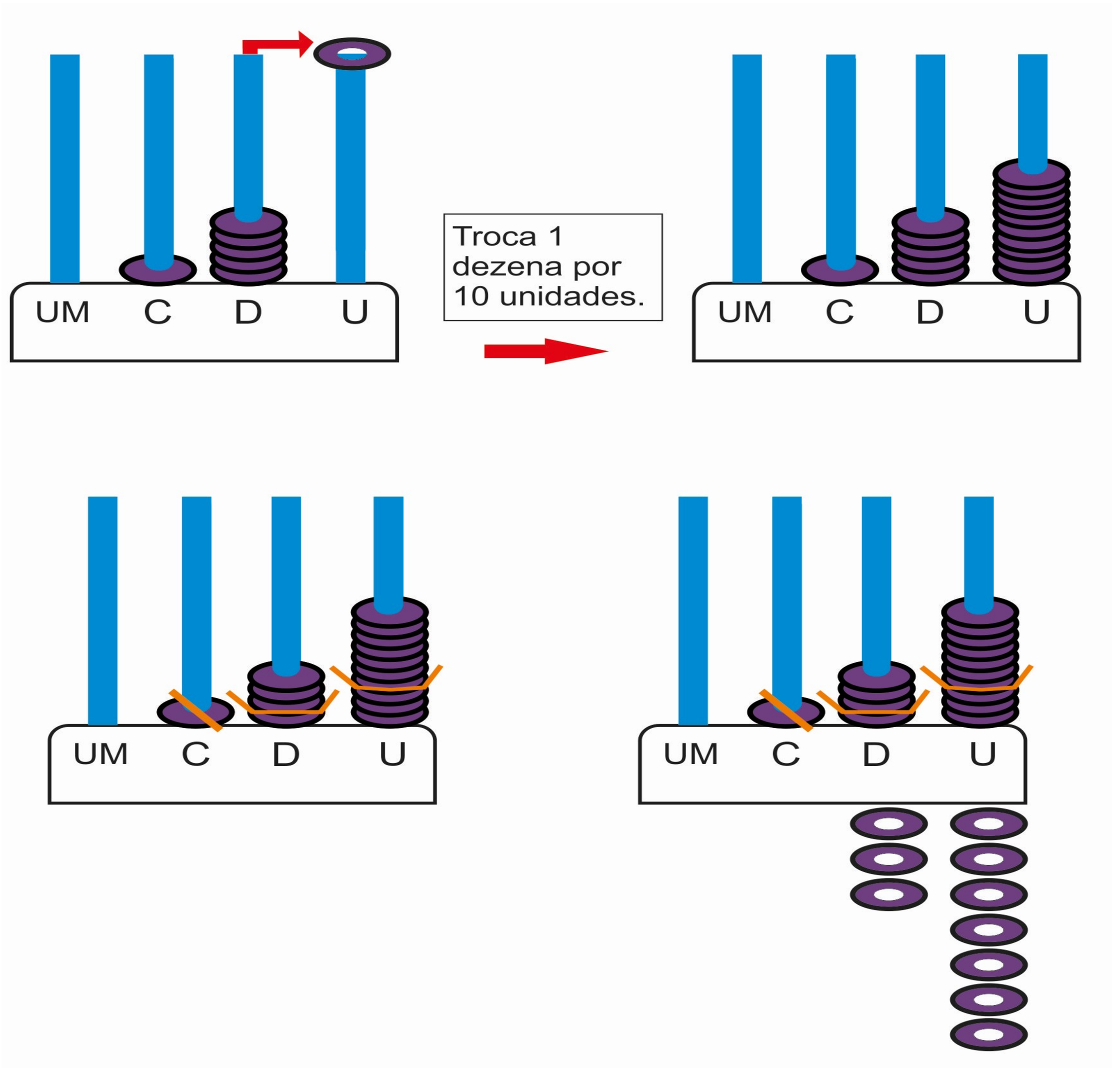
Para realizar as subtrações, os alunos registram o primeiro número no ábaco depois retiram as argolas, nas ordens correspondentes ao segundo número.

Atividade 4

Nessa atividade, as subtrações requerem desagrupamentos.

-	150	232	302
137	13		
158			
161			

Vejamos como obtemos a primeira subtração 150 – 137 = 13



Problematizando a atividade adição e subtração no ábaco:

Entregue um ábaco para cada aluno e peça que realizem as seguintes atividades:

- represente o número 147. Qual número devo adicionar para obter 230?
- represente o número 290. Qual número devo subtrair para obter 17?

Orientações para o professor:

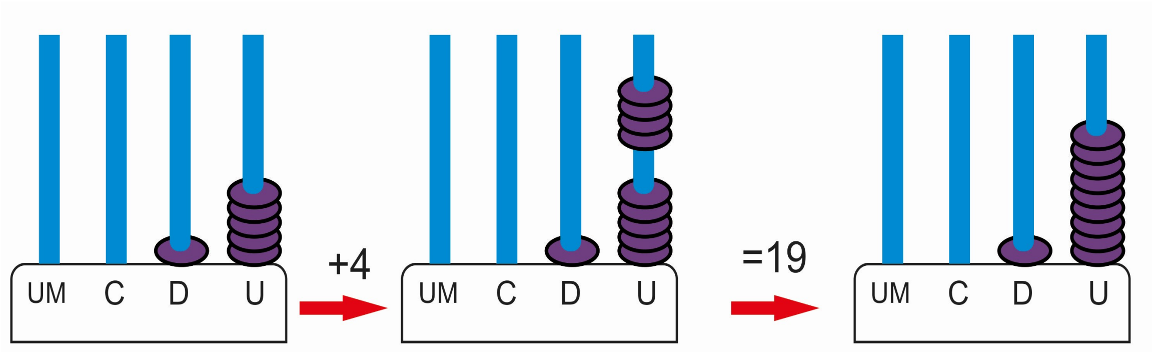
Realizar as operações de adição e subtração no ábaco permite que os alunos retomem as ideias de agrupamento e valor posicional que fazem parte das regularidades do SND e formam a base de sustentação para o domínio das operações.

12 - Algoritmo formal da adição e da subtração

Atividade 12	Algoritmo formal da adição e da subtração
Habilidades	Calcular adição e subtração recorrendo ao uso de técnicas operatórias convencionais
Objetivo	Realizar as operações de adição e subtração utilizando os respectivos algoritmos formais.
Conteúdo	Operações de adição e subtração com números Naturais.
Material	Ábacos de pinos, argolas e o QP impresso na folha.
Idade	7 e 8 anos

Atividade 1 – Algoritmo da adição sem agrupamento.

Utilize o ábaco para adicionar 15 e 4.



Analise as representações da adição nas duas formas a seguir, e relacione-as com as ações que você realizou no ábaco.

Representação no QP

D	U
1	5
+	4
1	9

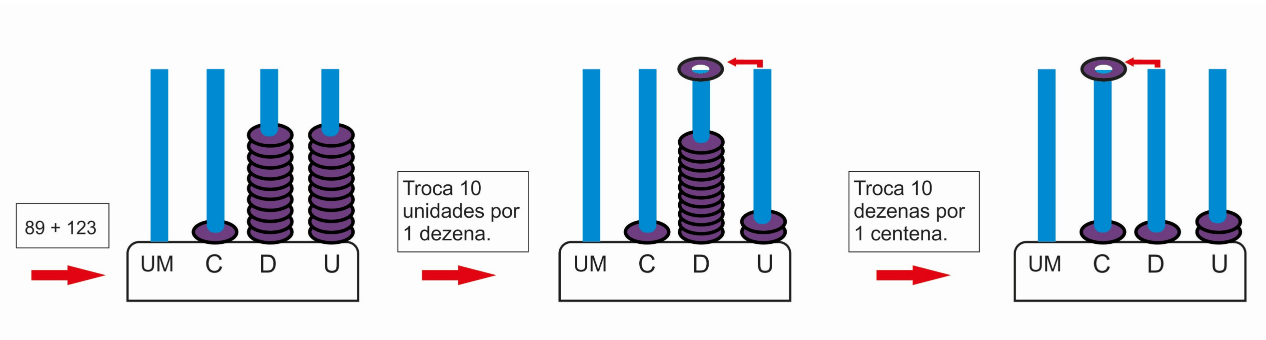
Algoritmo formal

1	5
+	4
1	9

Escreva um texto contando suas descobertas.

Atividade 2 – Algoritmo da adição com agrupamento

Utilize o ábaco para adicionar 123 e 89.



Analise as representações da adição nas duas formas a seguir. Relacione os algarismos que aparecem em vermelho no QP e no algoritmo formal com as ações que você realizou no ábaco.

Representação no QP

UM	C	D	U
	+ 1	+ 1 8	9
	+ 1	2	3
	2	1 1	1 2

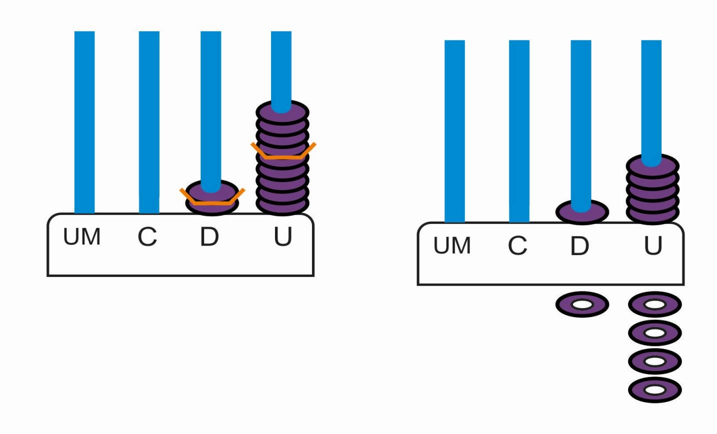
Algoritmo formal

	1	1	
		8	9
+	1	2	3
	2	1	2

Escreva um texto contando suas descobertas.

Atividade 3 – Algoritmo da subtração sem desagrupamento

Utilize o ábaco para subtrair 29 - 14.



Analise as representações da subtração nas duas formas a seguir e relacione-as com as ações que você realizou no ábaco.

Representação no QP

D	U
2	9
- 1	5
1	4

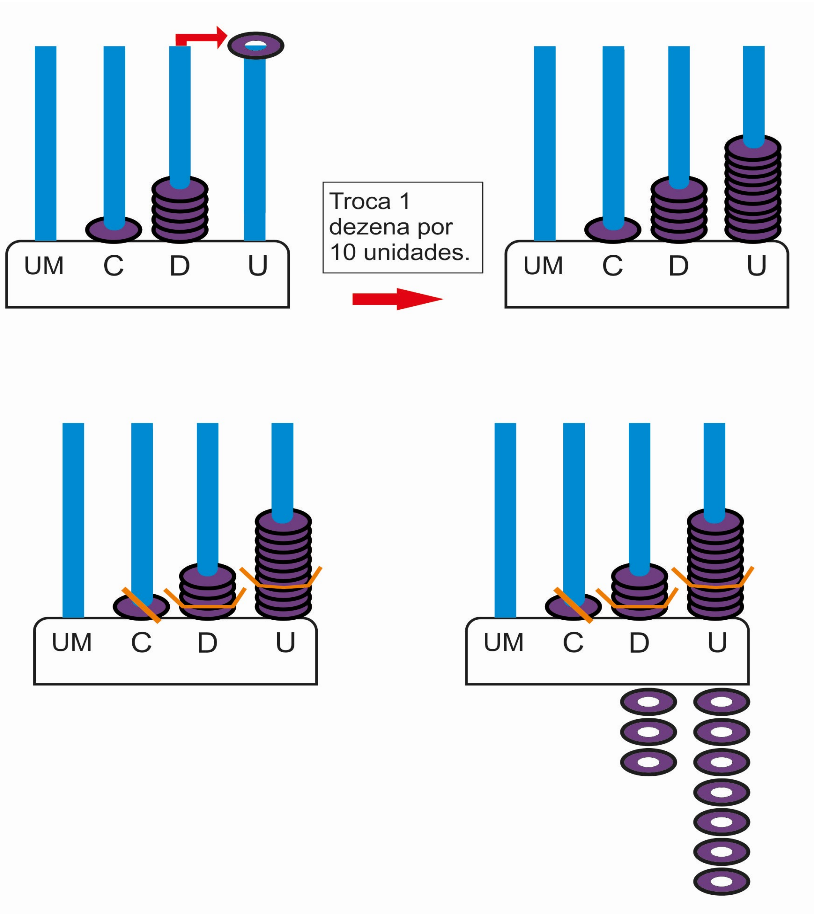
Algoritmo formal

	2	9
-	1	4
	1	5

Escreva um texto contando suas descobertas.

Atividade 4 – Algoritmo da subtração com desagrupamento.

Utilize o ábaco para subtrair 137 de 150.



Analise as representações da subtração nas duas formas a seguir. Relacione os algarismos que aparecem em vermelho no QP e no algoritmo formal com as ações que você realizou no ábaco.

Representação no QP

	C	D	U
-	1	4 ~~5~~	10 ~~0~~
	1	3	7
		1	3

Algoritmo formal

		4	10
	1	~~5~~	~~0~~
-	1	3	7
		1	3

Escreva um texto contando suas descobertas.

Problematizando a atividade algoritmo formal da adição e da subtração.

Apresente as seguintes operações aos alunos e peça que indiquem em qual delas existe um erro, explicando como pensaram.

$$\begin{array}{r} 365 \\ +\underline{\;284} \\ 5149 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 365 \\ \underline{+\;284} \\ 649 \end{array}$$

Orientações para o professor:

A correção das quatro situações propostas nesta atividade é um momento de construção dos algoritmos e, portanto, deve haver uma socialização das respostas dos alunos.

Resolvemos as operações no ábaco e associamos as respectivas soluções com o algoritmo tradicional. Desta forma, os termos “vai um” e “peço emprestado” podem se tornar significativos quando pensamos em agrupar e desagrupar os números nas ordens.

Chamamos a atenção para o fato de que os algoritmos formais só devem ser trabalhados com os alunos depois que eles tenham construído estratégias pessoais de cálculo, sendo indiscutível a necessidade do seu aprendizado. Entretanto, como já dito, não deve ser a única nem a primeira forma de os alunos resolverem as operações.

Referências Bibliográficas

BITTAR, M., FREITAS J.L.M.,PAIS,L.C. Técnicas e tecnologias no trabalho com as operações aritméticas nos anos iniciais. In: SMOLLE, K.S., MUNIZ, C.A. **A Matemática em sala de aula:** reflexões e propostas para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Porto Alegre: Ed Pensamento, 2013.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12.ed. São Paulo: Ática, 2007.

GONÇALVES, A.C.J. **Desenvolvimento do sentido de número num contexto de resolução de problemas em alunos do 1ª ciclo do Ensino Básico.** Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa. Lisboa, 2008. Disponível em: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/19637_Andreia_Goncalves.08[1].pdf Acesso em: 01 nov. 2015.

GUERIOS E. C., AGRANIONIH N.,T., ZIMER T T.B., **Algoritmos tradicionais em operações na resolução de problemas.** Caderno 04, Pacto Nacional pela Alfabetização na idade Certa. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014.

KAMII, C. **A criança e o número:** Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. Tradução: Regina A. de Assis. Campinas, SP: Papirus, 1990.

LENER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática**: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LORENZATO, S Que matemática ensinar no primeiro dos nove anos do ensino fundamental?. In: 17, COLE - Congresso de Leitura do Brasil, 2009, Campinas. 17, COLE - Congresso de Leitura do Brasil. **Anais...** Campinas: ALB, 2009. Disponível em: http://alb.com.br/arquivomorto/edicoes_anteriores/anais17/txtcompletos/sem07/COLE_2698.pdf. Acesso em 13 dez. 2015.

MANDARINO, M. C. F. Números e operações em Matemática: Ensino Fundamental. In: PITOMBEIRA, João Bosco; CARVALHO, Fernandes. **Coleção Explorando o Ensino**. v. 17, Brasília: Ministério da Educação/ SEB, 2010.

ROMERO M. C., GONZÁLEZ P. C.,PASCUAL A. C.,GÓMEZ M. M.,CALERO M. M. El ábaco. In: FERNÁNDEZ C., LLINARES S. **Alternativas en la enseñanza de las matemáticas en la educacion primaria.** Alicante: Universidad de Alicant, 2015. Disponível em: http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/52068. Acesso em 11 dez. 2015.

VAN DE WALLE, John. **A Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584p.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade.** Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais In: BRUM, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.