

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Vânia Maria Fazito Rezende Teixeira

**A MATEMÁTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL NA ÁREA
TECNOLÓGICA DE ELETROELETRÔNICA:
Resolução de problemas utilizando Sistemas Lineares em Circuitos**

Belo Horizonte – MG
2014

Vânia Maria Fazito Rezende Teixeira

**A MATEMÁTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL NA ÁREA
TECNOLÓGICA DE ELETROELETRÔNICA:
Resolução de problemas utilizando Sistemas Lineares em Circuitos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, ênfase em Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. João Bosco Laudares

Belo Horizonte – MG
2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

T266m

Teixeira, Vânia Maria Fazito Rezende

A matemática nos cursos de formação profissional na área tecnológica de eletroeletrônica: resolução de problemas utilizando sistemas lineares em circuitos / Vânia Maria Fazito Rezende Teixeira. Belo Horizonte, 2014.
145f.: il.

Orientador: João Bosco Laudares

Dissertação (Mestrado)- Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Aprendizagem baseada em problemas. 3. Sistemas lineares. 4. Álgebra. 5. Eletrônica - Matemática. I. Laudares, João Bosco. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

SIB PUC MINAS

CDU: 51:373

Vânia Maria Fazito Rezende Teixeira

**A MATEMÁTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL NA ÁREA
TECNOLÓGICA DE ELETROELETRÔNICA:
Resolução de problemas utilizando Sistemas Lineares em Circuitos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, ênfase em Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Prof. Dr. João Bosco Laudares (Orientador) – PUC Minas

Prof. Dr. Niltom Vieira Junior – IFMG – Instituto Federal de MG

Prof^a. Dr^a. Cláudia de Vilhena Schayer Sabino – PUC Minas

Belo Horizonte, 21 de março de 2014.

*Dedico este trabalho a toda a minha família, em especial,
ao Luiz Antonio Antunes Teixeira e ao Mozart Fazito Rezende.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me deu inspiração e força para desenvolver este trabalho.

A minha mãe, Luiza Fazito (*in memoriam*), por acreditar e nos transmitir a crença de que, através do conhecimento, é possível superar os obstáculos para a sobrevivência.

Ao meu pai, Sinfrônio Rezende (*in memoriam*), por nos ensinar que, para alcançarmos nossos objetivos, é preciso ter uma atitude positivista perante o mundo.

Ao meu orientador e amigo João Bosco Laudares, pela confiança, paciência e credibilidade na realização de cada passo deste meu trabalho.

A todos os professores do mestrado, em especial aos professores Eliane Scheid Gazire, Maria Clara Rezende Frota e Dimas Felipe de Miranda, por terem despertado em mim a alegria da pesquisa.

Ao meu marido, Luiz Antônio Antunes Teixeira, pelo apoio incondicional e precioso na construção plena deste trabalho, o meu carinho e minha gratidão.

Ao “manão” Mozart Fazito Rezende, que sempre me prestou apoio nos momentos difíceis, creditando em mim confiança e perseverança.

A minha filha Laura que, com carinho, ajudou-me com seu estímulo e cooperação na execução dos trabalhos de digitação desta dissertação.

A minha sobrinha Pilar Fazito que, com paciência, carinho e atenção, me ajudou a vislumbrar o mundo das letras que estavam guardadas dentro do meu ser.

Ao mano Dilermando Fazito de Rezende, sempre segurando minha mão com o propósito de me ajudar a vencer os desafios da vida. Obrigada por colaborar, mais uma vez, na superação deste.

Ao terapeuta Paulo Vaz de Melo, grande incentivador, por esta vitória.

À Simone de Almeida Gomes que revisou com dedicação e carinho cada frase desta dissertação.

Ao Sérgio de Freitas Oliveira, pelo esmero na formatação deste trabalho.

Aos meus filhos Paco, Joana e Laura, que sempre me deram muita alegria, por me inspirarem e me suprirem com as forças necessárias.

À Utramig, que acreditou em seus professores para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas de profissão Lana Paula Ricotta e Luciano Antunes, pela especial colaboração nas atividades deste trabalho. Também o meu agradecimento aos colegas Lunarde, João Paulo e Ana Paula.

Aos colegas do Mestrado, familiares e a todos os amigos que, de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta dissertação, o meu *Muito Obrigada*.

A Matemática é a ciência da ordem
e a medida de belas correntes de raciocínios,
todos singelos e fáceis.

René Descartes

RESUMO

Esta Dissertação abordou o Ensino da Matemática nos Cursos de Formação Profissional na Área Tecnológica Eletroeletrônica, com o objetivo de analisar o processo utilizado pelos alunos para resolver problemas matemáticos relativos ao entendimento do fenômeno físico. O local de pesquisa foi a Utramig – Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais. O modelo adotado para a fundamentação da análise foi o de Resolução de Problemas, desenvolvido pelos teóricos Polya (2006), Pozo (1998), Dante (1991) e Laudares (1987). Foi elaborado um Caderno de Atividades (Produto) que constou de sete atividades/questões relacionadas ao conteúdo de Sistemas Lineares aplicados em Circuitos. Realizou-se um experimento pedagógico com participação de alunos da primeira etapa do Curso Técnico de Eletrônica. A correção das questões/atividades privilegiou uma metodologia qualitativa. Foram feitas as análises das tipologias dos erros cometidos e das categorias propostas pelo modelo de Resolução de Problemas, que se mostrou adequado para atingir os objetivos propostos por esta Dissertação.

Palavras-chave: Ensino da Matemática. Resolução de Problemas. Sistemas Lineares. Circuitos.

ABSTRACT

The Dissertation addressed the Teaching of Mathematics in the Vocational Training Courses in Electrical-Electronics Technology Area, with the objective of analyzing the students' used process to solve mathematical problems related to the understanding of physical phenomena. The research took place at Utramig - Education for Work Foundation of the Minas Gerais State. The used model that based the analysis was the Problem Solving, developed by Polya (2006), Pozo (1998), Dante (1991) and Laudares (1987) theorists. A Handbook Activities (Product) was developed in which consisted of seven activities / questions related to the Linear Systems content applied to Circuits. A pedagogical experiment was conducted with the first stage students' participation from the Electronics Technician Course. The correction of the questions / activities privileged a qualitative methodology. Analyses were made for the kind of mistakes and categories proposed by Problems Solving model, proved to be adequate to achieve the proposed objectives of the dissertation.

Keywords: Teaching Mathematics. Problem Solving. Linear Systems. Circuits.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Resolução de Problemas de Polya	26
FIGURA 2 – Resolução de Problemas de Pozo	28
FIGURA 3 – Resolução de Problemas de Dante	29
FIGURA 4 – Resolução de Problemas de Laudares	30
FIGURA 5 – Sala de Aula - Utramig	44
FIGURA 6 – Laboratório de Eletrônica – Utramig	45
FIGURA 7 – Resistor	66
FIGURA 8 – Interligação no protoboard	66
FIGURA 9 – Montagem de Circuito no protoboard	67
FIGURA 10 – Fonte de alimentação regulável	67
FIGURA 11 – Multímetro digital	68

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – As sete áreas do conhecimento da Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias	20
QUADRO 2 – Representação padronizada da apresentação dos problemas	50
QUADRO 3 – Representação do Primeiro Problema	51
QUADRO 4 – Representação do Segundo Problema	53
QUADRO 5 – Representação do Terceiro Problema	55
QUADRO 6 – Representação do Quarto Problema	57
QUADRO 7 – Representação do Quinto Problema	59
QUADRO 8 – Representação do Sexto Problema	61
QUADRO 9 – Representação do Sétimo Problema	64

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Interpretação do Enunciado	72
TABELA 2 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	74
TABELA 3 – Resolução de Problemas	75
TABELA 4 – Compatibilização	76
TABELA 5 – Interpretação do Enunciado	78
TABELA 6 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	79
TABELA 7 – Resolução de Problemas	80
TABELA 8 – Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema	81
TABELA 9 – Interpretação do Enunciado	83
TABELA 10 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	84
TABELA 11 – Resolução de Problemas	85
TABELA 12 – Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema	86
TABELA 13 – Interpretação do Enunciado	87
TABELA 14 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	88
TABELA 15 – Resolução de Problemas	89
TABELA 16 – Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema	90
TABELA 17 – Interpretação do Enunciado	91
TABELA 18 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	92
TABELA 19 – Resolução de Problemas	93
TABELA 20 – Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema	94

TABELA 21 – Interpretação do Enunciado	95
TABELA 22 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	96
TABELA 23 – Resolução de Problemas	97
TABELA 24 – Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema	97
TABELA 25 – Medição dos valores tensões, correntes e resistores	100
TABELA 26 – Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear	100
TABELA 27 – Resolução de Problemas	101
TABELA 28 – Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema	102
TABELA 29 – Tipologias dos Erros	103
TABELA 30 – Categorias	105

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

GRUPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia para o Ensino de Matemática da PUC - MG

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LKT – Lei Física de Kirchhoff para Tensão

LKC – Lei Física de Kirchhoff para Corrente

MEC – Ministério da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

UTRAMIG – Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
1.1 Justificativa	19
1.2 Questão	22
1.3 Objetivos	22
2 ALGUMAS ABORDAGENS TEÓRICAS DE MODELOS DE ENSINO CENTRADOS NO ALUNO, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ÁLGEBRA APLICADA	24
2.1 O professor mediador no processo de Ensinar e Aprender	24
2.2 A abordagem da resolução de problemas	25
2.3 O Conhecimento Algébrico	31
2.4 História da Álgebra	32
2.5 Álgebra no Ensino Médio	35
2.6 Métodos de resoluções de Sistemas de Equações Lineares	35
2.6.1 <i>Sistemas de duas Equações com duas Incógnitas</i>	36
2.6.2 <i>Sistemas de três Equações com três Incógnitas</i>	36
2.7 Álgebra Aplicada no Curso Eletroeletrônica	37
3 PCN E LIVROS DIDÁTICOS	39
4 DESIGN DAS ATIVIDADES	43
4.1 Processo Metodológico	43
4.2 Coleta de Dados	44
4.3 Sujeitos e Âmbito da Pesquisa	45
4.4 Aplicação das Atividades	46
4.4.1 <i>Apresentação das Atividades Constituídas por Problemas</i>	48
4.4.2 <i>Design da Proposição dos Problemas que Definiram as Atividades</i>	49
4.4.3 <i>Descrição das Atividades</i>	50
4.4.3.1 <u>Primeira Atividade</u>	50
4.4.3.2 <u>Segunda Atividade</u>	52
4.4.3.3 <u>Terceira Atividade</u>	54
4.4.3.4 <u>Quarta Atividade</u>	56

4.4.3.5 <u>Quinta Atividade</u>	58
4.4.3.6 <u>Sexta Atividade</u>	60
4.4.3.7 <u>Sétima Atividade</u>	62
5 APLICAÇÃO E ANÁLISE	67
5.1 Análise de Erros da Pesquisa	69
5.1.1 <i>Primeira Atividade</i>	71
5.1.2 <i>Segunda Atividade</i>	77
5.1.3 <i>Terceira Atividade</i>	82
5.1.4 <i>Quarta Atividade</i>	86
5.1.5 <i>Quinta Atividade</i>	90
5.1.6 <i>Sexta Atividade</i>	94
5.1.7 <i>Sétima Atividade</i>	98
5.2 Análise dos Erros e Síntese das Categorias Analisadas	103
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
REFERÊNCIAS	110
APÊNDICE A: PRODUTO DA DISSERTAÇÃO - Atividades Propostas	114
Atividade 1	117
Atividade 2	120
Atividade 3	124
Atividade 4	128
Atividade 5	132
Atividade 6	137
Atividade 7	141

1 INTRODUÇÃO

A Matemática no ensino profissionalizante desempenha um papel instrumental. Os instrumentos matemáticos buscam beneficiar os alunos, quando estes os aplicam em suas atividades profissionais. É uma disciplina vista como um conjunto de técnicas a ser aplicado em outras áreas do conhecimento.

Muito se tem discutido sobre a profissionalização no ensino médio, no Brasil, prevista pela Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971, que fixa Diretrizes e Bases para o ensino do primeiro e segundo graus (hoje, ensino fundamental e médio).

Os níveis do ensino fundamental e médio, conforme documento do Ministério de Educação - MEC, 1999, que analisa os PCN - Parâmetros Nacionais para o Ensino Médio, têm como proposta suprir a deficiência social, preparando o aluno para a nova sociedade, estimulando o espírito crítico e empreendedor e capacitando-o para enfrentar os percalços da vida profissional.

Essa preparação do aluno para enfrentar os desafios da nova sociedade tecnológica foi concomitante ao movimento de renovação do ensino de Matemática. Conforme o documento do MEC, há a preocupação de contextualizar a Matemática e de mostrar que ela é uma criação cultural do homem. O método lógico-dedutivo da Matemática, cada vez mais enfatizado ao longo do século XX, estendeu-se aos manuais escolares com o movimento da Matemática moderna.

A proposta deste trabalho centra-se na aplicação da Matemática na Resolução de Problemas nos cursos de formação profissional na área tecnológica eletroeletrônica. Procura analisar uma das diversas metodologias utilizadas no ensino da Matemática em cursos profissionalizantes.

Tem por motivação a experiência docente da autora desta Dissertação nos cursos técnicos na Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais – Utramig.

Como professora de Matemática do ensino técnico profissionalizante da Utramig desde 1986, foi possível conviver com a grande dificuldade do aluno com a Matemática. Desde essa época, surgia-me uma indagação: por que o desinteresse dos alunos quando se ensina o conteúdo matemático sem mostrar sua aplicabilidade nas disciplinas técnicas? Essa preocupação motivou-me a fazer uma reflexão maior sobre esse tema, objeto desta Dissertação.

1.1 Justificativa

O ensino profissionalizante tem-se constituído numa preocupação de vários estudiosos no campo político, social ou econômico (BARBIER, 1985; FREIRE, 2001). Para cada um deles, esse tipo de ensino assume características próprias, como necessário ao atendimento do crescente desenvolvimento industrial de países em fase de expansão econômica. Alguns sociólogos, entretanto, analisam-no sob um prisma de classes estruturadas, isto é, destinando-o às classes menos favorecidas e encarando a escola como mensageira de uma ideologia dominante, reproduzindo e reconduzindo às separações de classes, elemento discriminador por excelência (D'AMBRÓSIO, 2001; FREIRE, 2001 e SCHWARTZ, 1976).

De acordo com Berger Filho (1999), a educação profissional precisa ser sempre complementar à educação básica. Essa complementação exige novas competências profissionais. Grande parte dos perfis profissionais propostos pelo setor produtivo apresentam características muito vinculadas à formação geral do trabalhador, no sentido de que ele precisa ter uma forte base humanística, científica e tecnológica, e competência para tomada de decisão, para o trabalho em grupo e para a adequação às constantes mudanças que se processam no mundo do trabalho.

Um das preocupações mais relevantes da modalidade de ensino profissionalizante é a dificuldade dos alunos em relacionar conteúdos matemáticos na aplicabilidade nas disciplinas técnicas. Para que se possa fazer uma reflexão sobre essa dificuldade é necessário, portanto, indagar como o docente poderá facilitar esse conhecimento. Para tal, é importante destacar as competências em Matemática e, perante isso, elaborar uma sequência de atividades que envolvam Matemática na Resolução de Problemas em Eletroeletrônica.

Paulo Freire, em **Pedagogia da autonomia** (2001, p. 25), aponta que tanto educador quanto educando devem ser sujeitos na construção do conhecimento: “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”.

O aprender a aprender coloca-se, assim, como competência fundamental para inserção numa dinâmica social que se reestrutura continuamente. A perspectiva da educação deve ser, pois, desenvolver os meios para uma aprendizagem permanente, que permita uma formação continuada, tendo em vista a construção da cidadania.

Na perspectiva do ensino da matemática, as competências a serem adquiridas são tratadas em vários documentos oficiais. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (2002), como meta na área de Matemática na etapa de escolaridade básica e complementar do ensino fundamental, são descritas as seguintes competências:

- A competência da representação e comunicação que envolve a leitura, interpretação e produção de textos, nas diversas linguagens e formas textuais características desta área do conhecimento;
- A competência da investigação e compreensão, marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
- A competência da contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas através do pensar e do conhecimento científico.

Ribeiro e Kaiber (2011) destacam que o ensino médio também tem sido influenciado pelas competências contidas na Matriz de Referência do ENEM. O que está posto nessa matriz está articulado e, em muitos aspectos, aprofundado no que preconizam os PCN.

A Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias, do ENEM- Encontro Nacional de Educação Matemática, está organizada por competências e habilidades distribuídas em sete áreas, apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 - As sete áreas do conhecimento da Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias

Competências da área 1	Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.
Competências da área 2	Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.
Competências da área 3	Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competências da área 4	Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competências da área 5	Modelar e resolver problemas que envolvam variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.
Competências da área 6	Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.
Competências da área 7	Compreender o caráter não determinístico dos fenômenos naturais e sociais, e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade, para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Fonte: INEP 2000

De acordo com Machado (1998), a Matemática é um sistema de representação original; apreendê-lo tem o significado de um mapeamento da realidade, como no caso da língua. Mais do que a aprendizagem de técnicas para operar com símbolos, a Matemática está relacionada intimamente com o desenvolvimento da capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber e projetar.

Para que o aluno tenha uma boa compreensão do conteúdo matemático nas aplicações das disciplinas técnicas, é necessário utilizar metodologias que o façam construir o pensamento nas situações práticas do aprendizado. Uma das metodologias utilizadas para esse aprendizado é a resolução de problemas.

A atividade de resolver problemas está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que muitas vezes requerem estratégias de enfrentamento. O

aprendizado de estratégias auxilia o aluno a enfrentar novas situações em outras áreas do conhecimento.

Podem ser destacados vários autores que desenvolveram seus estudos na temática de Resolução de Problemas, como Polya (2006), Pozo (1998), Dante (1991), Gazire (1988), Laudares (1987), Barros Filho (2012) e outros. Há um consenso entre eles de que a resolução de problemas é uma estratégia eficiente no aprendizado escolar.

É interessante destacar alguns trabalhos produzidos na abordagem de resolução de problemas, tais como: Barros Filho (2012), que trabalhou com o tema em **A Resolução de Problemas Físicos com Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª e 2ª Ordem: Análise Gráfica com o Software Maple**; Freitas Filho (2011): **Estratégias usadas pelos alunos da Educação de Jovens e Adultos na Resolução de Problemas Aritméticos**; Azevedo, E. Q. (2001): **Ensino Aprendizagem em Equações Algébricas através da Resolução de Problemas**; e outros. A preocupação constante dos pesquisadores é como facilitar a compreensão na resolução de problemas matemáticos e físicos.

Nesta Dissertação, buscando evidenciar as etapas da aprendizagem e aplicação do conhecimento matemático, foi feita uma pesquisa com alunos dos cursos técnicos da área Eletroeletrônica, ao se depararem com situações problemas de temas específicos da área. Como o aluno resolve um problema, por exemplo, de circuitos de malhas que envolvem problemas algébricos? Como ele constrói esse conhecimento?

1.2 Questão

Como a Matemática possibilita ao estudante estratégias para a Resolução de Problemas relacionados ao fenômeno físico e sua interpretação, na área tecnológica de Eletroeletrônica com circuitos?

1.3 Objetivos

Objetivo Geral: Analisar o processo utilizado pelos alunos para resolver problemas matemáticos, utilizando sistemas de equações lineares com circuitos

relativos ao entendimento do fenômeno físico, na área tecnológica de Eletroeletrônica.

Objetivos Específicos: este trabalho consistiu em

- Descrever como os alunos compreendem o conteúdo matemático de um problema relacionado ao fenômeno Eletroeletrônico;
- Descrever o processo de construção e execução de estratégia para a solução de um problema com conteúdo matemático, relacionado ao fenômeno Eletroeletrônico;
- Elaborar atividades com a resolução de problemas que irão contemplar as estratégias e as categorias definidas.

Para atingir os objetivos propostos, optou-se por uma metodologia de caráter qualitativo. Foram realizados experimentos pedagógicos em que os alunos do curso médio profissionalizante de Eletroeletrônica de uma escola de Educação Profissional de Belo Horizonte (Utramig) responderam questões referentes aos conteúdos de sistema linear de segunda e terceira ordem (possível, determinado e homogêneo), extraídos em equações de Circuito de Malhas do Curso Técnico de Eletrônica.

Esta Dissertação se estrutura da seguinte forma: uma Introdução (Seção 1), em que se contextualiza o tema tratado. A Seção 2 trata do marco teórico adotado na Dissertação. A Seção 3 apresenta as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN - e análise de conteúdos de livros didáticos adotados para a disciplina Matemática, particularmente no que se refere a Sistemas Lineares. A Seção 4 aborda a elaboração do *design* das atividades, descrevendo o processo metodológico para o desenvolvimento e aplicação das atividades propostas. A Seção 5 trata da análise das respostas obtidas no experimento pedagógico realizado e que estão expostas nas Considerações Finais.

2 ALGUMAS ABORDAGENS TEÓRICAS DE MODELOS DE ENSINO CENTRADOS NO ALUNO, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ÁLGEBRA APLICADA

À guisa de fundamentação teórica, os tópicos abordados nesta dissertação são os seguintes: a) O Professor mediador no processo de Ensinar e Aprender; b) a Abordagem de Resolução de Problemas e as questões relacionadas à Álgebra Aplicada.

2.1 O Professor mediador no processo de Ensinar e Aprender

Os modelos de ensino centrados no aluno têm as contribuições dos pesquisadores Vygotsky (1987) e Piaget (1975) no processo de ensino/aprendizagem. A ideia de focar esses teóricos está relacionada à mudança da função do professor, defendida por esses cientistas, na análise dos processos de aprendizagem. Para eles, o docente passa de mero transmissor de conteúdo para a função “mediador”. Pressupõe-se assim que o conhecimento não deve ser entendido apenas como a transmissão de informações e conceitos. O aprendizado que produz o conhecimento se dá por meio do relacionamento com o meio, informações e experiência.

Nesse sentido, Vygotsky (1987) avalia que o desenvolvimento do indivíduo se dá por meio da relação com o outro, com o mundo. Essa relação homem/mundo o levou a pensar no conceito de mediação simbólica, partindo daí em duas formas: Instrumentos e signos/símbolos. Instrumentos por se tratar de ferramentas criadas pela necessidade de intervenção do homem no mundo – ação. E signos/símbolos significam representações, ou seja, demandam abstrações mais elaboradas. Propõe, assim, a existência de dois níveis de desenvolvimento educacional. O primeiro é chamado de “real” e engloba as funções mentais que já estão completamente desenvolvidas e que são o resultado de habilidades e conhecimentos adquiridos pelo educando. Essa avaliação, entretanto, não leva em conta o que se conseguiria fazer ou alcançar com a ajuda de um colega ou do próprio professor. É justamente aí, na distância entre o que já se sabe e o que se pode saber com alguma assistência, que reside o segundo nível de desenvolvimento apregoado por Vygotsky e batizado por ele de “proximal”. Essa abordagem tornou-se um dos eixos

mais importantes das suas contribuições teóricas: a teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal - Z.D.P.

A linha teórica defendida por Piaget (1975) é o construtivismo, que explica o desenvolvimento da inteligência humana a partir do princípio de que esse desenvolvimento é determinado pelas ações mútuas entre o indivíduo e o meio.

Essa concepção construtivista da inteligência inclui a descrição e a explicação de como se constroem as operações intelectuais e as estruturas da inteligência que, mesmo não determinadas por ocasião do nascimento, são gradativamente elaboradas pela própria ação reflexiva.

Os modelos de ensino para uma aprendizagem expressiva consistem em trazer o estudante para uma mobilização no processo do aprender atuando com atividades, especialmente pela resolução de problemas.

2.2 A abordagem da resolução de problemas

No âmbito educacional, a forma de se ensinar a resolver problema na Matemática passou por várias mudanças. Polya (2006), Pozo (1998), Dante (1991) e outros demonstraram sua preocupação nesse tema, em virtude do baixo rendimento do estudante ao se deparar com uma situação problema.

Pozo define o *problema* como “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. (POZO, 1998, p. 15).

No mesmo sentido, Polya (2006) descreve como resolvê-lo, pois

[...] uma grande descoberta resolve um grande problema. Mas há sempre alguma descoberta na resolução de qualquer problema. Este pode até ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e se puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará o prazer e o triunfo da descoberta. (POLYA, 2006, p. V).

Gazire (1988) explicita em sua pesquisa que uma situação pode ser encarada como problema ou não, dependendo da reação do sujeito frente à situação. Ela afirma que um indivíduo está frente a um problema quando ele:

- 1º) Compreende a situação e não encontra uma solução óbvia imediata;
- 2º) Reconhece que a situação exige uma ação;
- 3º) quer ou precisa agir sobre uma situação. (GAZIRE, 1988, p. 10).

A resolução de problemas, como forma pedagógica eficaz no aprendizado da Matemática, é enfatizada por Dante (1991). Afirma o autor que, “embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula”. (DANTE, 1991, p. 8). De acordo com ele, é muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Isso se deve, ainda conforme o autor, à maneira com que os problemas matemáticos são trabalhados em sala de aula e apresentados nos livros didáticos, muitas vezes, apenas como exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados.

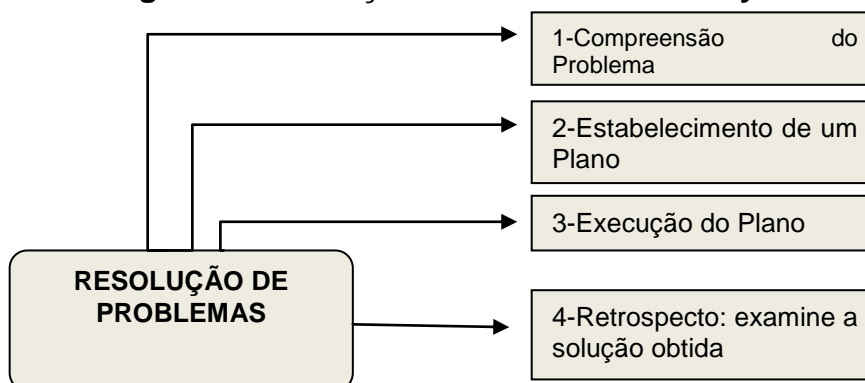
Pozo (1998) considera a solução de problemas como um meio mais acessível para levar alunos a aprender. Conforme o autor,

ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitido pelo livro texto ou pelo professor. (POZO, 1998, p. 9).

Para que se tenha uma boa compreensão e solução correta na resolução de problemas, os autores Pozo (1998), Polya (2006), Dante (1991), Gazire (1998), Laudares (1987) mostram, em seus estudos, a importância de se seguir etapas.

Polya defende que, para se obter a eficácia na resolução de problemas matemáticos, é necessário seguir quatro etapas:

Figura 1- Resolução de Problemas de Polya



Fonte: Adaptado de POLYA, G. (2006, p. XIX)

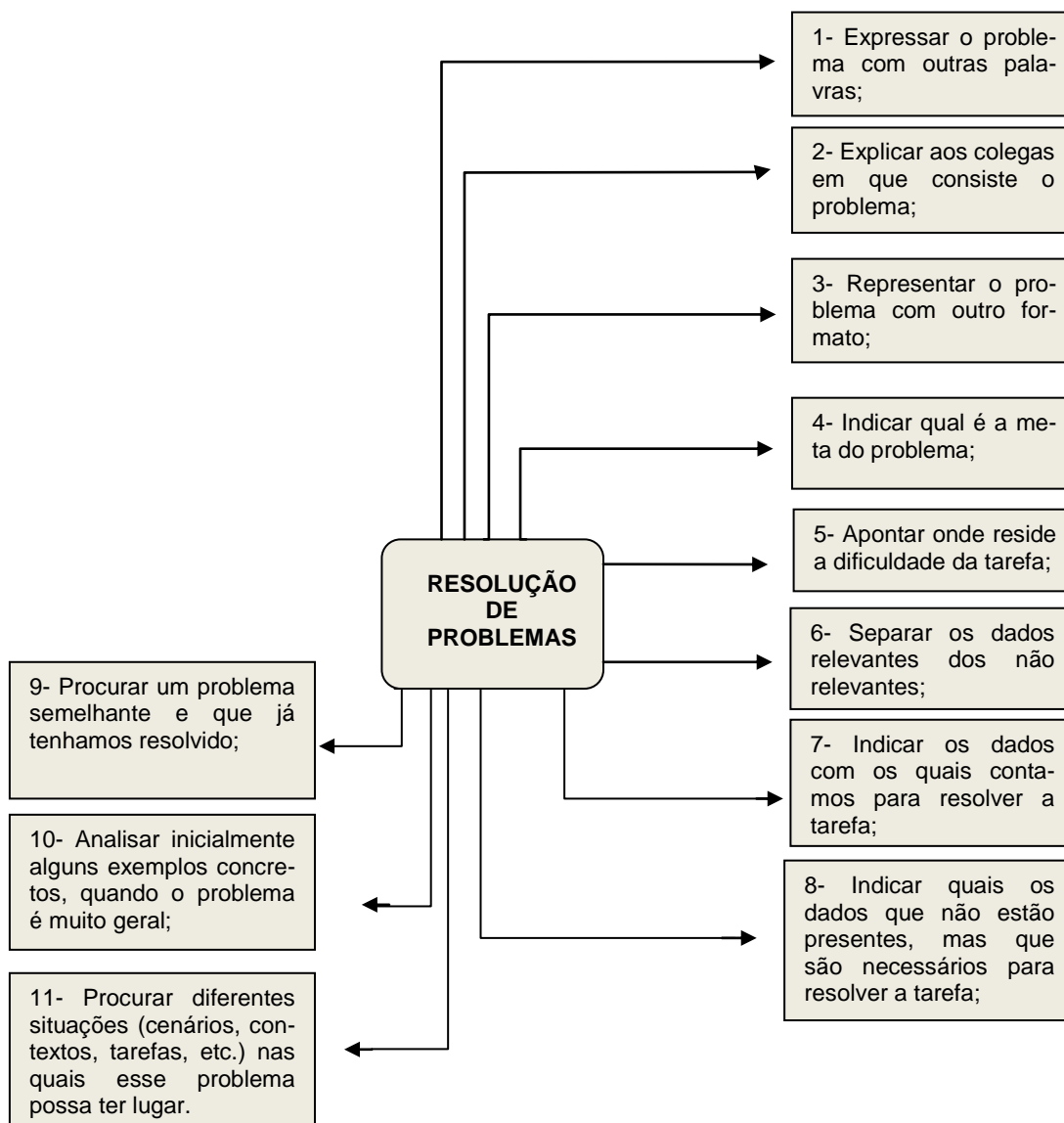
As etapas defendidas por Polya (2006) podem ser assim explicitadas:

- **Compreensão do Problema:**
É preciso compreender o problema, identificando as incógnitas, os dados e as condições apresentadas.
- **Estabelecimento de um Plano:**
Para se obter um plano, é necessário saber elaborar várias interrogações, estabelecendo a conexão entre os dados e a incógnita. As indagações, conforme o autor, a serem feitas nesta fase, poderiam ser as seguintes: conhece um problema correlato e já antes resolvido? É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Foram utilizados todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?
- **III-Execução do Plano:**
Execute o Plano. O plano é um roteiro geral. Ao executar o plano, é necessário verificar cada passo. Se chegar a um impasse, volta-se à fase de planificação.
- **IV-Retrospecto:**
É a verificação do resultado em função de uma situação inicial e do raciocínio. Polya (2006) destaca algumas questões para essa fase, tais como: é possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Pozo (1998) afirma que a solução de problemas matemáticos é resumida em dois processos de aprendizagem: tradução e solução do problema. Para esse autor, é necessário que uma pessoa compreenda o problema e o traduza para uma série de expressões e símbolos matemáticos. A partir daí, deve-se programar uma série de estratégias que estabeleçam as submetas que se pretende alcançar para chegar à solução final e as técnicas que permitam atingir cada uma dessas submetas.

Pozo apresenta algumas técnicas que ajudam a compreender melhor os problemas matemáticos:

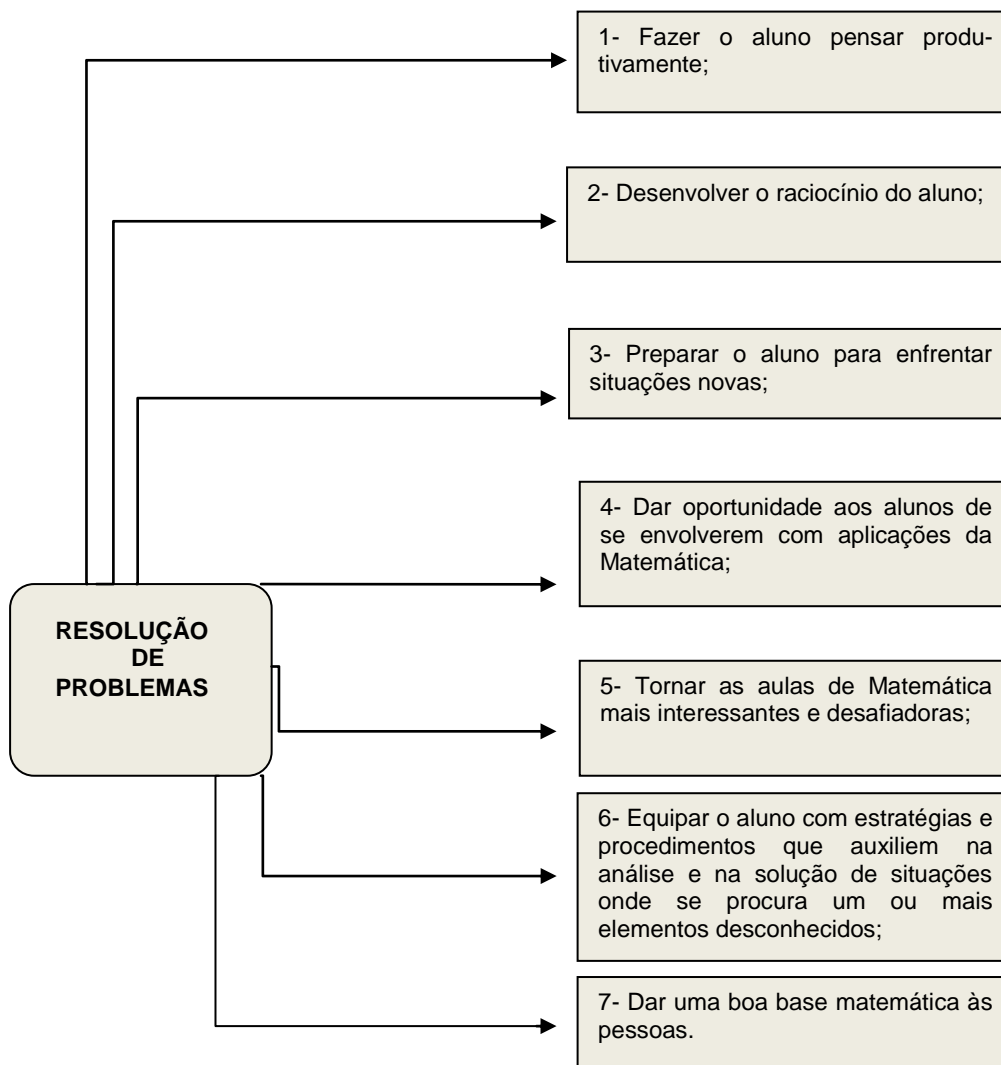
Figura 2- Resolução de Problemas de Pozo



Fonte: Adaptado de POZO (1998, p. 59).

Observa-se que Pozo (1998) oferece, de forma detalhada, a sequência dos passos que o aluno deve seguir para uma solução adequada de um problema Matemático.

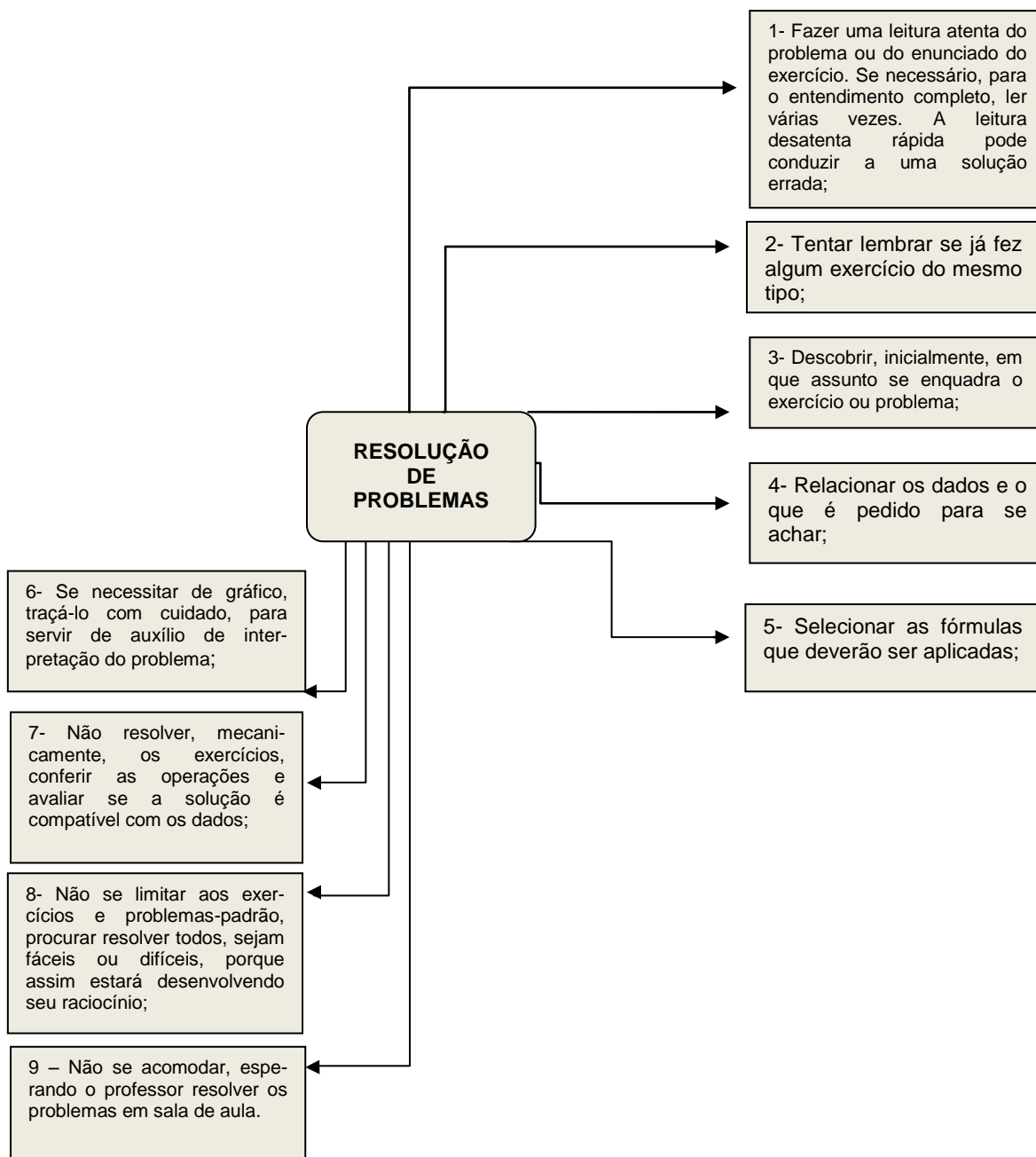
Em seu livro **Didática da resolução de problemas de matemática** (1991), Dante propõe o tema da resolução de problemas nas primeiras cinco séries do primeiro grau. Para ele, os objetivos na resolução de problemas são:

Figura 3 - Resolução de Problemas de Dante

Fonte: Adaptado de DANTE (1991, p. 11).

Em seus estudos, Laudares (1987) acrescenta que na resolução dos exercícios ou problemas, o estudante deve seguir as seguintes etapas.

Figura 4 - Resolução de Problemas de Laudares



Fonte: Adaptado de LAUDARES (1987, p. 88).

Laudares (1987) avalia que o professor é apenas um orientador. O aluno é que aprende. Se o professor resolve, em sala de aula, todos os problemas para o aluno, este ficará limitado a memorizar soluções, não procurando descobri-las. O autor recomenda que o aluno deve procurar fazer os exercícios além dos apresentados em sala de aula; pesquisar outros livros, outros autores e frequentar a biblioteca.

Conforme Dante (1991), o trabalho com resolução de problemas matemáticos em sala de aula é fazer o aluno pensar produtivamente. Para isto, é necessário

formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver de modo inteligente seus problemas no comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão de tempo e outros da vida cotidiana.

Polya destaca a presença da matemática em situações práticas:

[...] problemas práticos são diferentes, em diversos aspectos, dos problemas puramente matemáticos, muito embora os principais motivos e processos sejam essencialmente os mesmos em ambos os casos. Os problemas práticos da Engenharia geralmente envolvem problemas matemáticos. (POLYA, 2006, p. 144)

Freitas Filho (2011) enfatiza em seu estudo a importância da Matemática no cotidiano:

[...] ao perceber um aumento significativo de uma conta de luz em sua residência, o jovem ou adulto certamente fará reflexões sobre quais fatores são considerados para descoberta das causas desse aumento e em que proporção ela ocorre. Este tipo de situação e outras similares permitem uma reflexão acerca do conhecimento matemático observado em seu cotidiano, além de propiciar uma investigação mais consistente entre os objetos da própria Matemática. Por outro aspecto, deve-se explorar essa metodologia e não meramente contextualizar a Matemática ou mesmo inserir algum contexto a ela. (FREITAS FILHO, 2011, p.33)

2.3 O Conhecimento Algébrico

A Matemática é uma ciência que faz parte do dia a dia do ser humano. Muitas pessoas nunca cursaram ou nunca tiveram uma frequência regular na escola, mas intuitivamente utilizam o conhecimento matemático. Esse conhecimento informal pode conter ideias e práticas matemáticas sofisticadas. Isso é possível verificar vendo uma criança brincar de pular amarelinha e com bolinhas de gude.

De acordo com D'Ambrosio (2001), a raiz cultural da matemática consiste no inter-relacionamento entre os padrões, nos conceitos e os símbolos que relacionam ideias e nas práticas matemáticas que são geradas, acumuladas e transmitidas de geração em geração, com o objetivo de solucionar problemas que estão relacionados ao ambiente político, cultural e social nos quais os grupos humanos agem e interagem.

Para dar sustentação teórica aos objetivos do presente trabalho, optou-se por abordar de forma resumida os seguintes tópicos: História da Álgebra; Caracterização

do Pensamento Algébrico; Álgebra no Ensino Médio, Resolução de Sistema Linear e Álgebra Aplicada.

2.4 História da Álgebra

A palavra Álgebra teve sua origem no trabalho de grande importância do matemático e astrônomo Mohammed ibn Musa Al-Kharizmi no século IX. Ele tituló sua obra em Al-jabr e Al-muqabala, que significa: transposição (transferência dos termos ao outro membro da equação) e eliminação (cancelamento dos termos iguais em ambos os membros da equação).

A Álgebra é um dos pilares do conhecimento Matemático. Gimenez e Lins (1997) assim a definem:

Álgebra consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade. (GIMENEZ E LINS, 1997, p. 151).

Gimenez e Lins (1997) citam em seus estudos a classificação da Álgebra que G.H.J. Nesselmann fez, em 1842. Ele considerou vários momentos históricos da Álgebra dividindo-as em: retórica (apenas palavras), sincopada (alguma notação especial, em particular palavras abreviadas) e simbólica (apenas os símbolos e sua manipulação).

O estudo da álgebra, como destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), “consiste de um espaço significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas”. (BRASIL, 1998, p. 115).

Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos, alguns tópicos destacam-se, dentre eles, o Pensamento Algébrico, a Atividade Algébrica e o Raciocínio Algébrico.

Para Radford (2006, p. 2), se ainda não se possui uma definição precisa para *Pensamento Algébrico*, isso se deve ao extenso “escopo de objetos (ex. equações, funções, padrões) e processos algébricos (inversão, simplificação) bem como os vários modos possíveis de conceber o pensamento em geral”.

Pensar algebricamente, para Gimenez e Lins (1997), é pensar aritmeticamente, pensar internamente, pensar analiticamente. De acordo com os autores, é na linguagem aritmética que o pensamento algébrico produz significados apenas em relação a números e operações aritméticas.

Lins (1992) afirma que o pensar internamente implica considerar os números e as operações apenas segundo as suas propriedades, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade. O internalismo foca-se na “possibilidade que temos de distinguir soluções internas, isto é, aquelas produzidas dentro das fronteiras dos campos semânticos dos números e das operações aritméticas”. (LINS, 1992, p. 14). Ele caracteriza o pensamento algébrico “como um método da procura das verdades onde o desconhecido é tratado como conhecido”. (LINS, 1992, p. 16).

Significa que os números genéricos são tratados exatamente como se fossem específicos e as “incógnitas” são tratadas exatamente como se fossem “dados”. (LINS, 1994).

De acordo com os teóricos Polya (2006), Dante (1991) e Laudares (1987) as ações guiadas semanticamente propiciam uma busca de significados, em todos os sentidos do termo, para o processo de generalização, enquanto que nas ações guiadas sintaticamente há uma preocupação com o processo de formalização.

Ademais, tais autores citados consideram que esta caracterização, de natureza ampla, do raciocínio algébrico, é apropriada às crianças e às condições para promovê-las. Dentre essas condições, destacam a integração de diferentes tópicos da Matemática (Aritmética, Geométrica, Tratamento da Informação, por exemplo), a fim de promover o desenvolvimento de formas de pensamento algébrico que possibilitam aos alunos uma melhor capacidade de resolução de problemas.

Cyrino e Oliveira (2011, p. 102) citam em seus estudos a preocupação de Blanton e Kaput (2005) com o desenvolvimento do raciocínio algébrico de crianças, nas séries iniciais do período de escolarização e argumentam que

[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio de discurso de argumentação e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade. (CYRINO e OLIVEIRA, 2011, p. 102).

Essas generalizações, dependendo do nível de experiência dos alunos, podem ser expressas por palavras ou por símbolos, baseados na observação de

padrões ou em relações funcionais. Os autores Blanton e Kaput (2005) defendem que o raciocínio algébrico pode assumir várias formas, incluindo,

a) o uso da aritmética com um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); b) a generalização de padrões numéricos para ver relações funcionais (pensamento funcional); c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; d) a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Para esses mesmos autores, a primeira forma apresentada refere-se ao raciocínio sobre as operações e as propriedades associadas aos números, como, por exemplo, generalizações sobre a propriedade comutativa da multiplicação, ou ainda, o reconhecimento da igualdade como uma relação entre quantidades.

O pensamento funcional envolve a exploração e a expressão de regularidades numéricas, como, por exemplo, a descrição do crescimento de padrões ou generalizações sobre somas de números consecutivos. A modelação envolve a generalização a partir de situações matematizadas ou de fenômenos, como, por exemplo, a generalização de regularidades em situações do dia a dia, em que a regularidade é secundária relativamente ao objetivo mais geral da tarefa.

A generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações, uma forma de raciocínio menos comum no currículo do ensino básico, envolve a utilização de objetos abstratos e operações sobre classe de objetos.

Importa destacar que o aluno, ao resolver um problema de circuitos elétricos, precisa ter conhecimento de álgebra, uma vez que, para solucionar um problema de circuitos de malhas, por exemplo, é necessário o conhecimento do sistema linear.

Nesse sentido, o estudo em análise traz importantes significados para a sala de aula, pelo fato de se observar que o pensamento algébrico atribui significados para a matemática ou reflexão matemática. (RADFORD, 2006)

Utiliza-se o termo “Pensamento Algébrico” como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação e à resolução de problemas no contexto de generalizações de objetos.

única solução, ou indeterminado – admite infinitas soluções. b) Impossível ou Incompatível – quando não admite solução.

O desenvolvimento desta pesquisa será centrado em sistema possível e determinado.

2.6.1 Sistema de duas Equações com duas Incógnitas

De acordo com Oliveira (1966), para solucionar um sistema de duas equações e duas incógnitas podem ser utilizados três métodos:

- 1º. Método da Adição: Consiste este método de eliminação em multiplicar os dois membros escolhidos, de tal forma que os coeficientes da mesma incógnita fiquem sendo números opostos ou simétricos. Esta incógnita se elimina, então, por adição;
- 2º. Método da Substituição: Consiste em calcular o valor de uma das incógnitas em uma das equações e, em seguida, substituir este valor na outra equação;
- 3º. Método de Comparação - Consiste em isolar uma incógnita nas duas equações e comparar o resultado obtido nas duas equações. O Sistema de Equação Linear para estudo será o mesmo utilizado para o método de substituição, para comprovar que é possível chegar ao mesmo valor encontrado.

2.6.2 Sistema de três Equações com três Incógnitas

Um sistema de três equações com três incógnitas é do tipo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

no qual cada uma das equações do sistema é uma equação linear.

Equação linear com três incógnitas é toda equação do tipo

$ax + by + cz = d$, em que a, b, c, d são números reais, a, b, c são denominados coeficientes, x, y, z são as incógnitas e d é o termo independente.

Chama-se solução de um sistema linear com três equações e três incógnitas a tripla ordenada de números reais (x, y, z) , isto é, o conjunto dos números $x = k_1$; $y = k_2$ e $z = k_3$, que é solução, simultaneamente, de todas as equações que constituem o sistema.

Para resolver um sistema linear de três equações e três incógnitas, podem-se aplicar os seguintes métodos ou processos:

- Escalonamento (método de Gauss). O processo de resolução desse sistema envolve a eliminação de incógnitas;
- Regra de Cramer: o processo da resolução deste método é por determinantes. Para Dante (2008), “[...] a regra de Cramer só se aplica quando o determinante da matriz do sistema é diferente de zero”, ou seja, quando o sistema é possível e determinado. Afirma, ainda, que a “regra de Cramer pode ser usada para qualquer sistema $n \times n$, com determinante diferente de zero”. (DANTE, 2008, p. 196);
- Substituição: O método de eliminação por substituição se aplica sem modificação essencial à resolução de um sistema de 3 equações com 3 incógnitas.

2.7 Álgebra Aplicada em Curso da área Eletroeletrônica

A Matemática está sempre presente na natureza. Ela também tem uma relação direta com várias áreas do conhecimento (Física, Engenharia, Informática, Economia, Medicina, Ciências Humanas, Biologia), ocupando, assim, um papel de grande relevância no mundo científico. Laudares (1987) coloca a importância da aplicabilidade da Matemática em outras ciências, pois

[...] o professor não pode considerar a aula como uma ilha. Pelo contrário, deve tentar buscar, sempre, laços de união com todas as ciências. Pode-se considerar até comodismo o professor fazer uma explanação das teorias matemáticas, sem suas aplicações. É muito fácil. Pode-se cair num problema de jogo de empurra. (LAUDARES, 1987, p. 11).

Constam, nos currículos dos cursos de engenharia, disciplinas básicas da área da Matemática, entre elas, Álgebra Linear, Geometria Analítica e Cálculo Diferencial Integral. Na Engenharia Elétrica, para se fazer uma análise dos diagramas de circuitos de malhas, é necessário que se tenha um conhecimento de sistema linear.

O objeto desta Dissertação foi um conjunto de atividades aplicadas na 1ª etapa do curso técnico de Eletrônica na Utramig - Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais, em Belo Horizonte. Buscou-se evidenciar como se dá a compreensão e a resolução de problemas de matemática em curso da área Eletroeletrônica.

3 PCN E LIVROS DIDÁTICOS

O ensino da Matemática tem passado por contínuas reformas. Mesmo assim, o insucesso escolar permanece. Conforme Borsato e Redling (2013), os resultados das provas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar, realizadas entre 2007 e 2013, mostraram que realizar cálculos envolvendo ordens decimais, operações com números racionais e mensurar grandezas e medidas são algumas das deficiências que mais de 70% dos alunos que concluíram o ensino médio apresentaram.

Os PCN (BRASIL, 2000) enfatizam que o currículo do ensino médio deve garantir espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

Ainda, os PCN (BRASIL 2000) salientam, quanto ao caráter instrumental da Matemática no ensino médio, que ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.

A Matemática no ensino profissionalizante desempenha um papel instrumental. Os instrumentos deverão beneficiar os alunos quando aplicados em suas atividades profissionais. Ela é vista como um conjunto de técnicas e estratégias a serem aplicadas a outras áreas do conhecimento. Conforme Laudares (1987, p. 11), “há necessidade de o aluno ter em sua mente uma visão global de todas as disciplinas e suas ligações”.

Nesta seção, busca-se, em linhas gerais, descrever como os autores de livros didáticos apresentam suas metodologias para o ensino de Sistema Linear do ensino médio. A seguir, será feita a análise de três livros didáticos de matemática do ensino

médio e um de autor de curso profissionalizante, em relação ao conteúdo do estudo de Sistema Linear.

Baseados nos pressupostos teóricos que compõem este trabalho, seguem alguns itens de análise dos livros didáticos escolhidos, por serem os mais utilizados nos cursos da Utramig: aspectos históricos na introdução do livro que venham despertar no aluno o interesse pelo tema; definição dos conteúdos; apresentação de resolução dos métodos de Sistemas Lineares; problematização (resolução de problemas); interpretação e análise gráfica; problemas físicos abordados; aplicações práticas em situações cotidianas.

3.1 - BONJORNO, J. R. e GIOVANNI, J. R. **Matemática 2**: Progressões; Matrizes; Análise Combinatória e Geometria. São Paulo: FTD, 1992.

Na abordagem de Sistemas Lineares, no livro **Matemática 2**, Bonjorno e Giovanni (1992), antes de iniciar o capítulo, fazem um breve relato da história dos temas tratados, com fundamentação no relacionamento entre os conteúdos. O livro apresenta definição de equação Linear e Sistema Linear, mostrando exemplos e exercícios de aprendizagem. Apresenta os tópicos: Expressão Matricial de um Sistema de Equações Lineares; Classificação dos Sistemas Lineares; Regra de Cramer; Discussão de um Sistema Linear não homogêneo e homogêneo; Resolução através de Escalonamento. Todos os tópicos acompanhados de exercícios de fixação, lista de atividades e testes.

Pode-se perceber que o livro pouco explorou os aspectos seguintes: resoluções de problemas utilizando sistema linear; representação gráfica da classificação de sistema linear e também aplicações práticas desse conteúdo na vida cotidiana. Observa-se que as poucas resoluções de problemas apresentadas não utilizam a metodologia proposta por Polya (2006) e outros.

3.2 - IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. et al. **Matemática**, 2^a Série, 2^o Grau. São Paulo: Atual, 1990.

Nesse livro, os conteúdos apresentados são: conceitos introdutórios, resolução de Sistemas Lineares, classificação dos sistemas quanto ao número de soluções, discussão de Sistemas Lineares, Regra de Cramer de forma resumida. Os conteúdos apresentados são seguidos de poucos exemplos, havendo ênfase nos exercícios de fixação. São atividades que reforçam a memorização e outras, que solicitam a exploração e o estabelecimento de relações. Os autores tratam de forma

superficial os conteúdos de Sistemas Lineares, apresentando conceitos amplos e com poucos exercícios práticos.

3.3 - DANTE, L.R. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Editora Ática, 2008.

O livro de Luiz Roberto Dante (2008) apresenta um amplo relato histórico do conteúdo Sistema Linear, mostrando, na introdução, problemas ligados ao dia a dia. Define equações lineares, Sistemas de Equações Lineares, Sistemas Lineares 2×2 , explorando sua classificação, sua discussão e explorando também, com ênfase, métodos de soluções, interpretação geométrica e exercícios de fixação e propostos. Apresenta ainda os Sistemas Lineares 3×3 , assim como Escalonamento de Sistemas Lineares; Determinante da Matriz Incompleta; Discussão de um Sistema Linear; Resolução de Sistema Linear pela regra de Cramer; Sistemas Lineares Homogêneos; Sistemas Lineares $n \times n \geq 4$. Apresenta um tópico “Assunto Optativo”, mostrando aplicação dos conteúdos descritos nos problemas de economia, transporte, dietas e outros fenômenos da vida cotidiana. O autor apresenta aspectos do processo de Resolução de Problemas, mas não utiliza essa metodologia em toda a sua extensão.

3.4 - NASCIMENTO, A.L. GARCÊS, E.S.; LOVATEL T. **Matemática para Escolas Técnicas Industriais e Centros de Educação Tecnológica** – Matrizes, Determinantes, Sistema Lineares. Curitiba: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, 1989.

O livro de Nascimento/Garcês/ Lovatel (1989) apresenta um breve histórico sobre Matriz e uma introdução mostrando aplicação desse conteúdo em situações práticas. Há uma definição de Matriz junto com sua representação genérica, seus tipos e operações.

Apresenta uma definição de determinante, sua notação, cálculo, propriedades, sempre seguidos de exemplos, exercícios de fixação e exercícios propostos. A última parte do livro descreve os Sistemas Lineares com os seguintes tópicos: Equações Lineares, Solução de um Sistema de Equações; Sistemas Lineares, Regra de Cramer, Escalonamento ou Método de Gauss, sempre seguidos de exemplos, exercícios de fixação e propostos.

No final, o livro apresenta um conteúdo chamado “Aplicações”, que trata especificamente de Circuito de Malhas da Eletrônica. Há explicações sobre as Leis de Kirchhoff LKC – Lei Física de Kirchhoff para Corrente e LKT- Lei Física de

Kirchhoff para Tensão, mostrando exemplos práticos, como retirar equações das malhas de um circuito, formando assim um Sistema Linear. Esses conteúdos vêm sempre seguidos de exemplos, exercícios de fixação e propostos. Os autores apresentaram problemas, mas não utilizaram metodologia da Resolução de Problemas.

Observa-se que, enquanto alguns autores apresentam exercícios inovadores, contemplando suas aplicações do dia a dia, outros mostram listas intermináveis de exercícios que não privilegiam interpretação e compreensão, resultando, daí, um aprendizado mecânico, cuja preocupação é apenas privilegiar resolução com algoritmos. Os livros-texto apresentam grandes diferenças na forma de pensar de cada autor.

O livro didático é um guia de auxílio ao professor e objeto de estudo para o aluno. É importante que esse meio referencial de estudo seja o mais eficaz possível. Quando os textos didáticos contêm poucos exercícios, conteúdos apresentados de forma superficial e exercícios sem aplicação prática, a eficácia poderá ficar comprometida. A metodologia de Resolução de Problemas poderia ser uma forma de sanar essas debilidades.

4 DESIGN DAS ATIVIDADES

Nesta dissertação aplicou-se o método qualitativo de pesquisa, com dados coletados em sala de aula e em laboratório de eletrônica da Utramig. Os participantes são alunos do turno da manhã do Curso Técnico de Eletrônica e a aplicação das Atividades se baseou na metodologia de Resolução de Problemas. Essas etapas são descritas a seguir.

4.1 Processo Metodológico

A metodologia utilizada neste trabalho foi de cunho qualitativo, cujos dados descritivos foram adquiridos da relação direta do pesquisador com os sujeitos da pesquisa, buscando enfatizar mais o processo do que o produto. Segundo Strauss e Corbin (2008), a escolha de métodos qualitativos é a mais adequada quando o objetivo da pesquisa é tentar esclarecer o significado ou a natureza da experiência de pessoas e descobrir o que elas estão fazendo e pensando. A ação desta pesquisa foi com o intuito de observar relatos, pensamentos e raciocínios que traduzam o conhecimento dos alunos envolvidos nesse estudo.

Com o objetivo de responder à questão da pesquisa: “Como a linguagem matemática possibilita ao estudante ideias para a solução de problemas relacionados ao entendimento do fenômeno físico, na área tecnológica de Eletroeletrônica?”, foi realizada uma pesquisa de campo. Conforme Lorenzato (2009):

[...] considerando a Educação Matemática (EM) uma prática Social, o trabalho de campo torna-se uma opção importante, pois fornece elementos que nos permitem compreendê-la e, então, transformá-la. Além disso, são as informações que nos levam a criar e desenvolver conhecimentos a partir da prática e nos impedem que inventemos explicações ou suposições irreais e totalmente imaginárias ou fantasmagóricas. (LORENZATO, 2009, p. 101).

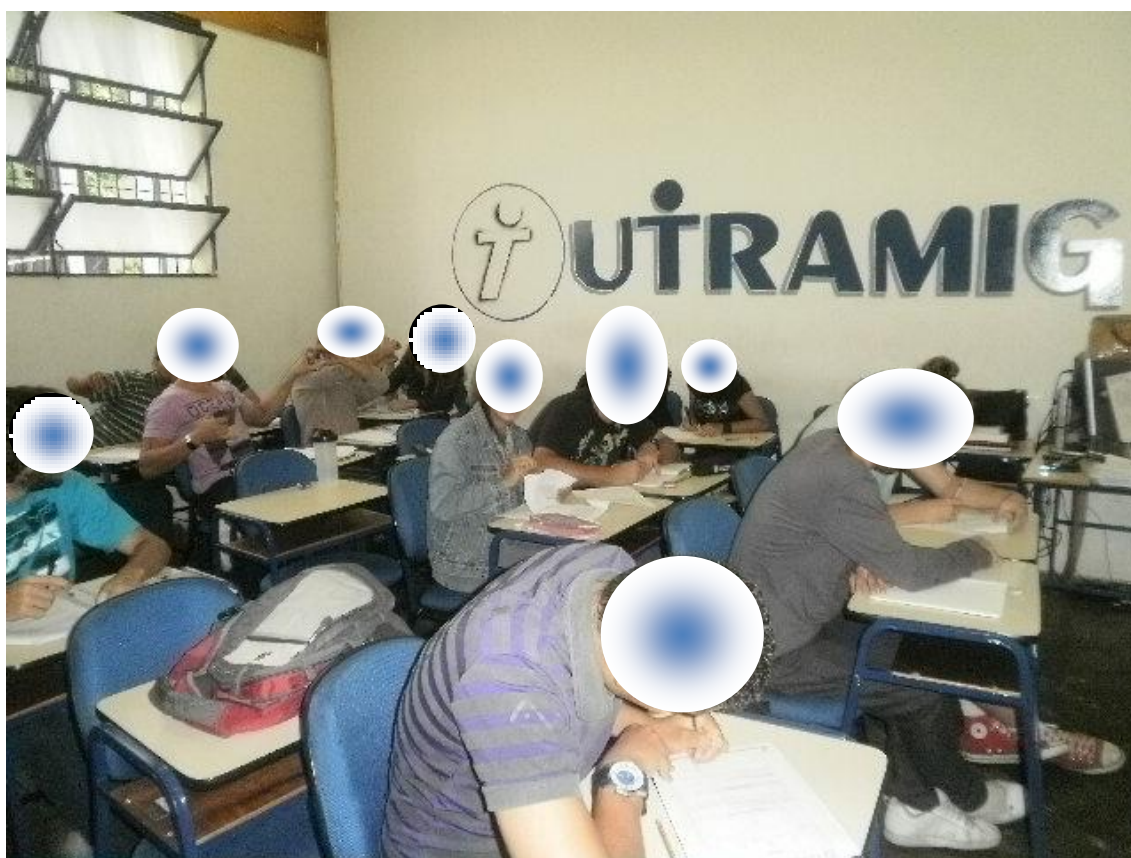
Foram elaboradas várias atividades, planejadas com o propósito de contribuir para o aprendizado do estudante na resolução de problemas de Sistema Linear aplicado em Circuito de Malhas. Essas atividades tiveram os seguintes objetivos:

- a) Descrever como os alunos compreendem o conteúdo matemático de um problema relacionado ao fenômeno Eletroeletrônico;
- b) Descrever o processo de construção e execução de estratégia para a solução de um problema com conteúdo matemático, relacionado ao fenômeno Eletroeletrônico;
- c) Identificar as diversas estratégias e categorias da atividade algébrica utilizadas na solução de problemas.

4.2 Coleta de Dados

O local da aplicação das atividades foi dividido em dois ambientes: o primeiro, em sala de aula (Figura 5), e o segundo, no laboratório de Eletrônica (Figura 6), ambos situados na Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais – Utramig – BH/MG.

Figura 5 – Sala de Aula - Utramig



Fonte: Acervo da autora

Figura 6 – Laboratório de Eletrônica - Utramig



Fonte: Acervo da autora

O período da aplicação das atividades foi de 01 de outubro de 2013 a 14 de novembro de 2013. O contato direto com os estudantes propiciou à pesquisadora perceber as dificuldades, erros, acertos e discussões nas estratégias de resolução. O ambiente foi agradável e os alunos se sentiram motivados, com grande interesse em responder as questões propostas.

As informações relevantes durante as atividades foram registradas, catalogadas e gravadas. Após a resolução das atividades, foram feitas entrevistas informais com os participantes para conhecer suas percepções sobre as dificuldades e facilidades existentes nas questões propostas.

4.3 Sujeitos e Âmbito da Pesquisa

A pesquisa foi realizada na Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais – Utramig. É uma Fundação Pública, sem fins lucrativos, criada pela Lei Estadual nº 3.588, de 25 de novembro de 1965. Seu papel é realizar

cursos de qualificação profissional, formação técnica, pós-graduação e formação superior especial para professores e Ensino a Distância.

A Utramig é reconhecida, de acordo com o Art. 1º da Portaria 074/79, como Escola de 2º. Grau, que oferece Cursos Técnicos em: Eletrônica, Telecomunicações, Análises Clínicas, Enfermagem, Informática, Mecânica, Meio Ambiente, Segurança do Trabalho.

O curso técnico de Eletrônica é pós-médio e tem a duração de um ano e meio; é constituído de três etapas, cumprindo 1.600 horas ao seu término. O conteúdo do curso fornece uma visão ampla da eletrônica, possibilitando o trabalho nas diversas aplicações tecnológicas desse campo e também na pesquisa. O aluno é capacitado para atuar na indústria em geral, nas empresas de telecomunicações, de energia elétrica e projetos, bem como em consultorias, na manutenção e instalação de sistemas eletrônicos, no comércio especializado e no desenvolvimento de pesquisas e projetos tecnológicos.

O presente estudo foi realizado com uma turma, na qual a autora desta Dissertação é professora da primeira etapa do curso técnico em Eletrônica, turno da manhã. Todos os estudantes participantes das atividades permitiram que seus nomes originais fossem utilizados. A turma inicialmente era composta de 17 alunos e finalizou com 9.

4.4 Aplicação das Atividades

Este estudo se direcionou para o desenvolvimento de experiências matemáticas com a resolução de problemas em atividades propostas, de forma a construir um conhecimento de Sistema Linear, aplicado em circuito de malhas no curso técnico de Eletrônica.

A aplicação das atividades teve a duração média de 1 hora e 30 minutos, totalizando 7 encontros, realizados nas próprias aulas de Matemática.

As atividades elaboradas consistiram de sete questões, sendo a primeira uma revisão dos conceitos de Sistema Linear do ensino médio e as demais, relacionadas a problemas físicos relacionados a malhas. A última questão consistiu em uma atividade prática de montagem de um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, com o propósito da aplicação da Lei de Kirchhoff, resolução do sistema linear e a comprovação dos valores encontrados.

Antes de se iniciar a apresentação das atividades é interessante dar alguns conceitos elétricos tais como, circuito, malha, nó, LKT, LKC

Vieira Junior (2011), define os seguintes conceitos elétricos em sua apostila:

1. Circuito - corrente elétrica é o fluxo de elétrons impulsionado por uma diferença de potencial (tensão). Este fluxo é função da resistência a ser encontrada no circuito e que elementos resistores associados em série ou em paralelo podem influenciar de modo diferente as grandezas elétricas.
2. Tensão elétrica - Para que se estabeleça o fluxo de cargas anteriormente definido como corrente elétrica, é necessária uma pressão externa, a qual se chama de energia ou tensão elétrica.
3. Malha - Uma malha é qualquer percurso fechado de um circuito (Gussow, 1997)
4. Lei de Ohm e resistência elétrica - Se for considerar a relação “*Efeito = causa/oposição*” em um circuito elétrico, o efeito que se deseja é o fluxo de elétrons (corrente), a causa (pressão) é a diferença de potencial (ddp) e a oposição ao fluxo é a resistência encontrada. Daqui pode-se observar que para uma resistência fixa, quanto maior a tensão elétrica maior será a corrente do circuito. Essa definição é conhecida como Lei de Ohm.
5. Primeira Lei de Kirchhoff (ou Lei dos Nós) - A soma das intensidades das correntes que chegam a um nó (ponto de encontro de três ou mais condutores) de um circuito elétrico é igual à soma das intensidades das correntes que dele saem.
6. Segunda Lei de Kirchhoff (ou Lei das Malha) - A soma algébrica das forças eletromotrizes e forças contra eletromotrizes ao longo de uma malha (conjunto fechado de ramos (ou trechos)) em um circuito é igual à soma algébrica dos produtos “resistência *versus* corrente” em todas as resistências da malha.

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{j=1}^m R.I_j$$

Esta definição é muito utilizada para análise da tensão em elementos (resistivos ou não) associados em série em um circuito.

A primeira atividade é introdutória, com o propósito de recordar o conteúdo de resolução de um problema que envolve um sistema linear de 3 equações e 3 variáveis.

A segunda atividade envolve lei física aplicada a um problema relacionado a um circuito de duas malhas, cuja solução exige um sistema linear não homogêneo.

A terceira também é uma atividade que envolve lei física a problema relacionado a um circuito de três malhas, cuja solução exige um sistema linear não homogêneo.

A quarta atividade foi elaborada com o intuito de aplicar a lei física a um problema de circuito de Corrente Contínua em duas malhas, cuja solução é um sistema linear não homogêneo.

A quinta atividade envolve lei física aplicada a um problema relacionado a um circuito de malhas, cuja solução exige um sistema linear homogêneo.

A sexta atividade foi aplicação da lei física a um problema de circuito de três malhas, cuja solução exige um sistema linear homogêneo.

A última atividade consistiu em uma atividade prática de montagem de um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas e posterior resolução de Sistema Linear.

Durante o desenvolvimento das atividades, os alunos tiveram muitas dúvidas em relação ao entendimento das questões. A pesquisadora procurou esclarecê-las em forma de questionamentos, com o propósito de os alunos buscarem uma solução própria.

4.4.1 Apresentação das Atividades Constituídas por Problemas

A aplicação das Atividades se baseou na metodologia de Resolução de Problemas, envolvendo problemas físicos aplicados nos cursos técnicos de Eletroeletrônica.

Essa metodologia foi baseada nas seguintes etapas apresentadas pelos autores Laudares (1987), Polya (2006), Pozo (1998), Dante (1991):

1º. Leitura do problema;

2º. Interpretação do enunciado: Verbalização;

- 3º. Identificação das variáveis;
- 4º. Identificação dos dados do problema;
- 5º. Identificação dos conceitos e modelos matemáticos adequados (leis físicas);
- 6º. Montagem das equações lineares do problema;
- 7º. Resolução do problema;
- 8º. Interpretação/Compatibilização e retrospecto da resolução do problema.;

Cada atividade é constituída de um problema que explora o conhecimento de Sistema Linear aplicado em situações da Física, em que o estudante busca, na solução, o entendimento construtivo.

4.4.2 Design da Proposição dos Problemas que Definiram as Atividades

A proposição dos problemas teve um mesmo *design*. Preocupou-se em apresentar o mesmo formato para facilitar a interpretação dos estudantes. Cada problema foi colocado dentro de um quadro, de forma que a visualização facilitasse o seu entendimento.

Segundo Pozo (1998, p. 52), “a tradução do problema exige a presença de conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos que facilitem a compreensão da tarefa”. A linguagem é fundamental e estrutural para a formação de conceitos. Na apresentação das questões relacionadas às atividades, foram feitas várias perguntas utilizando-se a linguagem corrente, para que os estudantes pudessem responder os questionamentos de verbalização, do descobrimento da lei física, da identificação das incógnitas e os dados do problema e o modelo de resolução dos problemas propostos.

O Quadro 2 mostra a representação padronizada da apresentação dos problemas e que poderá ser vista no “Apêndice” de forma mais completa.

Quadro 2 – Representação padronizada da apresentação dos problemas

TEMA DO PROBLEMA
ENUNCIADO
1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO
Verbalização
2 - MODELO MATEMÁTICO - IDENTIFICAÇÃO DAS INCÓGNITAS - IDENTIFICAÇÃO DOS DADOS - LEI FÍSICA - MONTAGEM DAS EQUAÇÕES
3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA
4 – INTERPRETAÇÃO/Compatibilização E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Fonte: Adaptado de BARROS FILHO (2012)

4.4.3 Descrição das Atividades

A seguir, as descrições das atividades propostas com os respectivos objetivos e metodologia.

4.4.3.1 Primeira Atividade

A primeira atividade, introdutória, trata da resolução de um problema que envolve sistema linear, não homogêneo, possível e determinado. (Quadro 3).

Objetivo: Resolver um problema que exija um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, revisando o processo de resolução deste sistema.

Metodologia: dado o problema do sistema linear que envolve 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

Quadro 3 – Representação do Primeiro Problema

ENUNCIADO
<p>Uma loja vende certo equipamento elétrico, que é fabricado por três marcas diferentes: A, B e C, sendo a marca A, multímetro Brasford, a marca B, multímetro EDA e a marca C, multímetro Minipa. Um levantamento sobre as vendas desse item, realizado durante três dias consecutivos, revelou que:</p> <ul style="list-style-type: none"> . no 1º dia, foram vendidas duas unidades da marca A, uma da marca B e uma da marca C, resultando um total de vendas igual a R\$ 150,00; . no 2º dia, foram vendidas quatro unidades da marca A, três da marca B e nenhuma da marca C, num total de R\$ 240,00; . no último dia, não houve vendas da marca A, mas foram vendidos cinco da marca B e três da marca C, totalizando R\$ 350,00. <p>Qual é o preço do componente fabricado por A, por B e por C?</p>

Fonte: Elaborado pela autora

Os tópicos abordados envolvem conceitos de Sistema Linear que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do problema, identificar as incógnitas e os dados do problema, montar as equações, resolver as equações e confrontar os resultados obtidos do problema.

Inicialmente, sugere-se aos participantes que troquem informações e verbalizem o enunciado do problema entre si. Procura-se explorar, nessa etapa, como os estudantes interpretam o texto. Polya (2006) diz que para a solução de um problema, em primeiro lugar, o enunciado verbal precisa ficar bem entendido.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são apresentadas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (x = preço do equipamento fabricado pela marca A; y = preço do equipamento fabricado pela marca B; e z = preço do equipamento fabricado pela marca C); identificar os dados (1º. dia – 2 unidades da marca A, 1 unidade da marca B, 1 unidade da marca C, resultando um total de vendas de R\$ 150,00; 2º. dia – 4 unidades da marca A, 3 unidades da marca B, 0 unidade da marca C, resultando um total de vendas de R\$240,00; 3º. dia - 0 unidade da marca A, 5 unidades da marca B, 3 unidades da marca C, resultando um total de vendas de R\$ 350,00); discriminar matematicamente o que se pede ($G_1 = 2$; $G_2 = 4$; $G_3 = 0$ – quantidades vendidas do equipamento produzido pela marca A; $B_1 = 1$; $B_2 = 3$; $B_3 = 5$ – quantidades vendidas do equipamento produzido pela marca B; $C_1 = 1$; $C_2 = 0$; $C_3 = 3$ - quantidades vendidas do equipamento produzido pela marca C; e

$D_1 = 150,00$; $D_2 = 240,00$; $D_3 = 350,00$ valores totais das vendas em cada dia; montar as equações do sistema ($2x + y + z = 150$; $4x + 3y + 0z = 240$ e $0x + 5y + 3z = 350$) e caracterizar o tipo do sistema (Sistema de 3 equações com 3 incógnitas) que a questão propõe. Procura-se explorar com os estudantes os conceitos matemáticos do ensino fundamental e médio, de forma que eles possam transformar a linguagem escrita em simbólica.

Quanto à categoria de Resolução de Problema, é solicitado aos participantes que resolvam a questão buscando os valores dos componentes A, B e C. Procura-se explorar, nessa questão, o conhecimento específico de Sistema Linear de três equações e três incógnitas, sendo necessário que os alunos saibam resolver de acordo com os métodos existentes (Escalonamento, Regra de Cramer ou Substituição).

As questões contidas na categoria “**Compatibilização**” procuram explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos. Busca-se uma interligação lógica quanto aos resultados obtidos. A atividade completa está no “Apêndice” desta dissertação.

4.4.3.2 Segunda Atividade

A segunda atividade é uma aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em Circuito de Duas Malhas.(Quadro 4)

Objetivo: Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.

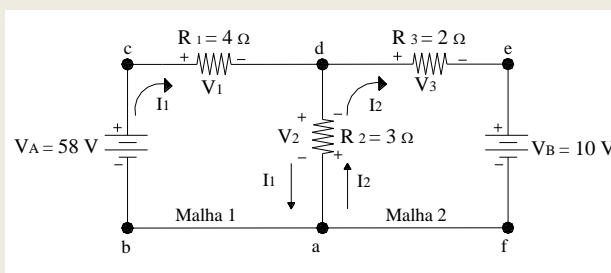
Metodologia: Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e Compatibilização da solução com os dados.

Quadro 4 – Representação do Segundo Problema

ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com duas malhas chamadas de malha 1 e malha 2. A malha 1 é formada pelo percurso *abcd*, e a malha 2 é formada pelo trajeto *adefa*. Conhecidas as resistências: $R_1=4\Omega$, $R_2=3\Omega$, $R_3=2\Omega$ e as tensões: $V_A=58\text{ V}$ e $V_B=10\text{ V}$, determine as correntes I_1 e I_2 desse circuito.

Diagrama



Fonte: Adaptado de GSSOW (1997)

Os tópicos abordados nesta atividade envolvem conceitos básicos de um circuito analógico, que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as tensões; retirar as equações desse circuito e resolver as equações, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes calculadas do circuito.

Espera-se que os estudantes tenham conhecimento de correntes de malhas, com destaque para os resistores, as tensões, além de saber retirar as incógnitas do problema que são as correntes do circuito. Para a resolução dessa atividade, é necessário também que tenham conhecimento da Lei Física de Kirchhoff, principalmente quando especifica que a soma de um determinado sentido das tensões de uma malha é igual a zero.

Na interpretação do enunciado, é proposto aos estudantes que troquem informações para a compreensão do problema e sua descrição verbal. Busca-se, assim, a interpretação mais adequada do texto apresentado.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são apresentadas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (correntes I_1 e I_2 do circuito); identificar os dados (São as duas f.c.e.m (força contra eletromotriz). $V_A = 58\text{ V}$ e V_B

= 10 V e os três resistores $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 3\Omega$ e $R_3 = 2\Omega$); analisar o diagrama de acordo com os dados do problema (A malha 1 é constituída pelos componentes $V_A = 58\text{ V}$, $R_1 = 4\Omega$ e $R_2 = 3\Omega$. A malha 2 é constituída pelos componentes $V_B = 10\text{ V}$ e os resistores $R_2 = 3\Omega$ e $R_3 = 2\Omega$. Como se vê, as duas malhas compartilham o resistor R_2 . No circuito optou-se pelo sentido horário para I_1 e I_2 , o que será confirmado, ou não, após os cálculos); aplicar Lei Física (LKT- Lei de Kirchhoff das Tensões) que a questão propõe e montar as equações do sistema ($V_A - R_1 I_1 - R_2(I_1 - I_2) = 0$ e $R_2(I_1 - I_2) - R_3 I_2 - V_B = 0$). Pretende-se que os estudantes manifestem conhecimento específico de Correntes de Malhas ensinado no curso de Eletroeletrônica, enfatizando a aplicação de Sistema Linear, seu conceito e sua resolução.

Quanto à Resolução de Problemas, é solicitado aos estudantes que elaborem a resolução do sistema de duas equações e duas incógnitas, retiradas do circuito, cujo propósito é encontrar os valores das correntes I_1 e I_2 , através de um dos métodos de resolução: Adição, Substituição ou Comparação. E, finalmente, nas questões contidas dentro da categoria **Compatibilização**, procura-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos. A descrição dessa atividade completa está no “Apêndice” desta dissertação.

4.4.3.3 Terceira Atividade

A terceira atividade é uma aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 3 equações e 3 incógnitas em Circuito de Três Malhas.(Quadro 5).

Objetivo: Resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações não homogêneo, aplicado nos cursos de Eletrônica.

Metodologia: Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a Compatibilização da solução com os dados.

Quadro 5 – Representação do Terceiro Problema

ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com três malhas chamadas de malha 1, malha 2 e malha 3. Dados $V_A = 20V$, $V_B = 5V$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 5\Omega$ e $R_5 = 6\Omega$, calcule todas as correntes do circuito.

Diagrama

Fonte: GUSSOW (1997)

Os tópicos abordados nesta atividade envolvem conceitos básicos de um circuito analógico, que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as voltagens; retirar as equações desse circuito e resolver as equações, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes calculadas do circuito.

Espera-se que os estudantes tenham um conhecimento de correntes de malhas, conheçam as características dos resistores, das tensões e que saibam retirar as incógnitas dos problemas que, nesse caso, são as correntes do circuito. Para a resolução dessa atividade, é necessário que os alunos tenham conhecimento da Lei Física de Kirchhoff, principalmente quando especifica que a soma de um determinado sentido das tensões de uma malha é igual a zero.

Procura-se saber se os estudantes identificaram o problema e se sabem descrevê-lo verbalmente, buscando-se assim conhecer como os estudantes interpretam o texto.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são feitas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (correntes I_1 , I_2 e I_3 do circuito); identificar os dados f.e.m. V_A e V_B e os resistores $R_1(2\Omega)$, $R_2(3\Omega)$, $R_3(4\Omega)$, $R_4(5\Omega)$ e $R_5(6\Omega)$; analisar o diagrama de acordo com os dados do problema. A malha 1 é constituída

pela f.e.m. V_A , resistor R_1 e resistor R_2 (este compartilhado com a malha 2). A malha 2 é constituída pelo resistor R_2 , R_3 , R_4 (este compartilhado com a malha 3). A malha 3 é formada pela f.e.m. V_B e pelos resistores R_4 e R_5 . (As correntes foram inicialmente definidas no sentido horário); aplicar Lei Física (LKT das tensões) e montar as equações do sistema $(V_A - R_1 I_1 - R_2(I_1 - I_2) = 0$; $0 - R_2(I_2 - I_1) - R_3 I_2 - R_4(I_2 - I_3) = 0$ e $-V_B - R_4(I_3 - I_2) - R_5 I_3 = 0$). Buscou-se testar os estudantes quanto ao conhecimento específico de Correntes de Malhas no curso de Eletroeletrônica, cujo propósito é a aplicação de Sistema Linear, seu conceito e sua resolução.

Quanto à categoria Resolução de Problemas, é solicitado aos estudantes a resolução do sistema de três equações e três incógnitas, retiradas do circuito cujo propósito é resolver as correntes I_1 e I_2 e I_3 através de um dos métodos de resolução: Escalonamento, Regra de Cramer ou Substituição. Nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização, procura-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos. Essa atividade completa encontra-se no “Apêndice” desta dissertação.

4.4.3.4 Quarta Atividade

Essa atividade é a aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em Circuito de Corrente Contínua em Malha (LKC).(Quadro 6)

Objetivo: Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneo aplicado nos cursos de Eletrônica.

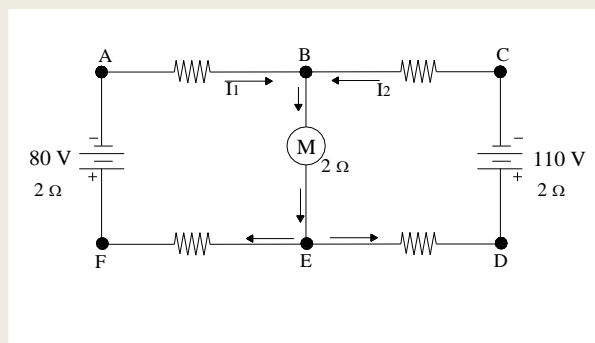
Metodologia: Dado o problema de circuito de corrente contínua que envolve sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a Compatibilização da solução com os dados.

Quadro 6 – Representação do Quarto Problema

ENUNCIADO

No circuito indicado pela figura, duas baterias de 110 volts e de 80 volts e de resistências internas 2 ohms e 2 ohms, alimentam um motor, que desenvolve uma f.c.e.m. de 50 volts. Sabendo-se que os fios AB e BC têm comprimentos iguais de 10 m e são construídos por material de resistência igual a 0,2 ohms por metro, pede-se a intensidade de corrente no motor, quando em movimento, supondo-se sua resistência interna de 2 ohms.

Diagrama



Fonte: Adaptado de NASCIMENTO, GARCÉS E LOVATEL (1989)

Espera-se que os estudantes tenham conhecimento de correntes de malhas, conheçam as características dos resistores, das tensões e que saibam retirar as incógnitas do problema que, neste caso, são as correntes do circuito.

Os tópicos abordados nesta atividade envolvem conceitos básicos de um circuito analógico, que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as voltagens; retirar as equações desse circuito e resolver as equações, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes dadas do circuito.

Espera-se que os estudantes tenham um conhecimento de correntes de malhas, conheçam as características dos resistores, das tensões e que saibam retirar as incógnitas dos problemas que, nesse caso, são as correntes do circuito. Para a resolução dessa atividade, é necessário que os alunos tenham conhecimento da Lei Física de Kirchhoff, ou lei de nós, que afirma que a soma das correntes que entram numa junção é igual à soma das correntes que saem da junção.

Procura-se conhecer se os estudantes identificam o problema e se sabem descrevê-lo verbalmente, buscando-se assim conhecer como os estudantes interpretam o texto.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são feitas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (correntes I_1 e I_2); identificar os dados (resistência dos fios: R_2 , R_3 , R_5 e R_6 ; resistência das f.e.m.: R_1 e R_4 ; resistência do motor: R_M ; tensões das f.e.m.: V_A e V_B ; tensão do motor: V_M); analisar o diagrama de acordo com os dados do problema (circuito com duas malhas e um motor interligando-as e, considerando todas as resistências envolvidas, pede-se cálculos das correntes I_1 e I_2); aplicar Lei Física (LKC/LKT) que a questão propõe e montar as equações do sistema ($V_A + R_2 I_1 - V_M + R_M (I_1 + I_2) + R_6 I_1 + R_1 I_1 = 0$; $-V_B - R_4 I_2 - R_5 I_2 - R_M (I_1 + I_2) + V_M - R_3 I_2 = 0$).

Buscou-se testar os estudantes quanto ao conhecimento específico de Correntes de Malhas no curso de Eletroeletrônica, cujo propósito é a aplicação de Sistema Linear, seu conceito e sua resolução.

Quanto à categoria Resolução de Problemas, é solicitada aos estudantes a resolução do sistema de duas equações e duas incógnitas retiradas do circuito, cujo propósito é resolver as correntes I_1 e I_2 através de um dos métodos de resolução: Adição, Substituição ou Comparação. Nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização, procura-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos. Essa atividade completa encontra-se no “Apêndice” desta dissertação.

4.4.3.5 Quinta Atividade

Essa atividade é uma aplicação de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em Circuito de Duas Malhas. (Quadro 7).

Objetivo: Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.

Metodologia: Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a Compatibilização da solução com os dados.

Quadro 7- Representação do Quinto Problema

ENUNCIADO
<p>Dado um circuito (ver figura abaixo) com duas malhas chamadas de malha 1 e malha 2. Conhecidas as resistências: $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 3\Omega$ e as tensões: $V_1 = 30V$, $V_2 = 25V$, $V_3 = 10V$, $V_4 = 20V$ e $V_5 = 15V$, determine as correntes I_A e I_B desse circuito.</p> <p style="text-align: center;">Diagrama</p>

Fonte: Elaborado pela autora¹

Os tópicos abordados nesta atividade envolvem conceitos básicos de um circuito analógico, que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as tensões; retirar as equações desse circuito e resolver as equações, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes calculadas do circuito.

Espera-se que os estudantes tenham um conhecimento de correntes de malhas, conheçam as características dos resistores, das tensões e que saibam retirar as incógnitas do problema que, nesse caso, são as correntes do circuito. Para a resolução dessa atividade, é necessário que os alunos tenham conhecimento da Lei Física de Kirchhoff (LKT), principalmente quando especifica que a soma de um determinado sentido das tensões de uma malha é igual a zero.

Procura-se saber se os estudantes identificam o problema e se sabem descrevê-lo verbalmente, buscando-se assim conhecer como os mesmos interpretam o texto.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são feitas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (correntes I_A e I_B); os dados (Resistências: R_1 , R_2 , R_3 e f.e.m. V_1 , V_2 , V_3 , V_4 e V_5); analisar o diagrama de acordo com os dados

¹ Colaboração do Professor Luciano Antunes

do problema (um circuito com duas malhas interligadas com as seguintes composições:

Malha 1: Lado esquerdo f.e.m. de 30 volts (V_1); Lado Acima – uma resistência de 4Ω .

Entre as malhas, há uma resistência de 3Ω e uma f.e.m. (V_3) de 10 volts e polaridade invertida em relação a V_1 .

Malha 2: lado direito: f.e.m. (V_2) de 25 volts; lado inferior: f.e.m. (V_5) de 15 volts e polaridade invertida em relação a V_2 ; lado superior: uma resistência R_2 e entre as malhas a polaridade de V_3 está invertida em relação a V_2); aplicar Lei Física (LKT) que a questão propõe e montar as equações do sistema ($V_1 - I_A R_1 - R_3(I_A + I_B) - V_3 - V_4 = 0$ e $V_2 - V_5 - V_3 - R_3(I_A + I_B) - R_2 I_B = 0$).

Busca-se testar os estudantes quanto ao conhecimento específico de Correntes de Malhas no curso de Eletroeletrônica, cujo propósito é a aplicação de Sistema Linear, seu conceito e sua resolução.

Quanto à categoria Resolução de Problemas, é solicitado aos estudantes a resolução do sistema de duas equações e duas incógnitas, retiradas do circuito cujo propósito é achar os valores das correntes I_A e I_B por meio de um dos métodos de resolução: Adição, Substituição ou Comparação. Nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização, procura-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos. Essa atividade completa encontra-se no “Apêndice” desta dissertação.

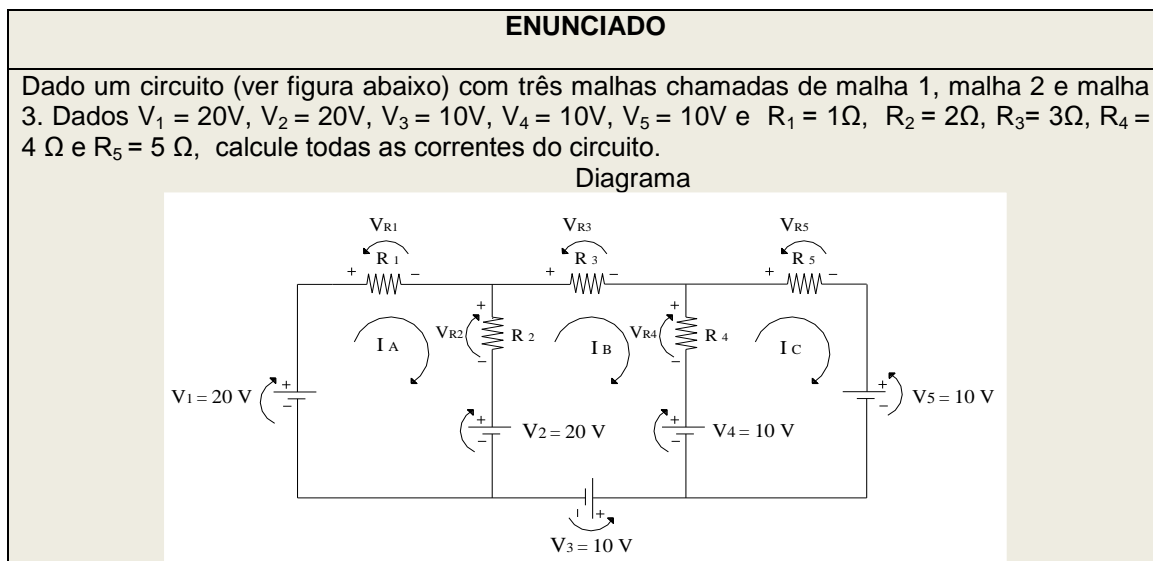
4.4.3.6 Sexta Atividade

A atividade em questão é a aplicação de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de 3 equações e 3 incógnitas em Circuito de Três Malhas.(Quadro 8).

Objetivo: Resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.

Metodologia: Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a Compatibilização da solução com os dados.

Quadro 8 - Representação do Sexto Problema



Fonte: Elaborado pela autora²

Os tópicos abordados nesta atividade envolvem conceitos básicos de um circuito analógico que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as tensões; retirar as equações desse circuito e resolver as equações, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes calculadas do circuito.

Espera-se que os estudantes tenham um conhecimento de correntes de malhas, conheçam as características dos resistores, das tensões e que saibam retirar as incógnitas do problema que, nesse caso, são as correntes do circuito. Para a resolução dessa atividade é necessário que os alunos tenham conhecimento da Lei Física de Kirchhoff, principalmente quando especifica que a soma de um determinado sentido das tensões de uma malha é igual a zero.

Procura-se saber se os estudantes identificam o problema e se sabem descrevê-lo verbalmente, buscando-se assim conhecer como os estudantes interpretam o texto.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são feitas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (I_A , I_B e I_C); identificar os dados (Resistências: R_1 , R_2 e R_3 , R_4 e R_5 e f.e.m. V_1 , V_2 , V_3 , V_4 e V_5); analisar o diagrama de acordo com os dados do problema (Malha 1- No sentido horário existe f.e.m. V_1 , com 20 V, uma resistência R_1 , com 1Ω , a resistência R_2 , com 2Ω (compartilhada

² Colaboração do Professor Luciano Antunes

entre as malhas 1 e 2). Uma f.e.m., V_2 de 20 volts com polaridade invertida em relação a V_1 . Malha 2 – Uma f.e.m. V_3 de 10 volts, uma f.e.m., V_2 de 20 volts, compartilhada com a malha 1 e de polaridade invertida a V_3 . Uma resistência a R_2 (2Ω) compartilhada com malha 1 e a resistência R_3 de 3Ω . Uma resistência R_4 (4Ω) compartilhada com a malha 3 e uma f.e.m. V_4 de 10 V também compartilhada com a malha 3 e de mesma polaridade de V_3 . Malha 3 – Uma f.e.m. de V_5 de 10 V, uma f.e.m. de V_4 de 10 V compartilhada com a malha 2 e de polaridade invertida em relação a V_5 , uma resistência R_4 de 4Ω compartilhada com a malha 2 e uma resistência R_5 de 5Ω); aplicar Lei Física (LKT) que a questão propõe e montar as equações do sistema ($V_1 - R_1 I_A - R_2(I_A - I_B) - V_2 = 0$; $V_2 + R_2 I_A - R_2 I_B - R_3 I_B - R_4 I_B + R_4 I_C - V_3 - V_4 = 0$ e $V_4 + R_4 I_B - R_4 I_C - R_5 I_C - 10 = 0$).

Busca-se testar os estudantes quanto ao conhecimento específico de Correntes de Malhas no curso de Eletroeletrônica, cujo propósito é a aplicação de Sistema Linear, seu conceito e sua resolução.

Quanto à categoria Resolução de Problemas, é solicitado aos estudantes a resolução do sistema de três equações e três incógnitas retiradas do circuito, cujo propósito é encontrar os valores das correntes I_A e I_B I_C por meio de um dos métodos de resolução: Escalonamento, Regra de Cramer ou Substituição. Nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização, procura-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos. Essa atividade completa encontra-se no “Apêndice” desta dissertação.

4.4.3.7 Sétima Atividade

Esta atividade “Informações Técnicas Necessárias de Circuito Puramente Resistivo – (LKT e LKC)” é diferente das demais. Trata-se de atividade prática aplicada no laboratório de Eletrônica, situado no setor tecnológico da Utramig, cujo propósito é montar um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, aplicar a Lei de Kirchhoff, resolver o sistema linear e comprovar os valores encontrados por meio de cálculos matemáticos. (Quadro 9).

Na elaboração dessa atividade, foi importante a colaboração da professora Lana Paula Riccota Nery³.

³ Professora Lana Paula Riccota Nery, professora da disciplina da área técnica da Utramig/BH e colega do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas.

A metodologia é a aplicação dos processos de solução de um problema de circuito Puramente Resistivo de duas malhas, que possibilita a montagem desse circuito; aplicação da Lei de Kirchhoff e a resolução do sistema de 2 equações a 2 incógnitas, comprovando os valores encontrados.

1) Componentes necessários para essa experimentação:

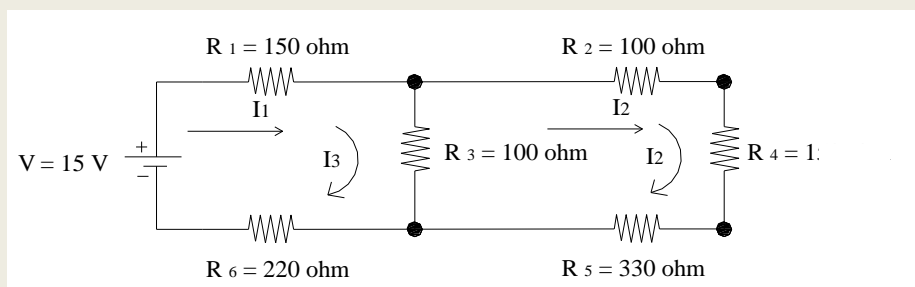
- 6 Resistores: 100 Ω ; 100 Ω ; 150 Ω ; 150 Ω ; 220 Ω e 330 Ω ;
- Multímetro;
- Fonte Variável;
- Protoboard (ou Matriz de Contatos);
- Cabos/Fios.

2) Prática:

Quadro 9 – Representação do Sétimo Problema

Questão 1 - Montagem:

- Utilizando o multímetro na escala de tensão, calibre a fonte de tensão para 15 V.
- Monte no Protoboard o circuito a seguir.



- Utilizando o multímetro na escala de tensão, meça as “quedas” de tensão ou d.d.p (diferença de potencial) sobre cada um dos resistores e preencha a tabela a seguir:
- Utilizando o multímetro na escala de corrente, meça a corrente que circula através de cada um dos resistores e preencha a tabela a seguir:

IMPORTANTE: Lembre-se de que, para efetuar uma medida de corrente, é necessário que o circuito seja interrompido no local onde se deseja efetuar a medida da corrente, e o amperímetro deve ser inserido em série ao circuito.

	TENSÃO SOBRE O RESISTOR V_R (Volt)	CORRENTE NO RESISTOR I_R (mA)
$R_1 = 150\ \Omega$	$V_{R1} =$	$I_{R1} =$
$R_2 = 100\ \Omega$	$V_{R2} =$	$I_{R2} =$
$R_3 = 100\ \Omega$	$V_{R3} =$	$I_{R3} =$
$R_4 = 150\ \Omega$	$V_{R4} =$	$I_{R4} =$
$R_5 = 220\ \Omega$	$V_{R5} =$	$I_{R5} =$
$R_6 = 330\ \Omega$	$V_{R6} =$	$I_{R6} =$

Questão 2 - Faça a leitura dos valores dos resistores, utilizando o código de cores. Utilizando o multímetro na escala de resistência, meça e anote estes valores, confirmando sua leitura.

IMPORTANTE: Não se esqueça da unidade de medida de resistência (Ω - ohm)

$R_1 =$ _____

$R_2 =$ _____

$R_3 =$ _____

$R_4 =$ _____

$R_5 =$ _____

$R_6 =$ _____

Fonte: Elaborado pela autora⁴

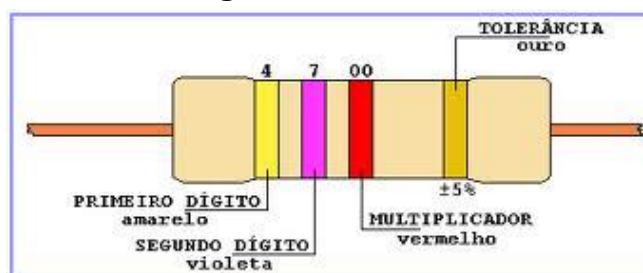
As demais questões se encontram no Apêndice desta dissertação.

3) Procedimento do Experimento

Para iniciar essa prática, os alunos retiraram os componentes e instrumentos necessários no almoxarifado da Instituição. Foram necessários resistores diversos, cuja designação da resistência ou valor nominal é apresentada por faixas coloridas (código de cores), obedecendo aos seguintes critérios:

- 1- saindo da extremidade da direita para esquerda, o primeiro e o segundo anel (as duas primeiras cores) formam um número com dois algarismos;
- 2- o terceiro anel (terceira cor) corresponde ao expoente da potência de dez que multiplica o número inicial;
- 3- o quarto anel (quarta cor) corresponde à tolerância que mostra, percentualmente, a faixa de valores em que pode variar a resistência do resistor. (Ver Figura 7).

Figura 7 – Resistor



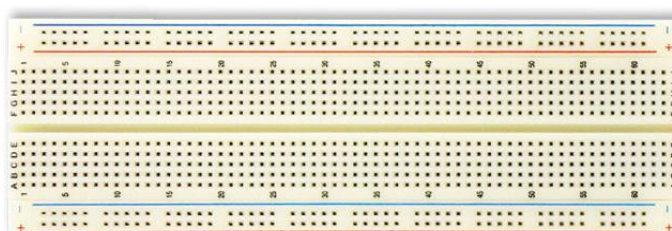
Fonte: KAKIMOTO, 2003.

Os demais materiais necessários para esse experimento foram:

4 Protoboard (Breadboard ou matriz de contatos)

Conforme Linares (2011), o protoboard é uma placa que permite interconectar dispositivos eletrônicos sem a necessidade de soldá-los. Assim, o protoboard é utilizado para o desenvolvimento de protótipos, sendo possível a experimentação de maneira fácil e ágil através da montagem e desmontagem de circuitos. A lógica de operação do protoboard é muito simples: trata-se de uma placa com pequenos furos, que se encontram conectados entre si em uma ordem coerente. A interligação é feita por linhas de molas que seguram e garantem o contacto eléctrico entre diversos componentes. Os esquemas de interligação no protoboard são mostrados na Figura 6 abaixo:

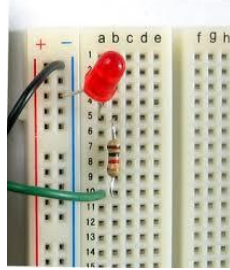
Figura 8 – Interligação no protoboard



Fonte: Autor desconhecido

Exemplo de Montagem de Circuito utilizando o protoboard:

Figura 9 – Montagem de Circuito no protoboard



Fonte: Autor desconhecido

5 Fonte de Alimentação Regulável

De acordo com Tonin e Cittolin (2009), Fontes de Alimentação são dispositivos que têm a mesma função que uma bateria – fornecer energia elétrica. A diferença é que a energia elétrica não fica armazenada em células de voltagem (como ocorre com pilhas e baterias), e sim extraída da rede elétrica.

Reis e outros (2011) mostram que uma fonte de alimentação é um aparelho ou dispositivo constituído por quatro blocos construtivos de componentes elétricos, como pode ser visto na Figura 10, e são:

- Transformador de tensão
- Circuito retificador
- Filtro
- Regulador de tensão

Figura 10 – Fonte de alimentação regulável



Fonte: Autor desconhecido

6 Multímetro

O multímetro é um instrumento de medição que agrega diversos medidores elétricos, tais como: voltímetro, amperímetro, wattímetro e ohmímetro. Alguns multímetros podem verificar a continuidade de circuitos, testar diodos e medir capacitâncias. Uma chave seletora define o valor máximo de medição e o tipo de grandeza elétrica, como, por exemplo, tensão e corrente contínuas ou alternadas. Pode ser analógico ou digital. Nesta atividade foi utilizado o multímetro digital.

Figura 11 – Multímetro digital



Fonte: Autor desconhecido

4) Funcionamento do Experimento

Para responder às questões da atividade-prática, os alunos iniciaram com a utilização do multímetro para confirmar os valores dos resistores, bem como sua funcionalidade. Em seguida, montaram o circuito utilizando *protoboard* e *resistores* e recorreram novamente ao multímetro para medir as tensões (Volts), resistores (V_{R1} , V_{R2} , V_{R3} , V_{R4} , V_{R5} e V_{R6}) e as correntes (Ampère) que circulam pelo circuito (I_{R1} , I_{R2} , I_{R3} , I_{R4} , I_{R5} e I_{R6}), valores estes a serem confirmados após a resolução do circuito de malhas. Após essas etapas, responderam às outras questões da atividade proposta, que estão presentes no “Apêndice” desta dissertação.

5 APLICAÇÃO E ANÁLISE

Os resultados descritos nesta seção representam as respostas obtidas dos alunos da primeira etapa do curso de Eletrônica do Ensino Técnico da Fundação de Educação para o Trabalho do Estado de Minas Gerais – Utramig. A disciplina Matemática está presente nas primeiras etapas dos cursos oferecidos com a finalidade de favorecer o aprendizado das outras matérias.

Com o objetivo de investigar como o ensino de Matemática é aplicado nos cursos de Eletroeletrônica e, utilizando a abordagem de Resolução de Problemas, foi elaborado um caderno com sete atividades aplicado em sala de aula. As questões apresentadas centram-se em conteúdo de sistema linear envolvendo resolução de problemas de fenômenos físicos.

O pressuposto que orientou este trabalho fundamentou-se na seguinte assertiva: “a aprendizagem na Resolução de Problema será eficaz se gerar no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, buscando questionar ao invés de receber somente respostas prontas e acabadas”.

A elaboração deste trabalho teve apoio do Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia para o Ensino de Matemática- GRUPIMEM, criado em 2010 pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - PUC Minas.

5.1 Análise de Erros

A análise de erros busca entender as causas das dificuldades e as formas de aproveitar os erros como ferramentas para aprendizagem. Por meio das dificuldades, é possível auxiliar os estudantes nas suas dúvidas e inquietações, abrindo um espaço mais amplo nas aulas expositivas, com mais desafios e problematizações.

Para analisar os erros nesta pesquisa, buscou-se entender as dificuldades dos alunos da primeira etapa do curso de Eletrônica ao executar as atividades propostas. Cury (2007) afirma em seu estudo que analisar as produções dos estudantes é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes. Acrescenta que essa análise é, ou deveria ser, um dos componentes

dos planos pedagógicos das instituições e dos planos de aula dos docentes, levando em conta os objetivos do ensino de cada disciplina.

A autora acrescenta, ainda, que

[...] na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou erro em si – são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem -, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem. (CURY, 2007, p. 63)

Cury (2007) afirma ainda que um texto matemático produzido por um aluno, a demonstração de um teorema, a solução de um problema ou a dissertação sobre determinado tópico podem ser analisados com base em procedimentos sistemáticos, para inferir conhecimentos sobre as formas com que aquele estudante construiu determinado saber matemático.

A interpretação dos dados, nesta dissertação, se embasa nas categorizações da Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (1979). A autora distingue três etapas da Análise de Conteúdo que podem ser subdivididas de acordo com as necessidades: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Na fase de tratamento de resultados, a etapa inserida é a descrição das categorias, que pode ser feita por meio de apresentação de tabela ou quadros, com indicação das distribuições de frequência das classes ou com aplicação de testes estatísticos sobre os dados.

Para analisar a resolução dos problemas foram categorizados os erros cometidos pelos alunos segundo as classes descritas abaixo, baseadas e adaptadas na classificação feita por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), citadas por Cury(2007).

- I) Uso errado dos dados: nesta classe são considerados os erros relacionados com discrepâncias entre os dados do problema e a forma como foram utilizados;
- II) Interpretação do enunciado - linguagem mal interpretada: esses erros relacionam-se à tradução incorreta dos itens de uma para outra linguagem;

- III) Inferência logicamente inválida: nesta classe, são incluídos os erros que se relacionam com raciocínios falsos, como por exemplo, tirar conclusões inválidas de um conjunto de dados do problema;
- IV) Conceitual - definição ou teorema distorcido: nesta categoria, são incluídos os erros que se relacionam a definições ou propriedades que não se aplicam na questão proposta ao aluno;
- V) Solução não verificada: neste caso, “cada passo dado pelo aluno avaliado está correto em si, mas o resultado final da forma como é apresentado, não é solução para o problema proposto; (MOVSHOVITZ-HADAR et al., 1987, p.12);
- VI) Erro operacional - erros técnicos: erro de cálculos;
- VII) Lei Física: erro ao aplicar Lei Física proposta.

5.1.1 Primeira Atividade

Essa atividade teve um caráter introdutório, com o propósito de resolver um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, revisando os conteúdos pedagógicos e o processo de resolução desse sistema. A sua duração foi de uma hora e trinta minutos com a participação de 14 alunos.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7.

A expectativa era de que os estudantes resolvessem o problema utilizando a construção do conhecimento, de acordo com as propostas defendidas por Polya (2006), Pozo (1998), Dante (1991) e Laudares (1987). Foram elaboradas onze questões, divididas em **categorias**: Interpretação do Enunciado, Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear, Resolução do Problema e Compatibilização.

A “Categorização significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns.” (LORENZATO et al., 2009, p. 134).

Na categoria de “**Interpretação do Enunciado**”, apenas duas duplas acertaram a questão, quatro duplas apresentaram respostas incompletas e uma dupla com resposta incorreta. A Tabela 1 a seguir apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Acerto Completo: os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema, denominado pela letra A.
- Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema ocultando alguns dados, denominado pela letra I.
- Erro: Os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão, denominado pela letra E.

Tabela 1- Interpretação do Enunciado

GRUPOS	ACERTO COMPLETO	ACERTO INCOMPLETO	ERRO
G1	X		
G2		X	
G3	X		
G4		X	
G5		X	
G6		X	
G7			X

Fonte: Dados da Pesquisa

As quatro duplas G2, G4, G5, G6 responderam de forma incompleta. A dupla G4 afirmou: “*Em uma loja de Eletrônica estava vendendo três tipos de marcas multímetros diferentes, em que cada uma delas possui seu determinado preço*”, deixou de acrescentar os dias vendidos.

A dupla G6 respondeu que: “*O problema fala de uma loja que vende produto elétrico, que é fabricado por três marcas diferentes: A, multímetro Brasford, B, multímetro EDA e C, multímetro Minipa. Fizeram um levantamento das vendas desses produtos. No 1º. Dia, a loja vendeu 2 unidades A, 1 da marca B e 1 marca C, teve um total de vendas de R\$ 150,00. No 2º. dia a marca A vendeu 4 unidades, 3 da marca B e marca C não foram vendidos. No 3º. dia não teve venda da marca A, mas teve da marca B, 5 e 3 da marca C*”. Na resposta apresentada, não foram mencionados os valores vendidos do 2º e 3º dias.

A dupla G5 afirmou: “O problema apresenta três produtos sendo representados por três incógnitas. Elas estão agrupadas em três situações que representam três equações lineares.” Faltou especificar os detalhes solicitados das situações do problema.

A dupla G2 escreveu: “O problema nos deu 3 dias e 3 produtos onde (A,B e C) são incógnitas onde a equação proposta é um sistema linear, onde queremos descobrir o valor de (A,B e C), para igualarmos os determinantes.” Essa dupla deixou de colocar qual o propósito do problema e apresentou a transposição de conceitos matemáticos para a questão proposta de forma confusa.

A dupla G7, que respondeu de forma incorreta, apresentou apenas a operação matemática que se deve aplicar na resolução do problema, não se preocupando em interpretar a ideia do que o problema propõe (como, por exemplo: “Sistema de equação do 1º. Grau com três variáveis.”)

A categoria “**Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear**” constou das seguintes questões: quais as incógnitas do problema; dados do problema; discriminação matemática do problema; montagem das equações e tipo do sistema linear, extraíndo os seguintes significados:

- a) incógnitas do problema – a incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema;
- b) dados do problema - identificar os dados que o problema propõe;
- c) discriminação matemática do problema – passar para a linguagem matemática as informações do problema;
- d) montagem das equações – montar as equações do problema formando assim o Sistema Linear;
- e) tipo do sistema linear – identificar a ordem do Sistema Linear, ou seja, se será de ordem 2 (duas equações e duas incógnitas) ou ordem 3 (três equações e três incógnitas).

Segue abaixo a Tabela 2 das questões catalogadas.

Tabela 2 - Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Identificação das Incógnitas do Problema			Dados do Problema			Discriminação Matemática do Problema			Montagem das Equações			Tipo do Sistema Linear			
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	
G1	X			X				X			X			X		
G2	X					X		X			X			X		
G3	X			X					X		X			X		
G4	X			X					X		X				X	
G5	X			X			X				X			X		
G6	X			X					X		X			X		
G7	X			X			X				X			X		

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Na questão Discriminação Matemática do Problema houve um desencontro acentuado entre as respostas dos grupos. A distorção pode ser explicada pela falta de entendimento, pelos alunos, do enunciado da questão apresentada.

A categoria de “**Resolução de Problemas**” se divide em 3 questões, sendo a questão 7 a seleção dos métodos que o aluno utilizará para a solução do problema; a questão 8, Resolução de Problemas pelo método que assinalou da questão anterior; e questão 9, a resolução desse sistema por um outro método diferente.

Segue a Tabela 3 das questões catalogadas e uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Seleção de Métodos de Sistema Linear – escolher um dos métodos existentes para a resolução do Sistema Linear;
- Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes;
- Outro método diferente de Sistema Linear – resolver o Sistema Linear diferente do que escolheu na questão anterior.

Tabela 3 - Resolução de Problemas

GRUPOS	Seleção de Métodos de Sist. Linear			Resolução do sistema linear			Outro método diferente de sistema linear		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			X		
G2	X			X					X
G3	X			X					X
G4	X					X			X
G5	X			X			X		
G6	X			X					X
G7	X			X					X

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Quanto à “Resolução de Problemas”, a dupla G2 definiu o método de escalonamento e efetuou a resolução desse método do sistema acertadamente. A dupla G3 fez também a escolha do método de escalonamento, resolvendo adequadamente e não sabendo resolver pelo outro método. Também o grupo G6 escolheu escalonamento e conseguiu resolver corretamente o sistema, mas também não soube resolver por outro método.

A dupla G7 escolheu o método escalonamento e conseguiu resolver adequadamente o sistema linear, deixando de responder a questão referente a outro método de resolução do sistema. A dupla G4 apontou erro de cálculo na resolução do sistema linear pelo processo de substituição.

Quanto à “**Compatibilização**”, foram observadas as repostas dos alunos referentes às duas questões desta categoria. Os alunos tiveram dificuldades no entendimento do enunciado da questão 10 do problema, embora tenha havido uma explicação verbal do aplicador.

Conforme as entrevistas de pós-atividades realizadas, os grupos G1 e G5 disseram: “*Dificuldade para assimilar uma resposta para a questão*” e “*Houve dificuldade na interpretação da pergunta.*”

Segue a Tabela 4 das questões catalogadas. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- a) Compatibilização – examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto;

- b) Dados e solução são compatíveis – os resultados encontrados são compatíveis com os dados do problema.

Tabela 4 - Compatibilização

GRUPOS	Confrontação dos Dados			Dados e solução são compatíveis		
	A	I	E	A	I	E
G1	X			X		
G2			X			X
G3		X		X		
G4			X			X
G5		X		X		
G6		X		X		
G7	-	-	-	-	-	-

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A dupla G7 não soube compatibilizar os resultados e, conseqüentemente, não soube responder se os dados e as soluções foram compatíveis. As duplas G3, G5 e G6, responderam compatibilização de forma incompleta. Verificaram a solução dos valores das incógnitas apenas na primeira equação do sistema linear. Não se preocuparam em substituir nas outras equações.

A dupla G4 respondeu equivocadamente as questões dessa categoria.

Afirmou em referência à questão 10: “A solução obtida de A, B e C não condiz com a resposta do problema, pois ao tirar a prova, os resultados estão dando diferentes ao das respostas da questão.” Respondeu, na questão 11, que os dados não são compatíveis. A dupla utilizou o método de substituição do sistema linear encontrando os valores $A = 40$, $B = 50$ e $C = 10$, apresentando erro de cálculo. A dupla G7 não respondeu nenhuma das duas questões desta categoria.

A dupla G2 demonstrou não conhecimento de sistema linear, respondendo de forma vaga a questão referente à compatibilização e respondeu também que os dados e a solução não são compatíveis. Observa-se que essa dupla efetuou adequadamente o sistema pelo método de escalonamento. De forma não esperada, resolveu pelo método de Regra de Cramer, não coincidindo com os resultados encontrados pelo método de escalonamento.

Nessa atividade, como síntese parcial, o que mais ressalta é a falta de entendimento do enunciado da questão, bem como a falta de conhecimento do método de resolução do Sistema Linear e interpretação conceitual.

5.1.2 Segunda Atividade

Essa atividade trata da aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em Circuito de Duas Malhas, visto na primeira etapa no curso de Eletroeletrônica. A sua execução teve duração de uma hora e trinta minutos, com a participação de 18 alunos.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7, G8 e G9.

No início da atividade, os alunos colocaram suas inseguranças em relação à análise de malhas. O propósito era de que os estudantes resolvessem o problema de Circuito de Malhas utilizando seus conhecimentos matemáticos.

Foram elaboradas onze questões, divididas em categorias: Interpretação do Enunciado, Modelo Matemático, Resolução do Problema e Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Na categoria de “**Interpretação do Enunciado**”, 5 duplas acertaram a questão, uma dupla apresentou resposta incompleta e 2 duplas com resposta incorreta.

A Tabela 5 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Acerto Completo: os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema, denominada pela letra A.
- Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema ocultando alguns dados relevantes, denominada pela letra I.
- Erro: os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão, denominada pela letra E.

Tabela 5 - Interpretação do Enunciado

GRUPOS	ACERTO COMPLETO	ACERTO INCOMPLETO	ERRO
G1		X	
G2	X		
G3	X		
G4	X		
G5			X
G6	X		
G7	-	-	-
G8	X		
G9			X

Fonte: Dados da Pesquisa

A dupla G1 respondeu de forma incompleta escrevendo da seguinte maneira: “A lei de Kirchhoff diz que a soma das tensões que elevam o potencial em uma malha é igual à soma das tensões que causam queda de potencial nesta mesma malha.” Essa dupla falou no entendimento da lei física que se aplica no circuito proposto sem expressar o que o problema propõe. A dupla G5 errou a questão, demonstrando falta de atenção na leitura do enunciado. A dupla G9 não expressou corretamente o enunciado do problema, equivocando-se no entendimento da Lei Física que a questão propõe.

A categoria “**Modelo Matemático**” constou das seguintes questões: as incógnitas do problema; dados do problema; análise do diagrama de acordo com os dados do problema; lei física que se deve aplicar para a resolução do problema e Montagem das equações do sistema do problema, extraíndo os seguintes significados:

- Incógnitas do problema – a incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para solução de um problema;
- Dados do problema - identificar os dados que o problema propõe;
- Análise do diagrama de acordo com os dados dos problemas – detalhar o diagrama proposto do problema;
- Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema – dizer qual a Lei Física se deverá aplicar para essa questão;
- Monte as equações do sistema do problema – montar o sistema linear que o problema propõe.

A Tabela 6 apresenta uma síntese dos resultados obtidos.

Tabela 6 - Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Identificação das Incógnitas do Problema			Dados do Problema			Análise do Diagrama Problema			Lei Física			Monte as equações do sistema do problema		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			-	-	-			X	X		
G2	X			X				X				X	-	-	-
G3	X			X			X					X			X
G4	X					X			X	X			X		
G5			X	X			X			X			X		
G6	X					X		X				X			X
G7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G8	X					X	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G9	X			X					X	X					X

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Quanto ao item Incógnitas do Problema, todas as duplas apresentaram respostas corretas, exceto a dupla G5, que acrescentou à questão os dados fornecidos pelo problema.

O erro comum a todas que responderam erroneamente foi a inclusão das correntes nos dados do problema.

Observou-se que a resposta da dupla G2 deixou de notificar os sentidos das correntes que o diagrama apresenta. As duplas G4 e G9 apresentaram erro ao responder a questão, demonstrando má interpretação da questão e desconhecimento do assunto proposto.

A categoria de **“Resolução de Problemas”** se divide em 2 questões, sendo a questão 7 a Seleção do Método do Sistema que o aluno utilizará para a solução do problema e a questão 8, Resolução pelo Método do Sistema assinalado na questão anterior.

A Tabela 7 apresenta uma síntese dos resultados encontrados. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- a) Seleção de Métodos de Sistema Linear – escolher um dos métodos existentes na resolução do Sistema Linear;

- b) Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes.

Tabela 7 - Resolução de Problemas

GRUPOS	Seleção de Métodos de Sist. Linear			Resolução do sistema linear		
	A	I	E	A	I	E
G1	X					X
G2	-	-	-	-	-	-
G3	X				X	
G4	X					X
G5	X					X
G6	X					X
G7	-	-	-	-	-	-
G8	-	-	-	-	-	-
G9	X					X

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A dupla G3 conseguiu chegar ao resultado da corrente I_1 , mas não conseguiu encontrar a corrente I_2 , demonstrando erro de cálculo.

A categoria “**Compatibilização**” apresenta as seguintes questões: Como você compatibilizaria ou compararia sua solução? Quais são os dados encontrados do problema? Os dados e a solução são compatíveis? Quais são os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados?

A Tabela 8 apresenta uma síntese dos resultados encontrados. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Compatibilização – examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto;
- Dados e solução são compatíveis – os resultados encontrados são compatíveis com os dados do problema;
- Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados – dizer se as correntes encontradas no circuito estão circulando no sentido horário ou anti-horário.

Tabela 8 - Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema

GRUPOS	Compatibilização, isto é, comparação da solução obtida com os dados do problema			Dados e solução são compatíveis			Sentido das Correntes		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G3	-	X	-	X	-	-	X	-	-
G4	-	X	-	-	-	X	-	-	X
G5	-	-	X	-	-	X	-	-	X
G6	-	-	X	-	-	X	-	-	X
G7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G8	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G9	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

As duplas G3 e G4 responderam de forma incompleta e G5 e G6 responderam erroneamente. Observa-se que a dupla G3 substituiu os valores encontrados da solução do Sistema Linear apenas na primeira equação, considerando satisfatória o retrospecto da solução obtida. A dupla G4 escreveu a seguinte resposta: *“Pegando a resposta encontrada e substituindo na equação.”* Essa dupla não se preocupou em demonstrar matematicamente a substituição dos valores encontrados em todas as equações para se obter a veracidade da solução obtida. As duplas G5 e G6 responderam de forma “mecanizada”, ou seja, sem entender o significado que a questão propõe.

Quanto à questão Dados e Solução, apenas a dupla G3 respondeu corretamente e as duplas G4, G5 e G6 responderam erroneamente, sem se preocupar com a coerência que essas questões apresentam. Quanto ao quesito Sentido das Correntes, apenas a dupla G3 respondeu corretamente. As duplas G4, G5 e G6 apresentaram respostas equivocadas, demonstrando desconhecimento dos sentidos das correntes que a questão propõe.

Em suma, nessa atividade, os erros mais constantes foram: falta de entendimento do enunciado que a questão solicita; falta de conhecimento Matemático de Sistema Linear quanto à sua resolução; desconhecimento da aplicação da Lei Física do Circuito.

5.1.3 Terceira Atividade

Essa atividade trata da aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de Três equações e Três incógnitas em Circuito de Três Malhas, visto na primeira etapa no curso de Eletroeletrônica. A sua execução teve duração de uma hora e vinte minutos, com a participação de 16 alunos.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7, G8.

O propósito dessa atividade era de que os estudantes resolvessem o problema de Circuito de Malhas aplicando os seus conhecimentos matemáticos. Foram elaboradas onze questões, divididas em categorias: Interpretação do Enunciado, Modelo Matemático, Resolução do Problema, Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Na categoria de “**Interpretação do Enunciado**”, quatro duplas acertaram a questão, duas duplas apresentaram respostas incompletas e duas duplas respostas incorretas. A Tabela 9 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- a) Acerto Completo: os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema, denominada pela letra A;
- b) Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema ocultando alguns dados relevantes, denominada pela letra I;
- c) Erro: Os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão, denominada pela letra E.

Tabela 9 - Interpretação do Enunciado

GRUPOS	ACERTO COMPLETO	ACERTO INCOMPLETO	ERRO
G1	X		
G2			X
G3	X		
G4			X
G5	X		
G6	X		
G7			X
G8			X

Fonte: Dados da Pesquisa

O erro mais frequente, nessa categoria, foi a não interpretação que a questão propõe, como mostra a fala da dupla G4: “O problema nos mostra que o sentido das correntes I_1 , I_2 e I_3 nas malhas 1, 2 e 3 estão no sentido horário.” Essa dupla não especificou as outras informações tais como, as fontes e resistores.

A categoria “**Modelo Matemático**” constou das seguintes questões:

Quais são as incógnitas do problema? Quais são os dados do problema? Como fazer a análise do diagrama de acordo com os dados do problema? Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema? E como montar as equações do sistema do problema? Foram extraídos os seguintes significados:

- Incógnitas do problema – a incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema;
- Dados do problema - identificar os dados que o problema propõe;
- Análise do diagrama de acordo com os dados dos problemas – detalhar o diagrama proposto do problema;
- Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema – dizer qual a Lei Física se deverá aplicar para essa questão;
- Monte as equações do sistema do problema – montar o sistema linear que o problema propõe.

A Tabela 10 apresenta uma síntese dos resultados encontrados.

Tabela 10 - Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Identificação das Incógnitas do Problema			Dados do Problema			Análise do Diagrama Problema			Lei Física			Monte as equações do sistema do problema		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			X	X		X			X		
G2			X		X		X			X					X
G3	X			X			X			X			X		
G4	X			X				X		X					X
G5	X			X			X			X					X
G6	X			X			X					X	X		
G7	X			X			X			X			X		
G8			X	X			-	-	-			X			X

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Na Análise do Diagrama do Problema, somente as duplas G1 e G4 responderam a questão de forma incompleta. A dupla G4 respondeu de forma sucinta a questão proposta: “No problema, além de conter os dados obtidos, que são as tensões, os resistores, também contém o sentido das correntes e o sentido das tensões.” Eles deixaram de especificar o número de malhas do circuito, quantidade de tensões e de resistores e não colocaram o que o problema pede.

Quanto à aplicação da Lei Física do problema, as duplas: G1, G2, G3, G4, G5 e G7 responderam corretamente, exceto G6 e G8. E na Montagem das Equações do Sistema apenas G1, G3, G6 e G7 conseguiram dar respostas corretas. As duplas G2, G4, G5 e G8 erraram o cálculo, demonstrando dificuldades em extrair as equações do Circuito de Malhas.

A categoria de “**Resolução de Problemas**” se divide em 2 questões, sendo a questão 7 a Seleção do Método do Sistema que o aluno utilizará para a solução do problema, e a questão 8, Resolução pelo Método do Sistema assinalada na questão anterior.

A Tabela 11 apresenta uma síntese dos resultados encontrados. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Seleção de Métodos de Sistema Linear – escolher um dos métodos existentes na resolução do Sistema Linear;
- Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes.

Tabela 11 - Resolução de Problemas

GRUPOS	Seleção de Métodos de Sist. Linear			Resolução do sistema linear		
	A	I	E	A	I	E
G1	X			X		
G2	X					X
G3	X			-	-	-
G4	X					X
G5	X					X
G6	X					X
G7	X					X
G8	X			-	-	-

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Na questão de Seleção de Métodos do Sistema Linear, todas as duplas acertaram. E na questão posterior, Resolução de Problemas, apenas a dupla G1 acertou e as demais responderam de forma errônea. O erro mais relevante foi o de cálculo por não terem montado adequadamente as equações.

A categoria “**Compatibilização**” apresenta as seguintes questões: Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução? Quais são os dados encontrados do problema? Os dados e a solução são compatíveis? E quais são os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados?

A Tabela 12 apresenta uma síntese dos resultados encontrados. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Compatibilização – examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto;
- Dados e solução são compatíveis – os resultados encontrados são compatíveis com os dados do problema;
- Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados – dizer se as correntes encontradas no circuito estão circulando no sentido horário ou anti-horário.

Tabela 12 - Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema

GRUPOS	Compatibilização, isto é, comparação da solução obtida com os dados do problema			Dados e solução são compatíveis			Sentido das Correntes		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			X		
G2			X			X			X
G3	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G4	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G5			X			X			X
G6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G8	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Os alunos que responderam a primeira questão da categoria de Compatibilização, apenas G1 acertou e G2 e G5 responderam equivocadamente, como demonstra a fala da dupla G2: *“Eu substituiria ele em cada um dos resistores”*, percebe-se o desconhecimento das equações de malhas. Quanto às questões dessa Categoria, Dados e Solução são Compatíveis e Sentido das Correntes, a dupla G1 respondeu adequadamente e as duplas G2 e G5 erroneamente.

Em suma, nessa atividade os erros presentes foram: falta de entendimento do enunciado que a questão solicita; desconhecimento da aplicação da Lei Física do Circuito; extrair as equações do Diagrama do Circuito e, conseqüentemente, erro de cálculo na Resolução da Questão.

5.1.4 Quarta Atividade

Essa atividade trata da aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de Duas equações e Duas incógnitas em Circuito de Corrente Contínua e Malha, visto na primeira etapa no curso de Eletroeletrônica. A sua execução teve duração de uma hora e vinte e cinco minutos, com a participação de 10 alunos.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados os grupos: G1, G2, G3, G4, G5.

O propósito dessa atividade era a resolução do problema de Circuito de Malhas, tendo por base a utilização do conhecimento matemático dos participantes. Foram elaboradas onze questões, divididas em categorias: Interpretação do Enunciado, Modelo Matemático, Resolução do Problema, Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Na categoria de “**Interpretação do Enunciado**”, as duplas: G1, G2, G3, G4, acertaram, exceto a dupla G5 que respondeu de forma incompleta. A Tabela 13 abaixo apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Acerto Completo: os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema, denominada pela letra A;
- Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema ocultando alguns dados relevantes, denominada pela letra I.
- Erro: Os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão, denominada pela letra E.

Tabela 13 - Interpretação do Enunciado

GRUPOS	ACERTO COMPLETO	ACERTO INCOMPLETO	ERRO
G1	X		
G2	X		
G3	X		
G4	X		
G5		X	

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A dupla G5 respondeu de forma incompleta porque não explicitou os dados das resistências internas dos fios.

A categoria “**Modelo Matemático**” constou das seguintes questões: Quais as incógnitas do problema? Quais são os dados do problema? Como fazer a análise do diagrama de acordo com os dados do problema? Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema? E como montar as equações do sistema do problema? Foram extraídos os seguintes significados:

- Incógnitas do problema – a incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema;
- Dados do problema - identificar os dados que o problema propõe.
- Análise do diagrama de acordo com os dados dos problemas – detalhar o diagrama proposto do problema;
- Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema – dizer qual a Lei Física se deverá aplicar para essa questão;
- Montagem das equações do sistema do problema – montar o sistema linear que o problema propõe.

A Tabela 14 apresenta uma síntese dos resultados encontrados.

Tabela14 - Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Identificação das Incógnitas do Problema			Dados do Problema			Análise do Diagrama Problema			Lei Física			Monte as equações do sistema do problema		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X				X		X					X
G2	X					X			X	X					X
G3	X				X			X		X					X
G4	X			X			X			X				X	
G5		X		X			X			X					X

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A categoria de “**Resolução de Problemas**” se divide em 2 questões, sendo a questão 7 a Seleção do Método do Sistema que o aluno utilizará para a solução do problema e a questão 8, Resolução pelo Método do Sistema que assinalou da questão anterior.

A Tabela 15 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado do conceito utilizado pode ser assim explicitado:

- Seleção de Métodos de Sistema Linear – escolher um dos métodos existentes na resolução do Sistema Linear;
- Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes.

Tabela 15 - Resolução de Problemas

GRUPOS	Seleção de Métodos de Sist. Linear			Resolução do sistema linear		
	A	I	E	A	I	E
G1	X			X		
G2			X			X
G3			X			X
G4	X			X		
G5			X			X

Fonte: Dados da Pesquisa
A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Erro mais relevante foi o de cálculo: as duplas não montaram adequadamente as equações do sistema.

A categoria “**Compatibilização**” apresenta as seguintes questões: Como você compatibilizaria (ou compararia) sua solução com os dados encontrados do problema? Os dados e a solução são compatíveis? Quais os Sentidos das Correntes que percorrem o Circuito a partir dos valores calculados?

A Tabela 16 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado do conceito utilizado pode ser assim explicitado:

- Compatibilização – examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto;
- Dados e solução são compatíveis – os resultados encontrados são compatíveis com os dados do problema;
- Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados – dizer se as correntes encontradas no circuito estão circulando no sentido horário ou anti-horário.

Tabela 16 Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução do Problema

GRUPOS	Compatibilização, isto é, comparação da solução obtida com os dados do problema			Dados e solução são compatíveis.			Sentido das Correntes		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1			X			X			X
G2		X				X			X
G3			X			X			X
G4			X	X					X
G5			X			X			X

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Nesta categoria, nenhuma das duplas acertou a primeira questão. A dupla G2 respondeu de maneira incompleta, como mostra sua fala “*substituindo os valores encontrados*”, não demonstrando a substituição desses valores matematicamente.

Quanto à última questão dessa categoria, todas as duplas erraram. Um dos tipos de erro está representado na fala da dupla G4: “*O sentido das correntes é o oposto ao que está representado no diagrama.*” Essa dupla não associou os valores encontrados positivos das correntes com o sentido horário das correntes no diagrama do circuito, demonstrando, portanto, desconhecimento do assunto.

Em suma, nessa atividade, os erros presentes foram: dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito, erro de cálculo na Resolução da Questão. Na questão da Análise do Diagrama do Problema, os alunos demonstraram falta de entendimento do enunciado que a questão solicita e o não raciocínio físico da questão.

5.1.5 Quinta Atividade

Essa atividade trata da aplicação de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em Circuito de Duas Malhas, visto na primeira etapa no curso de Eletroeletrônica. A sua execução teve duração de uma hora, com a participação de 12 alunos.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados os grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G6.

O propósito dessa atividade era de que os estudantes resolvessem o problema de Circuito de Malhas utilizando a construção do conhecimento matemático.

Foram elaboradas nove questões, divididas em categorias: Interpretação do Enunciado, Modelo Matemático, Resolução do Problema, Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Na categoria de “**Interpretação do Enunciado**”, todas as duplas acertaram, exceto a dupla G6, que respondeu de forma incompleta. A Tabela 17 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Acerto Completo: os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema, denominada pela letra A;
- Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema, ocultando alguns dados relevantes, denominada pela letra I;
- Erro: Os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão, denominada pela letra E

Tabela 17 - Interpretação do Enunciado

GRUPOS	ACERTO COMPLETO	ACERTO INCOMPLETO	ERRO
G1	X		
G2	X		
G3	X		
G4	X		
G5	X		
G6		X	

Fonte: Dados da Pesquisa

A dupla G6 respondeu de forma incompleta porque não explicitou o enunciado que o problema propõe, preocupando apenas com a Lei Física que deveria empregar para a sua resolução.

A categoria “**Modelo Matemático**” constou das seguintes questões 2,3,4,5,6,7 que seguem, respectivamente: quais as incógnitas do problema; dados

do problema; análise do diagrama de acordo com os dados do problema; que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema ; monte as equações do sistema do problema; e a última questão que pede a comprovação da resolução utilizando um dos métodos do Sistema Linear Homogêneo. Foram extraídos os seguintes significados:

- Incógnitas do problema – a incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema;
- Dados do problema - identificar os dados que o problema propõe;
- Análise do diagrama de acordo com os dados dos problemas – detalhar o diagrama proposto do problema;
- Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema – dizer qual a Lei Física se deverá aplicar para essa questão;
- Monte as equações do sistema do problema – montar o sistema linear que o problema propõe;
- Verifique que o sistema de equações é homogêneo, como é possível e determinado suas soluções são nulas. Comprove utilizando um método de resolução – fazer opção por qual dos métodos: Adição, Subtração ou Comparação se deve usar para a resolução do problema.

A Tabela 18 apresenta uma síntese da questão catalogada.

Tabela 18- Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Identificação das Incógnitas do Problema			Dados do Problema			Análise do Diagrama Problema			Lei Física			Monte as equações do sistema do problema			Verificação do Sistema ser homogêneo através do método de resolução		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X				X		X			X			X		
G2			X	X			-	-	-	X			X			X		
G3	X			X			X			X					X			X
G4	X			X			X			X					X			X
G5	X			X				X		X			X			X		
G6			X			X			X	X					X	X		

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A categoria de “**Resolução de Problemas**” apresenta uma questão que pede ao aluno para resolver o sistema do problema.

A Tabela 19 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado do conceito utilizado pode ser assim explicitado:

- Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes da questão anterior.

Tabela 19- Resolução de Problemas

GRUPOS	Resolução do sistema linear		
	A	I	E
G1	X		
G2			X
G3	-	-	-
G4	X		
G5	X		
G6			X

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Os grupos G2 e G6 tiveram erros de cálculo matemático.

A categoria “**Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema**” apresenta a seguinte questão: Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados.

A Tabela 20 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado do conceito utilizado pode ser assim explicitado:

- Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados - calcular as correntes para depois dizer se existem correntes percorrendo no circuito, caso afirmativo, se elas estão no sentido horário ou anti-horário.

Tabela 20 - Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema

GRUPOS	Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados. Explique.		
	A	I	E
G1	X		
G2	-	-	-
G3	-	-	-
G4	X		
G5	X		
G6			X

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Nessa atividade, os erros mais relevantes foram: dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito e erro de cálculo na Resolução da Questão. Na questão da Análise do Diagrama do Problema, os alunos demonstraram falta de entendimento do enunciado que a questão solicita e o não raciocínio dos fenômenos físico da questão.

5.1.6 Sexta Atividade

Essa atividade trata da aplicação de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de Três equações e Três incógnitas em Circuito de Três Malhas, visto na primeira etapa no curso de Eletroeletrônica. A sua execução teve duração de uma hora e 10 minutos, com a participação de 14 alunos.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7.

O propósito dessa atividade era de que os estudantes resolvessem o problema de Circuito de Malhas utilizando a construção do conhecimento matemático. Foram elaboradas nove questões, divididas em categorias: Interpretação do Enunciado, Modelo Matemático, Resolução do Problema, Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Na categoria de “**Interpretação do Enunciado**”, as duplas G1, G2, G3 e G5 acertaram, sendo que as duplas G6 e G7 responderam de forma incompleta e G4

contestou erroneamente. A Tabela 21 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Acerto Completo: os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema, denominada pela letra A;
- Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema, ocultando alguns dados relevantes, denominada pela letra I;
- Erro: os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão, denominada pela letra E.

Tabela 21 - Interpretação do Enunciado

GRUPOS	ACERTO COMPLETO	ACERTO INCOMPLETO	ERRO
G1	X		
G2	X		
G3	X		
G4			X
G5	X		
G6		X	
G7		X	

Fonte: Dados da Pesquisa

A dupla G4 não soube responder adequadamente, demonstrando dificuldades na interpretação do enunciado, como mostra sua fala: “*O problema é um circuito com três malhas em que tem que achar as correntes e as tensões em cada resistor.*”

A categoria “**Modelo Matemático**” constou das seguintes questões: Quais as incógnitas do problema? Quais os dados do problema? Analise o diagrama de acordo com os dados do problema. Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema? Monte as equações do sistema do problema. Verifique que o Sistema de equações é homogêneo: como é possível e determine suas soluções são nulas. Comprove, utilizando um método de resolução.

Foram extraídos os seguintes significados:

- Incógnitas do problema – a incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema;
- Dados do problema - identificar os dados que o problema propõe;

- c) Análise do diagrama de acordo com os dados dos problemas – detalhar o diagrama proposto do problema;
- d) Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema – dizer qual Lei Física se deverá aplicar para essa questão;
- e) Monte as equações do sistema do problema – montar o sistema linear que o problema propõe;
- f) Verifique que o sistema de equações é homogêneo, como é possível e determinado suas soluções são nulas. Comprove utilizando um método de resolução – fazer opção por qual dos métodos (Escalonamento, Regra de Cramer e Substituição) se deve usar para a resolução do problema.

A Tabela 22 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado dos conceitos utilizados pode ser assim explicitado:

Tabela 22 - Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Identificação das Incógnitas do Problema			Dados do Problema			Análise do Diagrama Problema			Lei Física			Monte as equações do sistema do problema			Verificação do Sistema ser homogêneo através do método de resolução		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			X	X		X			X			X		
G2			X	X			X			X					X	X		
G3	X			X			X			X			X			X		
G4			X	X			X	X		X					X	X		
G5	X			X			X			X			X			X		
G6			X			X	-	-	-	X					X	X		
G7			X			X	X			X			X			X		

Fonte: Dados da Pesquisa – A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A categoria de “**Resolução de Problemas**” apresenta apenas 1 questão que pede ao aluno para resolver o sistema do problema.

A Tabela 23 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado do conceito utilizado pode ser assim explicitado:

- Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes da questão anterior.

Tabela 23 - Resolução de Problemas

GRUPOS	Resolução do sistema linear		
	A	I	E
G1	X		
G2			X
G3			X
G4			X
G5	X		
G6			X
G7	X		

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Nessa questão de Resolução de Problemas, as duplas G1, G5 e G7 acertaram, sendo que G2, G3, G4 e G6 tiveram erro nos cálculos matemáticos.

A categoria “**Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema**”, apresenta a seguinte questão: interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados.

A Tabela 24 apresenta uma síntese da questão catalogada. O significado do conceito utilizado pode ser assim explicitado:

- Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados - calcular as correntes para depois dizer se existem correntes percorrendo no circuito, caso afirmativo, se elas estão no sentido horário ou anti-horário

Tabela 24 - Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema

GRUPOS	Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados. Explique.		
	A	I	E
G1		X	
G2			X
G3	-	-	-
G4			X
G5	X		
G6			X
G7			X

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Destaca-se a resposta da dupla G7: “*Dando a volta na malha o sinal das incógnitas sendo negativo, no sistema linear será positivo.*” Essa dupla demonstrou desconhecimento do assunto e falta de raciocínio lógico, porque, mesmo tendo encontrado as correntes nulas, não soube associar a não circulação das correntes no circuito dado. Observa-se que os erros mais presentes foram: falta de entendimento do enunciado que a questão solicita e dificuldades ao extrair as equações.

Em suma, nessa atividade os erros mais relevantes foram: dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito e erro de cálculo na Resolução da Questão. Na questão da Análise do Diagrama do Problema, os alunos demonstraram falta de entendimento do enunciado que a questão solicita e o não raciocínio físico da questão.

5.1.7 Sétima Atividade

Essa atividade trata de uma prática diferente das demais. Consiste na montagem de um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, com o propósito da aplicação da Lei de Kirchhoff, resolução do sistema linear e a comprovação dos valores encontrados. A sua execução teve duração de 1 hora e 30 minutos, com a participação de 11 alunos e com a colaboração da professora Lana Paula Nery, de disciplinas da área técnica.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se dispuseram em cinco duplas e um aluno respondendo individualmente, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles. Dessa forma, foram criados os grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G6.

O propósito dessa atividade era de que os estudantes fizessem um experimento no laboratório situado no setor tecnológico da Utramig na resolução de um problema de Circuito de Malhas utilizando leitura das medições das tensões, resistências e correntes através dos equipamentos, tais como, Multímetro, Protoboard.

Essa atividade foi dividida em duas partes:

1º Prática - distribuída em duas questões;

2º Parte dividida por categorias e composta por oito questões: Modelo Matemático, Resolução do Problema, Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Inicialmente, na primeira questão, os alunos montaram os equipamentos: seis resistores, multímetro, fonte variável, Protoboard e cabos/ fios. Em seguida, fizeram as medições das tensões e das correntes, podendo considerar valores aproximados devido aos ajustes das fontes de tensão que podem não ser muito precisos.

Na segunda questão, os alunos fizeram leitura dos valores dos resistores, utilizando códigos de cores através do Multímetro.

As questões da segunda parte foram divididas em categorias: Medição dos valores das tensões, correntes e resistores, Modelo Matemático, Resolução de Problemas, Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema.

Na categoria de “**Medição dos valores das tensões, correntes e resistores**”, a dupla G1 acertou todas as questões desta categoria. Já as duplas G2, G3, G4, G5 e G6, responderam de forma incompleta as leituras dos valores de tensões e correntes, cometendo alguns erros na operação com o multímetro. A segunda leitura referente aos resistores, G1, G2 e G4 fizeram corretamente, G5 e G6 de forma incompleta e G3 respondeu erroneamente, demonstrando erro no manuseio com o multímetro. A Tabela 25 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Acerto Completo: os alunos fizeram a leitura dos equipamentos de forma correta, denominada pela letra A.
- Acerto Incompleto: os alunos não conseguiram fazer a leitura dos equipamentos de forma completa, denominada pela letra I.
- Erro: Os alunos erraram na leitura dos equipamentos, denominada pela letra E.

Tabela 25 - Medição dos valores das tensões, correntes e resistores

GRUPOS	Medição dos valores das Tensões e correntes			Medição dos Resistores		
	A	I	E	A	I	E
G1	X			X		
G2		X		X		
G3		X				X
G4		X		X		
G5		X			X	
G6		X			X	

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A categoria “**Modelo Matemático**” constou das seguintes questões, 3 e 4, que seguem respectivamente: Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema; e Monte as equações do sistema do problema.

A Tabela 26 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema – dizer qual Lei Física se deverá aplicar para essa questão;
- Monte as equações do sistema do problema – montar o sistema linear que o problema propõe.

Tabela 26 - Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear

GRUPOS	Lei Física			Montagem das equações		
	A	I	E	A	I	E
G1	X			X		
G2	X					X
G3	X			X		
G4	X					X
G5	X					X
G6	X					X

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Nesta categoria, todas as duplas acertaram na aplicação da Lei Física do enunciado da questão proposta. Quanto à montagem das equações, as duplas G1 e G3 fizeram corretamente, mas as demais se equivocaram ao montar as equações, cometendo erro de cálculo.

A categoria de “**Resolução de Problemas**” se divide em 3 questões que pedem ao aluno: selecionar método de resolução do sistema do problema; resolver o problema; e calcular os valores das tensões e correntes que circulam através dos resistores LKT ou LKC.

A Tabela 27 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Selecionar o método de resolução do problema – o aluno deverá escolher um dos métodos existentes do sistema linear que a questão propõe;
- Resolução do Sistema Linear – resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes da questão anterior;
- Calcular os valores das tensões e correntes que circulam através dos resistores LKT ou LKC – o aluno deverá calcular os valores existentes das tensões e correntes que a questão propõe.

Tabela 27- Resolução de Problemas

GRUPOS	Selecione o método de resolução do problema			Resolva o Sistema			Calcule os valores das tensões e correntes que circulam através dos resistores LKT ou LKC		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			-	-	-
G2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G3	X					X			X
G4	X					X			X
G5	X					X			X
G6	X					X			X

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

A primeira questão desta categoria, todas as duplas acertaram, exceto G2 que não respondeu nenhuma das questões. Quanto à questão da resolução de problemas, apenas G1 resolveu bem a questão e as demais não fizeram corretamente, cometendo erro de cálculo e a última questão ninguém soube responder.

A categoria “**Interpretação /Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema**” é dividida em três questões, sendo a primeira: Como você

compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema? A seguinte questão: Os dados e a solução foram compatíveis? E a última questão: Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados?

A Tabela 28 apresenta uma síntese do resultado obtido. Os significados dos conceitos utilizados podem ser assim explicitados:

- Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema - examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto;
- Os dados e a solução foram compatíveis: é necessário que os alunos respondam se foi afirmativo ou não a comprovação dos valores obtidos com a solução do problema;
- Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados - calcular as correntes para depois dizer se existem correntes percorrendo no circuito; caso afirmativo, se elas estão no sentido horário ou anti-horário.

Tabela 28 - Interpretação/Compatibilização e Retrospecto da Resolução do Problema

GRUPOS	Compatibilização			Os dados e a solução foram compatíveis			Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E
G1	X			X			X		
G2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G3			X		X			X	
G4			X		X			X	
G5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
G6	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Dados da Pesquisa

A = Acerto Completo; I = Acerto Incompleto; E = Erro

Nesta categoria, a dupla G1 acertou a primeira questão e G3 e G4 erraram. As demais duplas não responderam. Quanto à segunda questão, G1 acertou, G3 e G4 responderam de forma incompleta e as demais não responderam. A última questão G1 acertou, G3 e G4 responderam também de forma incompleta e as demais não responderam.

Em suma, essa atividade demonstrou que os alunos não souberam manusear o aparelho Multímetro, cometendo erro de leitura. Eles tiveram dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito, erro de cálculo na resolução da questão, não souberam comprovar os valores obtidos com a solução da questão e aplicaram a Lei Física incorretamente.

5.2 Análise de Erros e Síntese das Categorias Analisadas

A seguir será apresentada a análise de erros cometidos pelos alunos que responderam as questões no experimento realizado, conforme exposto no item 5.1. Buscou-se entender as causas das dificuldades e encontrar formas de aproveitar os erros como ferramentas para aprendizagem. A Tabela 29 apresenta o número de erros ocorridos para cada tipologia em cada atividade.

Tabela 29 - Tipologias dos Erros

Tipos de Erros	Uso Errado dos Dados	Interpretação do Enunciado	Inferência Lógica Inválida	Conceitual	Solução Não verificada	Erro Operacional	Lei Física/ leitura dos equipamentos	100%
Atividades								
Atividade 1	1 (4,34%)	5 (21,73%)	-	4 (17,39%)	7 (30,43%)	6 (26,08%)	-	23
Atividade 2	3 (11,53%)	3 (11,53%)	-	-	10 (38,46%)	6 (23,07%)	4 (15,38%)	26
Atividade 3	1 (4,76%)	4 (19,04%)	-	3 (14,28%)	6 (28,57%)	5 (23,8%)	2 (9,52%)	21
Atividade 4	2 (8,69%)	1 (4,34%)	-	-	14 (60,86%)	6 (26,08%)	0	23
Atividade 5	1 (14,28%)	1 (14,28%)	-	2 (28,57%)	1 (14,28%)	2 (28,57%)	0	7
Atividade 6	2 (14,28%)	3 (21,42%)	-	-	5 (35,71%)	4 (28,57%)	0	14
Atividade 7	-	-	-	-	6 (27,27%)	8 (36,36%)	8 (36,36%)	22
Totais	10 (7,35%)	17 (12,5%)	-	9 (6,61%)	49 (36,03%)	37 (27,2%)	14 (10,29%)	136 (100%)

Fonte: Elaborada pela autora

As tipologias de erros apresentadas na Tabela 29 correspondem ao modelo de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987). Em alguns aspectos, o modelo seguido apresenta semelhanças às categorias propostas pelos modelos de Resolução de Problemas.

Cabe destacar que a opção de análise da Tipologia de Erros de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) deve-se à sua maior especificidade quando se refere, por exemplo, à tipologia “Conceitual”.

No final das atividades, a pesquisadora fez algumas perguntas, informalmente, referentes às dificuldades encontradas na execução das tarefas. Seguem alguns exemplos das respostas:

A) Respostas das duplas em relação à primeira questão da primeira atividade foram:

Dupla G1 – *“Sem dificuldades”* – A dupla acertou a questão.

Dupla G2 - *“Venda de multímetros de três diferentes marcas onde cada um tem um valor diferente”*- Demonstrando na sua verbalização o não entendimento da pergunta.

Dupla G3 – *“Esse problema não ofereceu dificuldades, pois se trata de dizer o que se entendeu do problema”*- Essa dupla respondeu de forma incompleta a questão.

Dupla G4 – *“Sem dificuldades”* – Verificou-se que a dupla respondeu de forma incompleta a questão.

B) quando solicitadas para Analisar o diagrama de acordo com os dados do problema, na quarta questão da 2ª. Atividade:

Dupla G1 – *Tivemos dificuldade para relacionar as informações do problema com o diagrama.*

Dupla G2 – *“Não tivemos dificuldades”*. Essa dupla respondeu de forma incompleta a questão.

Dupla G3 – *“Fácil”*- Essa dupla errou a questão.

Dupla G4 – *“Pouca dificuldade”* - Essa dupla errou a questão.

C) Seguem as respostas das duplas em relação à questão de resolução do problema da última atividade:

Dupla G1 – *“Sem dificuldades”* – A dupla acertou a questão.

Dupla G2 – “Não tivemos dificuldades” – Essa dupla deixou a questão em “branco”

Dupla G3 - “A dificuldade estava nos cálculos”.

Dupla G4 – “Pouca dificuldade”- Essa dupla errou a questão.

Tabela 30 - Categorias

Categorias Atividades	Interpretação do Enunciado			Modelo Mat./Montagem do Sist. Linear			Resolução de Problemas			Interpretação/Compatibilização			Medição dos valores tensões, correntes e resistores		
	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E	A	I	E
Atividade 1	2	4	1	29	2	4	15	-	6	5	3	4	-	-	-
Atividade 2	5	1	2	20	2	13	6	1	5	2	2	8	-	-	-
Atividade 3	4	-	4	28	3	8	9	-	5	3	-	6	-	-	-
Atividade 4	4	1	-	14	5	6	4	-	6	1	1	13	-	-	-
Atividade 5	5	1	-	24	2	9	3	-	2	3	-	1	-	-	-
Atividade 6	4	2	1	30	2	9	3	-	4	1	1	4	-	-	-
Atividade 7	-	-	-	8	-	4	6	-	8	3	4	2	4	7	1
TOTAL PARCIAL	24	9	8	153	16	53	46	1	36	18	11	38	4	7	1
% ⁴	58,5	22	19,5	69	7	24	55,5	1	43,5	27	16	57	34	58	8
TOTAL GERAL	41			222			83			67			12		

Fonte: Elaborada pela autora

Em relação às Categorias, em todas as atividades, a “Interpretação do Enunciado” obteve o seguinte resultado: os “Acertos” representam 58,5%, “Resposta Incompleta” 21,9% e “Erro” 19,5%.

Quanto à análise da Tabela 30, referente a todas as atividades, a categoria Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear teve como resultado: “Acertos” 68,9%, “Resposta Incompleta” 7,2%, e “Erro” 23,87%.

Mesma análise foi feita quanto à categoria “Resolução de Problemas”, obtendo os seguintes resultados: “Acertos” 55,42%, “Resposta Incompleta” (1,20%), e “Erro” 43,37%.

Em todas as atividades, a categoria “Interpretação/Compatibilização”, obteve o seguinte resultado: “Acertos” 26,86%, “Resposta Incompleta” 16,41% e “Erro” 56,71%.

⁴ Na Tabela 30, os percentuais foram arredondados para o inteiro mais próximo ou para meio ponto percentual.

Finalizando a análise das Categorias, em todas as atividades, a “Medição dos Valores, Tensões e Correntes” obteve 33,33% de “Acertos”, 58,33% de “Resposta Incompleta” e 8,33% de “Erro”.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação buscou responder a seguinte questão: “Como a Matemática possibilita ao estudante estratégias para a Resolução de Problemas relacionados ao fenômeno físico e qual sua interpretação na área tecnológica de Eletroeletrônica?”

O experimento pedagógico elaborado para a verificação empírica da pesquisa possibilitou encontrar algumas evidências. Tendo por base a metodologia de Resolução de Problemas, ficou claro que os estudantes tiveram dificuldades na interpretação de textos, na resolução de modelos matemáticos e no entendimento dos fenômenos físicos. Tais dificuldades podem ser consequência da falta de hábito em resolver questões que exigem a construção do conhecimento, distintas daquelas que levam os alunos a pensar de forma mecânica, a resolverem listas de exercícios sem a devida interpretação dos resultados.

Polya (2006) apresenta um modelo de Resolução de Problemas em que é fundamental que o aluno compreenda o teor do problema. A pesquisa realizada mostra que na categoria “Interpretação do Enunciado/Compreensão do Problema” os alunos apresentaram 41,4% de respostas incompletas e erradas. É um percentual que pode ser interpretado como bastante significativo no âmbito da Educação Profissional. Percebe-se que a dificuldade do aluno em entender o enunciado do problema pode ser resultante da dificuldade em interpretar o texto apresentado.

Seguindo ainda o modelo proposto por Polya (2006), na categoria “Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear”, as respostas incompletas ou erradas apresentaram, na pesquisa realizada, um percentual de 31,07%, evidenciando a dificuldade encontrada pelos alunos para fazer a transposição para a linguagem simbólica solicitada e o uso prático de fórmula.

Na categoria “Resolução de Problemas”, as respostas incompletas e erradas totalizam 44,57%, consequência da falta de atenção, do desconhecimento de Sistema Linear e da dificuldade em resolver as quatro operações básicas da Matemática.

Na categoria “Interpretação/Compatibilização” as respostas incompletas e erradas no experimento realizado totalizaram 73,12%. Pelo alto percentual apresentado, percebe-se que o aluno participante do experimento elaborado pela pesquisa tem pouco hábito de verificar e analisar os resultados obtidos na resolução de problemas.

Na perspectiva das técnicas de Resolução de Problema defendida por Pozo (1998), foi possível verificar que os alunos tiveram dificuldade em indicar qual é a meta do problema; em apontar onde reside a dificuldade da tarefa; em separar os dados relevantes dos não relevantes; em indicar os dados com os quais se pode contar para resolver a tarefa; em indicar quais os dados que não estão presentes, mas que são necessários para resolver a tarefa.

É possível salientar que as contribuições de Laudares (1987) - no sentido de se fazer uma leitura atenta do problema ou enunciado do exercício; de o aluno tentar lembrar se já fez algum exercício do mesmo tipo; de descobrir, inicialmente, em que assunto se enquadra o exercício ou problema - poderiam reduzir o percentual de respostas incompletas e erradas na categoria “Interpretação do Enunciado do Problema”. No mesmo sentido, na categoria “Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear”, se fossem seguidas as orientações desse autor quando propõe que o aluno deverá relacionar os dados e o que é pedido e selecionar bem as fórmulas que deverão ser aplicadas, a margem de acerto seria maior. Provavelmente, haveria menores percentuais de respostas incompletas e erradas, na categoria “Resolução de Problemas”, se fossem seguidas as orientações de Laudares (1987) para não tentar resolver problemas mecanicamente, solicitando ao aluno que confira as operações e avalie se a solução é compatível com os dados.

Em relação aos objetivos específicos propostos é possível fazer as considerações seguintes: Primeiro Objetivo Específico - descrever como os alunos compreendem o conteúdo matemático de um problema relacionado ao fenômeno Eletroeletrônico.

As sete atividades descritas na seção 4 (sintetizadas na Tabela 30) apresentaram, em média, um percentual de “Acertos” de 48,6%; de “Respostas Incompletas”, 21% e de “Erros”, 30,35%. A soma de respostas incompletas e erradas totaliza 51,35%, resultante de dificuldade na Interpretação dos textos, da dificuldade de buscar a resolução por meio de modelos matemáticos e do entendimento dos fenômenos físicos. Possivelmente, a adoção de uma metodologia como a de Resolução de Problemas aumentaria o processo de compreensão e evitaria erros de raciocínio.

Segundo Objetivo Específico: descrever o processo de construção e execução de estratégia para a solução de um problema com conteúdo matemático, relacionado ao fenômeno Eletroeletrônico. Na execução das atividades no

experimento pedagógico realizado, não foi possível identificar uma estratégia sistematizada para a resolução dos problemas apresentados. Os alunos liam o enunciado da questão e respondiam de forma imediata. A sistematização descrita pelos teóricos de Resolução de Problemas poderia oferecer um padrão que facilitasse a adoção de uma estratégia eficaz.

Terceiro Objetivo Específico: elaborar atividades com a resolução de problemas que irão contemplar as estratégias e as categorias definidas. Foi elaborado um caderno de Atividades, o produto desta dissertação, que se encontra no Apêndice A, com o objetivo de avaliar como o ensino da matemática é aplicado nos cursos de Eletroeletrônica.

É importante salientar que a pesquisa realizada se limitou a uma única Instituição de ensino, a Utramig. Essa instituição tem características distintas de outras fundações e escolas. Desde a sua criação, seu objetivo maior é o de preparar alunos carentes e desprovidos de qualificação para o mercado de trabalho. Ao iniciar a docência como professora de Matemática para os cursos técnicos, em 1986, minha preocupação foi oferecer um ensino para formar cidadãos pensantes e não apenas transmitir informações. Como educadora e tendo em mente os princípios de Vygostky, sempre me questioneei, indagando-me: de que forma se poderia melhorar o ensino técnico da Utramig? O programa de matemática adotado na instituição, na época de minha contratação, enfatizava conteúdos matemáticos do ensino fundamental e médio, sem a preocupação de interligá-los com as disciplinas técnicas. Havia pouco interesse em adotar a linha teórica de Piaget, na busca do desenvolvimento intelectual pela interação entre o indivíduo e o meio a que ele pertence.

Como sugestão para futuros trabalhos, seria interessante que as atividades dessa dissertação fossem retrabalhadas, usando mais intensamente os recursos de informática, aplicando métodos distintos, como por exemplo o de Objeto de Aprendizagem.

Nesses vinte e oito anos como professora de Matemática da Utramig, certamente alguma coisa foi conquistada, como um maior interesse pela disciplina Matemática por parte dos alunos e uma maior interação e aplicação do conhecimento matemático nos cursos técnicos da instituição. A metodologia de Resolução de Problemas, com certeza, facilitará o alcance do nosso objetivo de tornar os nossos alunos, cada vez mais, em cidadãos livres e pensantes.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, E.Q. **Ensino aprendizagem em equações algébricas através da resolução de problemas**. 2001. Dissertação (Mestrado) – UNESP, São Paulo.
- BARBIER, J.M. **A avaliação em formação**. Tradução de Maria Bastos. Biblioteca das Ciências do Homem, Afrontamento, 1985.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.
- BARROS FILHO, Aníbal Ataídes. **A resolução de problemas físicos com equações diferenciais ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem: análise gráfica com o software Maple**. 2012. Dissertação (Mestrado) – PUC Minas.
- BERGER FILHO, Ruy Leite. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Ministério da Educação, Brasil; Educação profissional no Brasil: novos rumos, 1999 - **Revista Científica**, OEI – Organización de Estados Iberoamericanos.
- BLANTON, M.L.; KAPUT, J.J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.
- BONJORNO, J.R.; GIOVANNI, J.R. **Matemática 2**. São Paulo: Editora FTD, 1992.
- BORSATO, S.R.; REDLING, J.P. Fracasso escolar e matemática: o que acontece? **Trilhas Pedagógicas**, São Paulo, v. 3, n. 3, p. 143-164, ago. 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Centenário da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica**. Brasília, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN**. Brasília, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação e Desportos. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 25 out. 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio. Ciência da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/ Semtec, 2002.
- BRONOWSKI, J. **Ciências e valores humanos**. Belo Horizonte: Itatiaia; São Paulo: EDUSP, 1979.
- COXFORD, A.F; SHULTE, A.P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1995.
- CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CYRINO, M.T.; OLIVEIRA, H.M. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Artigo Bolema**, n. 38, v. 24, p. 97, abr. 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1991.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2008.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 33. ed. São Paulo: Paz e terra, 2001.

FREITAS FILHO, Lourival Alves. **Estratégias usadas pelos alunos da educação de jovens e adultos na resolução de problemas aritméticos**. 2011. Dissertação (Mestrado). PUC Minas.

GAZIRE, Eliane Scheid. **Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática**. 1988. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, São Paulo.

GIMENEZ, Joaquim; LINS, R. Campos. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus, 1997.

GUSSOW, M. **Eletricidade básica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1997, p. 137–152.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Nilson José; TEIXEIRA, José Carlos; GOULART, Márcio; CASTRO, Luiz Roberto; MACHADO, Antônio. **Matemática**. 2ª série do 2º grau. São Paulo: Atual Editora Ltda., 1978. p. 71–113.

JUNIOR, Niltom Vieira. **Apostila. Fundamentos de Instalações Elétricas – Curso Técnico em Manutenção e Suporte em Informática**. Instituto Federal de Minas Gerais - Formiga – MG, 2011

KAKIMOTO, Luiz Carlos. **Apostila**. Universidade Estadual de Londrina, 2003. Disponível em: http://www.uel.br/pessoal/ernesto/2ele028/materiais_01.pdf. Acesso em: 14 jan. 2014.

LACERDA FREIRE, Maysa de. **Competências necessárias ao professor de ensino de 2º grau profissionalizante no Brasil**. Maio 1984. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação - Universidade Federal do Rio de Janeiro.

LAUDARES, João Bosco. **Educação matemática**. Belo Horizonte: CEFET, 1987.

LINARES, Kathya S.C. **Guia de laboratório de Introdução à Engenharia**. Prática n. 1: Protoboard, resistência elétrica e multímetro. Curso de Engenharia da Computação. Ministério da Educação, Universidade Tecnológica do Paraná, 2011.

LINS, R.C. **A framework for understanding what algebraic thinking is.** 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Notingham, Nottingham, UK.

LINS, R.C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29-39, 1994.

LORENZATO, Sergio; FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação matemática.** Campinas (SP): Autores Associados, 2009.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e a língua materna:** análise de uma impreensão mútua. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

MOVSHOVITZ-HADAR, N.; Zaslavsky, O.; Inbar, S. An empirical classification model for errors in high school mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, 18, (1), 3-14, 1987.

NASCIMENTO, Aquiles Leite; GARCÊS, Edina Santiago; LOVATEL, Theonesto. **Matemática:** para escolas técnicas industriais e centros de educação tecnológica. Matrizes Determinantes Sistemas Lineares. Curitiba: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, 1989.

OLIVEIRA, Mário de. **Álgebra volume II.** Belo Horizonte: Ed. Curso Mário de Oliveira, 1966.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança.** Rio de Janeiro: Zahar/INL/MEC, 1975.

POLYA, George. **Arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

RADFORD, L. **Algebraic thinking and the generalization of patterns:** a semiotic perspective. In: NORTH AMERICA CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP OF PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION – PME, 28. 2006, Bergen, Norway. Proceedings, Bergen: Bergen University College. 2006, v. 1, p. 2-21.

REIS, Arthur; VIANNA, João A.; VIANNA, Tito; MELO, Leonardo M.F. **Teoria geral das fontes de alimentação.** Programa de Educação Tutorial da Engenharia Elétrica. Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011. Disponível em: <http://peteletricaufjf.files.wordpress.com/2011/12/teoria-geral-das-fontes-de-alimentac3a7c3a3o-lineares1.pdf>

RIBEIRO, V. G. S; KAIBER, C. T. **Leitura e interpretação de textos matemáticos: construindo competências no ensino médio.** In: II CNEM- CONGRESSO NACIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Ijuí – RS.

SCHWARTZ, Bertrand. **A educação amanhã.** Petrópolis (RJ): Editora Vozes Ltda., 1976.

STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2008.

TONIN, Fabianna Stumpf; CITTOLIN, Guilherm Francescon. **Desenvolvimento de uma fonte ajustável com display digital**. Dissertação (Mestrado). 2009. Departamento Acadêmico de Eletrotécnica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2009.

VYGOTSKY, Lev S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, Lev S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

APÊNDICE A – PRODUTO DA DISSERTAÇÃO – Atividades Propostas**Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais**

Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática

Área de Concentração: Matemática

CADERNO DE ATIVIDADES

Utilização de Resolução de Problemas em Fenômenos Físicos

da área Eletroeletrônica

Mestranda: Vânia Maria Fazito Rezende Teixeira

Orientador: Prof. Dr. João Bosco Laudares

Belo Horizonte

2013

Prezado estudante,

As atividades apresentadas a seguir fazem parte de um Projeto de Pesquisa de Mestrado, cujo objetivo é avaliar como o ensino da matemática é aplicado nos cursos de Eletroeletrônica, utilizando-se da abordagem de Resolução de Problemas.

INTRODUÇÃO

Existem vários métodos de ensinar Matemática. Um dos métodos mais recomendados nos cursos profissionalizantes é o da Resolução de Problemas, que consiste em despertar no aluno a curiosidade para solucionar um problema, por meio de indagações estimulantes, possibilitando-lhe alcançar uma solução adequada com raciocínio independente.

Este trabalho, aplicado em sala de aula, terá como propósito fazer uma investigação no processo ensino-aprendizagem via Resolução de Problemas, no ensino técnico de Eletrônica. As questões apresentadas centram-se em atividades sobre sistema linear envolvendo resolução de problemas de fenômenos físicos.

A aprendizagem na Resolução de Problema será eficaz se gerar no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, buscando questionar ao invés de receber somente respostas prontas e acabadas.

Na Resolução de Problemas conforme Polya (2006) é possível observar quatro fases necessárias para o aprendizado do aluno:

1. **Compreensão do Problema:** para que se possa interpretar o problema, o enunciado verbal precisa ser bem entendido; o aluno deverá identificar as partes principais do problema: incógnita, dados, condicionante, etc.
2. **Estabelecimento de um Plano:** estabelecer a conexão entre os dados e a incógnita; considerar problemas auxiliares caso não encontre uma conexão imediata; verificar se levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema.
3. **Execução do Plano:** na execução do plano de resolução de problema é necessário verificar se cada passo está correto e se é possível demonstrá-lo.
4. **Retrospecto:** Examinar a solução obtida.

PROPOSIÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades apresentadas a seguir relacionam-se a problemas de Matemática e Circuito de Malha, aplicados nos cursos de Eletrônica.

A Atividade 1 é introdutória ao sistema linear de 3 equações e 3 variáveis e tem como objetivo resolver um problema que exija um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, revisando o processo de resolução desse sistema.

A Atividade 2 tem o propósito de resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.

A Atividade 3 tem como objetivo resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações não homogêneo aplicado nos cursos de Eletrônica.

A Atividade 4 tem como objetivo a resolução de um sistema linear não homogêneo de circuito de corrente contínua em duas malhas.

A Atividade 5 tem como objetivo resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.

A Atividade 6 tem como objetivo resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.

A Atividade 7 é diferente das seis primeiras. Consistirá em uma atividade prática de montagem de um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, com o propósito da aplicação da Lei de Kirchhoff, resolução do sistema linear e a comprovação dos valores encontrados.

ATIVIDADES SOBRE SISTEMA LINEAR ENVOLVENDO RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE FENÔMENOS FÍSICOS

Atividade 1 – INTRODUTÓRIA

Resolução de um problema que envolve sistema linear, não homogêneo, possível e determinado na aquisição de equipamentos elétricos.
Objetivo
Resolver um problema que exija um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, revisando o processo de resolução deste sistema.
Metodologia
Dado o problema do sistema linear que envolve 3 equações e 3 incógnitas será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
Recordando sistema linear:
<p>Um sistema de 3 equações e 3 incógnitas é do tipo:</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ <p>sendo cada uma das equações do sistema uma equação linear.</p> <p>Equação linear com 3 equações e 3 incógnitas é toda equação do tipo $ax + by + cz = d$, onde a, b, c e d são números reais; x, y, z são as incógnitas; a, b, c são chamados de coeficientes; e d é termo independente.</p> <p>Chama-se solução de um sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas a tripla ordenada de números reais (x, y, z) ao conjunto dos números $x = k_1$; $y = k_2$ e $z = k_3$, que é solução, simultaneamente, de todas as equações que constituem o sistema.</p> <p>Para resolver um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas, aplica-se os seguintes métodos ou processos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escalonamento (método de Gauss); - Regra de Cramer; - Substituição.

ENUNCIADO
<p>Uma loja vende certo equipamento elétrico, que é fabricado por três marcas diferentes: A, B e C. Sendo a marca A, multímetro Brasford, a marca B, multímetro EDA e a marca C, multímetro Minipa. Um levantamento sobre as vendas desse item, realizado durante três dias consecutivos, revelou que:</p> <ul style="list-style-type: none"> . no 1º dia, foram vendidos duas unidades da marca A, uma da marca B e uma da marca C, resultando um total de vendas igual a R\$ 150,00; . no 2º dia, foram vendidos quatro unidades da marca A, três da marca B e nenhuma da marca C, num total de R\$ 240,00; . no último dia, não houve vendas da marca A, mas foram vendidos cinco da marca B e três da marca C, totalizando R\$ 350,00. <p>Qual é o preço do componente fabricado por A? e por B? e por C?</p>
1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO
Verbalização
Questão 1: Expresse o problema com suas palavras.
2 - MODELO MATEMÁTICO
Questão 2: Quais as incógnitas do problema?
Questão 3: Quais são os dados do problema?
Questão 4: Discrimine matematicamente o que se pede na resposta do problema.
Questão 5: Monte as equações do sistema do problema.
Questão 6: Caracterize o tipo de sistema linear que você montou no item anterior.

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 7: Selecione, dentre os métodos que anunciou, aquele que você vai usar para solucionar esse sistema.

Escalonamento

Regra de Cramer

Substituição

Questão 8: Resolva o sistema pelo método que você selecionou.

Questão 9 – Selecione um método diferente da sua escolha. Resolva com este método.

4 – INTERPRETAÇÃO/ COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 10 - Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema?

Questão 11 – Os dados e a solução são compatíveis?

Sim

Não

Se a resposta for não, justifique.

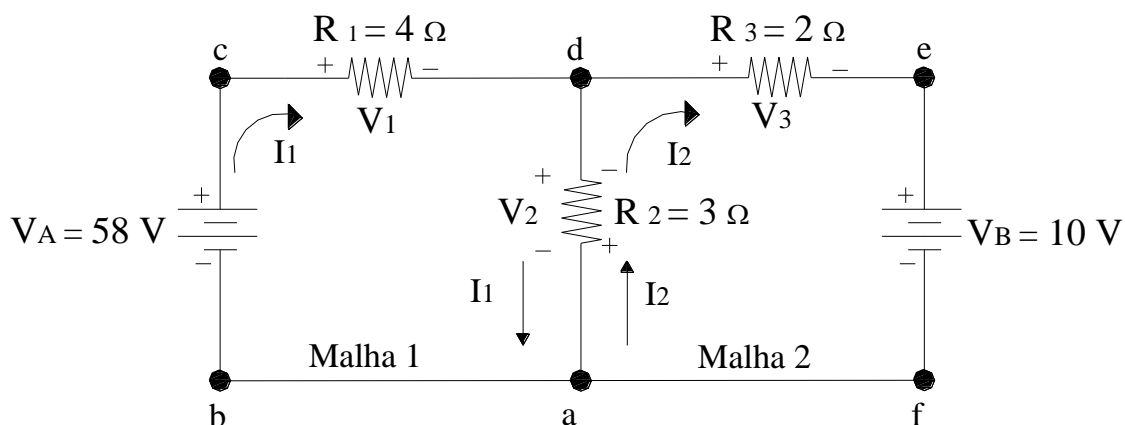
Atividade 2

Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em Circuito de Duas Malhas.
Objetivo:
Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.
Metodologia:
Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados, e a compatibilização da solução com os dados.
Recordando Correntes nas Malhas de Eletricidade Básica:
<p>Uma malha é qualquer percurso fechado de um circuito. Não se leva em conta se o percurso contém ou não uma fonte de tensão. Ao se resolver um circuito utilizando as correntes nas malhas, precisamos escolher previamente quais os percursos que formarão as malhas. A seguir, designamos para cada malha a sua respectiva corrente de malha. Por conveniência, as correntes de malha são geralmente indicadas no sentido horário. Este sentido é arbitrário, mas o horário é o mais usado. Aplica-se então a lei de Kirchhoff para a tensão ao longo dos percursos de cada malha. As equações resultantes determinam as correntes de malhas desconhecidas. A partir dessas correntes, pode-se calcular a corrente ou tensão de qualquer resistor.</p> <p style="text-align: center;">Lei de Kirchhoff para a Tensão (LKT)</p> <p>A lei de Kirchhoff para a tensão, ou lei das malhas, afirma que a tensão aplicada a um circuito fechado é igual à soma das quedas de tensão naquele circuito. Este fato foi usado no estudo de circuitos em série e foi expresso da seguinte forma:</p> <p style="text-align: center;">Tensão aplicada = soma de quedas de tensão</p> <p>$V_A = V_1 + V_2 + V_3$, sendo V_A a tensão aplicada e V_1, V_2, V_3 as quedas de tensão.</p> <p>Uma outra forma de enunciar a LKT é: A soma algébrica das subidas ou aumentos e das quedas de tensão deve ser igual a zero. Uma fonte de tensão ou f.e.m. é considerada como um aumento de tensão, uma tensão através de um resistor consiste numa queda de tensão.</p> <p>Tensão aplicada – soma das quedas de tensão = 0, substituindo por letras:</p> $V_A - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \text{ ou } V_A - (V_1 + V_2 + V_3) = 0, \text{ ou } \sum V = 0$ <p>(Fonte: GUSSOW, Milton MS. Eletricidade Básica. São Paulo, 1997, p. 136).</p>

ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com duas malhas chamadas de malha 1 e malha 2. A malha 1 é formada pelo percurso $abcd$, e a malha 2 é formada pelo trajeto $adefa$. Conhecidas as resistências: $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 2\Omega$ e as tensões: $V_A = 58\text{ V}$ e $V_B = 10\text{ V}$, determine as correntes I_1 e I_2 desse circuito.

Diagrama



1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO

Verbalização

Questão 1 - Expresse o problema com suas palavras.

2 - MODELO MATEMÁTICO

Questão 2 – Quais as incógnitas do problema?

Questão 3 - Quais são os dados do problema?

Questão 4 - Analise o diagrama de acordo com os dados do problema.

Questão 5 – Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema?

Questão 6 – Monte as equações do sistema do problema.

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 7– Selecione o tipo de sistema que se deve aplicar para a resolução desse circuito.

Adição -

Substituição -

Comparação -

Questão 8 – Resolva o sistema.

4 – INTERPRETAÇÃO/ COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 9 - Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema?

Questão 10 – Os dados e a solução são compatíveis?

Sim -

Não -

Se a resposta for não, justifique.

Questão 11 – Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados? Explique.

Atividade 3

Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 3 equações e 3 incógnitas em Circuito de Três Malhas.

Objetivo:

Resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações não homogêneo, aplicado nos cursos de Eletrônica.

Metodologia:

Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados, e a compatibilização da solução com os dados.

Recordando Correntes nas Malhas de Eletricidade Básica:

Uma malha é qualquer percurso fechado de um circuito. Não se leva em conta se o percurso contém ou não uma fonte de tensão. Ao se resolver um circuito utilizando as correntes nas malhas, precisamos escolher previamente quais os percursos que formarão as malhas. A seguir, designamos para cada malha a sua respectiva corrente de malha. Por conveniência, as correntes de malha são geralmente indicadas no sentido horário. Este sentido é arbitrário, mas o horário é o mais usado. Aplica-se então a lei de Kirchhoff para a tensão ao longo dos percursos de cada malha. As equações resultantes determinam as correntes de malhas desconhecidas. A partir dessas correntes, pode-se calcular a corrente ou tensão de qualquer resistor.

Lei de Kirchhoff para a Tensão (LKT)

A lei de Kirchhoff para a tensão, ou lei das malhas, afirma que a tensão aplicada a um circuito fechado é igual à soma das quedas de tensão naquele circuito. Este fato foi usado no estudo de circuitos em série e foi expresso da seguinte forma:

Tensão aplicada = soma de quedas de tensão.

$V_A = V_1 + V_2 + V_3$, sendo V_A a tensão aplicada e V_1, V_2, V_3 as quedas de tensão.

Uma outra forma de enunciar a LKT é: a soma algébrica das subidas ou aumentos e das quedas de tensão deve ser igual a zero. Uma fonte de tensão ou f.e.m. é considerada como um aumento de tensão; uma tensão através de um resistor consiste numa queda de tensão.

Tensão aplicada – soma das quedas de tensão = 0, substituindo por letras:

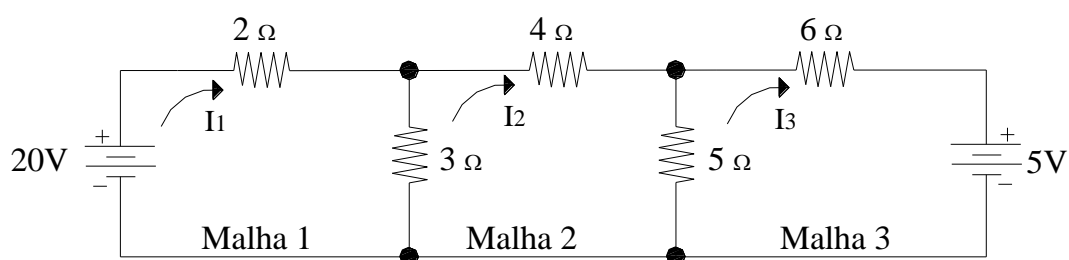
$$V_A - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \text{ ou } V_A - (V_1 + V_2 + V_3) = 0, \text{ ou } \sum V = 0$$

(Fonte: GUSSOW, Milton MS. **Eletricidade Básica**. São Paulo, 1997, p.136)

ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com três malhas chamadas de malha 1, malha 2 e malha 3. Dados $V_A = 20\text{ V}$, $V_B = 5\text{ V}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 5\Omega$ e $R_5 = 6\Omega$, calcule todas as correntes do circuito.

Diagrama



1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO

Verbalização

Questão 1 - Expresse o problema com suas palavras.

2 - MODELO MATEMÁTICO

Questão 2 – Quais as incógnitas do problema?

Questão 3 – Quais os dados do problema?

Questão 4 – Analise o diagrama de acordo com os dados do problema.

Questão 5 – Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema?

Questão 6 – Monte as equações do sistema do problema.

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 7– Selecione o tipo de sistema que se deve aplicar para a resolução desse circuito.

Escalonamento -

Regra de Cramer

Substituição -

Questão 8 – Resolva o sistema.

4 – INTERPRETAÇÃO/ COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 9 - Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema?

Questão 10 – Os dados e a solução são compatíveis?

Sim -

Não -

Se a resposta for não, justifique.

Questão 11 – Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados? Explique.

Atividade 4

Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em Circuito de Corrente Contínua em Malha (LKC).

Objetivo:

Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneo, aplicado nos cursos de Eletrônica.

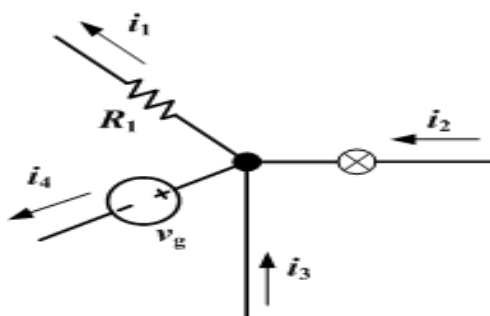
Metodologia:

Dado o problema de circuito de corrente contínua que envolve sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

Recordando Corrente Contínua em Eletricidade Básica:

Lei de Kirchhoff para a Corrente (LKC)

A Lei de Kirchhoff para a corrente, ou lei de nós, afirma que a soma das correntes que entram numa junção é igual à soma das correntes que saem da junção. Suponha que tenhamos quatro correntes saindo e entrando numa junção comum ou num ponto, como, por exemplo, o ponto P (figura abaixo). Este ponto comum é também chamado de nó.



Soma de todas as correntes que entram = soma de todas as correntes que saem, logo,

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0.$$

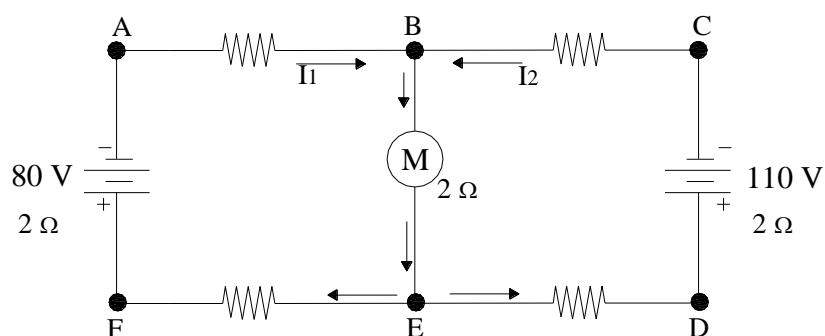
Se considerarmos as correntes que entram numa junção ou nó como positivas (+) e as que saem da mesma junção ou nó como negativas (-), então esta lei afirma também que a soma algébrica de todas as correntes que se encontram numa junção comum é zero. Utilizando o símbolo de somatório, Σ , temos: $\Sigma I = 0$.

(Fonte: GUSSOW, Milton MS. **Eletricidade Básica**. São Paulo, 1997, p. 139)

ENUNCIADO

No circuito indicado pela figura, duas baterias de 110 volts e de 80 volts, e de resistências internas 2 ohms e 2 ohms, alimentam um motor que desenvolve uma f.c.e.m. de 50 volts. Sabendo-se que os fios AB e BC têm comprimentos iguais de 10m e são construídos por material de resistência igual a 0,2 ohms por metro, pede-se a intensidade de corrente no motor, quando em movimento, supondo-se sua resistência interna de 2 ohms.

Diagrama



1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO

Verbalização

Questão 1 - Expresse o problema com suas palavras.

2 - MODELO MATEMÁTICO

Questão 2 – Quais as incógnitas do problema?

Questão 3 – Quais os dados do problema?

Questão 4 – Analise o diagrama de acordo com os dados do problema.

Questão 5 – Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema?

Questão 6 – Monte as equações do sistema do problema.

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 7– Selecione o tipo de sistema que se deve aplicar para a resolução desse circuito.

Adição -

Substituição -

Comparação -

Questão 8 – Resolva o sistema.

4 – INTERPRETAÇÃO/COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 9 - Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema?

Questão 10 – Os dados e a solução são compatíveis?

Sim -

Não -

Se a resposta for não, justifique.

Questão 11 – Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados. Explique.

Atividade 5

Aplicação de sistema linear homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em um Circuito de Duas Malhas.
Objetivo:
Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações homogêneas, aplicado nos cursos de Eletrônica.
Metodologia:
Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
Recordando Sistema Linear Homogêneo e Correntes nas Malhas de Eletricidade Básica:
<p style="text-align: center;">Sistema Linear Homogêneo</p> <p>Definição: Chama-se Sistema de Equações Lineares Homogêneo nas incógnitas x, y ao conjunto de equações lineares homogêneas nessas incógnitas. Assim, o sistema:</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y = 0 \\ a_2x + b_2y = 0 \end{cases}$ <p>é linear homogêneo nas incógnitas x e y, isto é, o termo independente é igual a zero.</p> <p>Solução de Um Sistema Linear Homogêneo:</p> <p>Um Sistema Linear Homogêneo nas incógnitas x e y admite sempre a solução de $x=0$ e $y=0$, denominada solução trivial ou solução imprópria.</p> <p>(OLIVEIRA, Mário de. Álgebra, vol. II. Belo Horizonte, 1966).</p> <p>Correntes nas Malhas de Eletricidade Básica:</p> <p>Uma malha é qualquer percurso fechado de um circuito. Não se leva em conta se o percurso contém ou não uma fonte de tensão. Ao se resolver um circuito utilizando as correntes nas malhas, precisamos escolher previamente quais os percursos que formarão as malhas. A seguir, designamos para cada malha a sua respectiva corrente de malha. Por conveniência, as correntes de malha são geralmente indicadas no sentido horário. Este sentido é arbitrário, mas o horário é o mais usado. Aplica-se então a lei de Kirchhoff para a tensão ao longo dos percursos de cada malha. As equações resultantes determinam as correntes de malhas desconhecidas. A partir dessas correntes, pode-se calcular a corrente ou tensão de qualquer resistor.</p>

Lei de Kirchhoff para a Tensão (LKT)

A lei de Kirchhoff para a tensão, ou lei das malhas, afirma que a tensão aplicada a um circuito fechado é igual à soma das quedas de tensão naquele circuito. Este fato foi usado no estudo de circuitos em série e foi expresso da seguinte forma:

Tensão aplicada = soma de quedas de tensão

$V_A = V_1 + V_2 + V_3$, sendo V_A a tensão aplicada e V_1, V_2, V_3 as quedas de tensão.

Uma outra forma de enunciar a LKT é: a soma algébrica das subidas ou aumentos e das quedas de tensão deve ser igual a zero. Uma fonte de tensão ou f.e.m. é considerada como um aumento de tensão; uma tensão através de um resistor consiste numa queda de tensão.

Tensão aplicada – soma das quedas de tensão = 0, substituindo por letras:

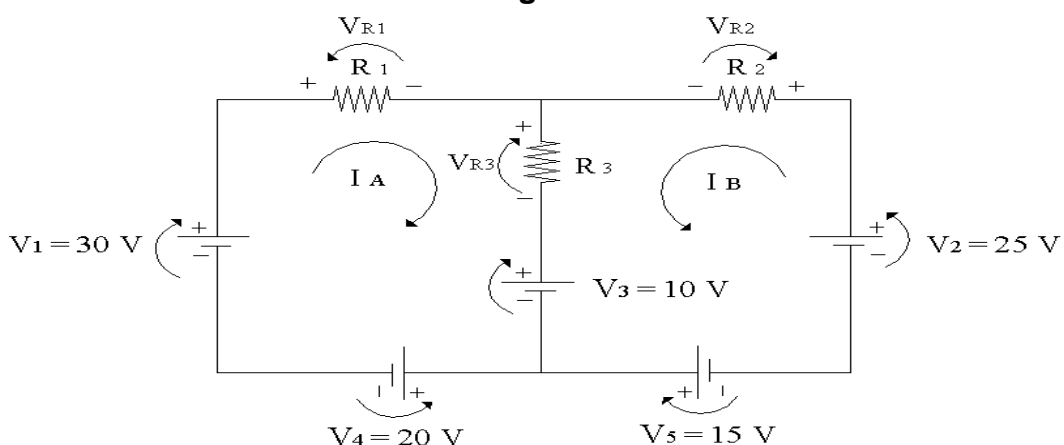
$$V_A - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \text{ ou } V_A - (V_1 + V_2 + V_3) = 0, \text{ ou } \sum V = 0$$

(Fonte: GUSSOW, Milton MS. **Eletricidade Básica**. São Paulo, 1997, p. 136)

ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com duas malhas chamadas de malha 1 e malha 2. Conhecidas as resistências: $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 3\Omega$ e as tensões: $V_1 = 30V$, $V_2 = 25V$, $V_3 = 10V$, $V_4 = 20V$ e $V_5 = 15V$, determine as correntes I_A e I_B desse circuito.

Diagrama



1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO

Verbalização

Questão 1 - Expresse o problema com suas palavras.**2 - MODELO MATEMÁTICO****Questão 2** – Quais as incógnitas do problema?**Questão 3** – Quais os dados do problema?**Questão 4**– Analise o diagrama de acordo com os dados do problema.

Questão 5 – Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema?

Questão 6 – Monte as equações do sistema do problema.

Questão 7 – Verifique que o sistema de equações é homogêneo, como é possível e determine suas soluções são nulas. Comprove utilizando um método de resolução.

Adição -

Substituição -

Comparação -

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 8 – Resolva o sistema.

**4 – INTERPRETAÇÃO/COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA**

Questão 9– Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados. Explique.

Atividade 6

<p>Aplicação de sistema linear homogêneo, possível e determinado de 3 equações e 3 incógnitas, em um Circuito de Três Malhas.</p>
<p>Objetivo:</p>
<p>Resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações homogêneas, aplicado nos cursos de Eletrônica.</p>
<p>Metodologia:</p>
<p>Dado o problema de circuito de três malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.</p>
<p>Recordando Sistema Linear Homogêneo e Correntes nas Malhas de Eletricidade Básica:</p>
<p>Sistema Linear Homogêneo</p> <p>Definição: Chama-se Sistema de Equações Lineares Homogêneo nas incógnitas x, y e z ao conjunto de equações lineares homogêneas nessas incógnitas. Assim, o sistema:</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$ <p>é linear homogêneo nas incógnitas x, y, z, isto é, o termo independente é igual a zero.</p> <p>Solução de Um Sistema Linear Homogêneo:</p> <p>Um Sistema Linear Homogêneo nas incógnitas x, y e z admite sempre a solução de $x = 0$ e $y = 0$, $z = 0$, denominada solução trivial ou solução imprópria.</p> <p>(OLIVEIRA, Mário de. Álgebra. Belo Horizonte, vol. II, 1966).</p> <p>Correntes nas Malhas de Eletricidade Básica:</p> <p>Uma malha é qualquer percurso fechado de um circuito. Não se leva em conta se o percurso contém ou não uma fonte de tensão. Ao se resolver um circuito utilizando as correntes nas malhas, precisamos escolher previamente quais os percursos que formarão as malhas. A seguir, designamos para cada malha a sua respectiva corrente de malha. Por conveniência, as correntes de malha são geralmente indicadas no sentido horário. Este sentido é arbitrário, mas o horário é o mais usado. Aplica-se então a lei de Kirchhoff para a tensão ao longo dos percursos de cada malha. As equações resultantes determinam as correntes de malhas desconhecidas. A partir dessas correntes, pode-se calcular a corrente ou tensão de qualquer resistor.</p>

Lei de Kirchhoff para a Tensão (LKT)

A lei de Kirchhoff para a tensão, ou lei das malhas, afirma que a tensão aplicada a um circuito fechado é igual à soma das quedas de tensão naquele circuito. Este fato foi usado no estudo de circuitos em série e foi expresso da seguinte forma:

Tensão aplicada = soma de quedas de tensão.

$V_A = V_1 + V_2 + V_3$, sendo V_A a tensão aplicada e V_1, V_2, V_3 as quedas de tensão.

Uma outra forma de enunciar a LKT é: a soma algébrica das subidas ou aumentos e das quedas de tensão deve ser igual a zero. Uma fonte de tensão ou f.e.m. é considerada como um aumento de tensão, uma tensão através de um resistor consiste numa queda de tensão.

Tensão aplicada – soma das quedas de tensão = 0, substituindo por letras:

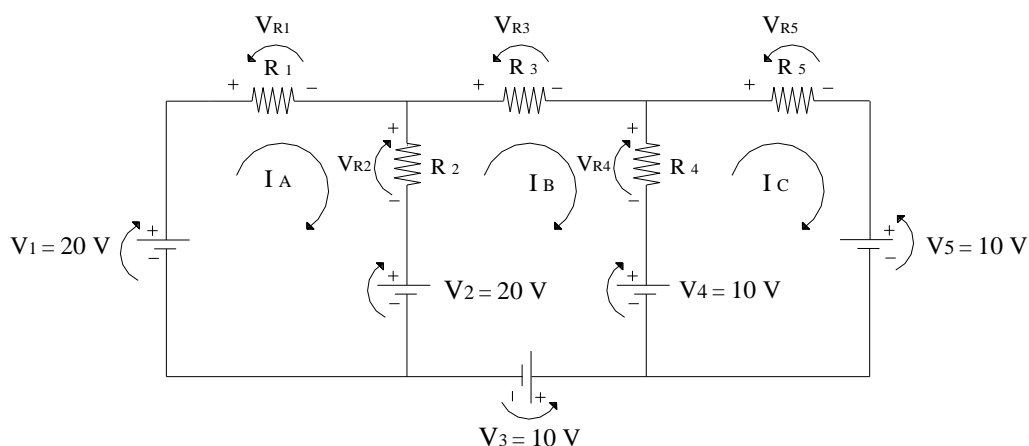
$$V_A - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \text{ ou } V_A - (V_1 + V_2 + V_3) = 0, \text{ ou } \sum V = 0$$

(Fonte: GUSSOW, Milton MS. **Eletricidade Básica**. São Paulo, 1997, p.136).

ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com três malhas chamadas de malha 1, malha 2 e malha 3. Dados $V_1 = 20\text{V}$, $V_2 = 20\text{V}$, $V_3 = 10\text{V}$, $V_4 = 10\text{V}$, $V_5 = 10\text{V}$ e $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 4\Omega$ e $R_5 = 5\Omega$, calcule todas as correntes do circuito.

Diagrama



1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO

Verbalização

Questão 1 - Expresse o problema com suas palavras.**2 - MODELO MATEMÁTICO****Questão 2** – Quais as incógnitas do problema?**Questão 3** – Quais os dados do problema?**Questão 4** – Analise o diagrama de acordo com os dados do problema.**Questão 5** – Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema?

Questão 6 – Monte as equações do sistema do problema.

Questão 7 – Verifique que o sistema de equações é homogêneo; como é possível e determinado, suas soluções são nulas. Comprove utilizando um método de resolução.

Escalonamento -

Regra de Cramer -

Substituição -

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

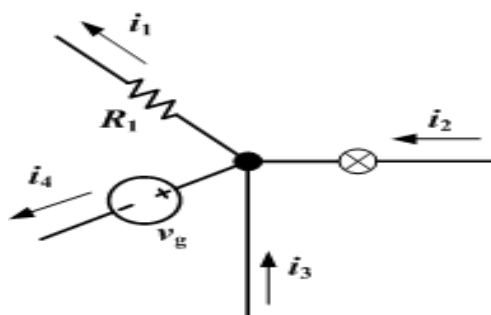
Questão 8 – Resolva o sistema.

4 – INTERPRETAÇÃO/ E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 11 – Interprete os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados. Explique.

Atividade 7

Informações Técnicas Necessárias de Circuito Puramente Resistivo – (LKT e LKC)
Objetivo:
Montar um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, aplicar a Lei de Kirchhoff, resolver o sistema linear e comprovar os valores encontrados.
Metodologia:
No laboratório de Eletrônica será dado um problema de circuito Puramente Resistivo de duas malhas, que possibilite a montagem desse circuito, a aplicação da Lei de Kirchhoff e a resolução do sistema de 2 equações a 2 incógnitas comprovando os valores encontrados.
Recordando Correntes nas Malhas e Lei dos Nós em Eletricidade Básica
<p>Uma malha é qualquer percurso fechado de um circuito. Não se leva em conta se o percurso contém ou não uma fonte de tensão. Ao se resolver um circuito utilizando as correntes nas malhas, precisamos escolher previamente quais os percursos que formarão as malhas. A seguir, designamos para cada malha a sua respectiva corrente de malha. Por conveniência, as correntes de malha são geralmente indicadas no sentido horário. Este sentido é arbitrário, mas o horário é o mais usado. Aplica-se então a lei de Kirchhoff para a tensão ao longo dos percursos de cada malha. As equações resultantes determinam as correntes de malhas desconhecidas. A partir dessas correntes, pode-se calcular a corrente ou tensão de qualquer resistor.</p> <p style="text-align: center;">Lei de Kirchhoff para a Tensão (LKT)</p> <p>A lei de Kirchhoff para a tensão, ou lei das malhas, afirma que a tensão aplicada a um circuito fechado é igual à soma das quedas de tensão naquele circuito. Este fato foi usado no estudo de circuitos em série e foi expresso da seguinte forma:</p> <p style="text-align: center;">Tensão aplicada = soma de quedas de tensão.</p> <p style="text-align: center;">$V_A = V_1 + V_2 + V_3$, sendo V_A a tensão aplicada e V_1, V_2, V_3 as quedas de tensão.</p> <p style="text-align: center;">Lei de Kirchhoff para a Corrente (LKC)</p> <p>A Lei de Kirchhoff para a corrente, ou lei de nós, afirma que a soma das correntes que entram numa junção é igual à soma das correntes que saem da junção. Suponha que tenhamos quatro correntes saindo e entrando numa junção comum ou num ponto, como, por exemplo, o ponto P (figura abaixo). Este ponto comum é também chamado de nó.</p>



Soma de todas as correntes que entram = soma de todas as correntes que saem, logo, $i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$.

Se considerarmos as correntes que entram numa junção ou nó como positivas (+) e as que saem da mesma junção ou nó como negativas (-), então esta lei afirma também que a soma algébrica de todas as correntes que se encontram numa junção comum é zero.

1 - MONTAGEM NO LABORATÓRIO E CÁLCULOS PARA AS RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DE FENÔMENOS FÍSICOS:

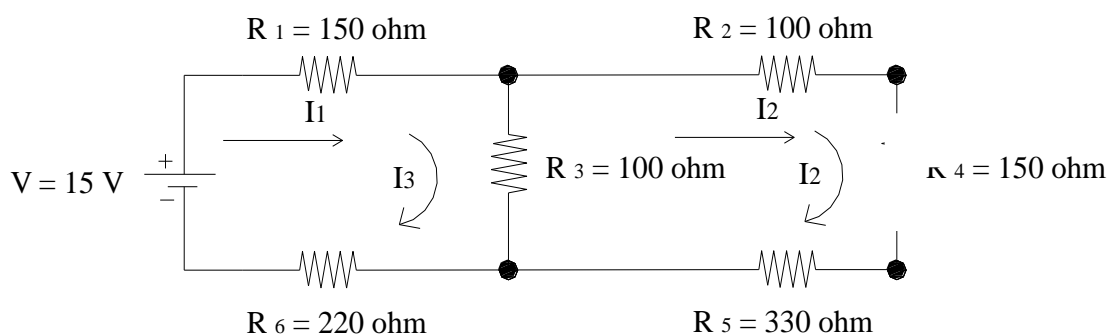
Componentes necessários para essa experimentação serão:

- 6 Resistores: 100 Ω ; 100 Ω ; 150 Ω ; 150 Ω ; 220 Ω e 330 Ω
- Multímetro
- Fonte Variável
- Protoboard (ou Matriz de Contatos)
- Cabos/Fios

2 - PRÁTICA

Questão 1 - Montagem:

- Utilizando o multímetro na escala de tensão, calibre a fonte de tensão para 15 V.
- Monte no Protoboard o circuito a seguir.



- Utilizando o multímetro na escala de tensão, meça as “quedas” de tensão ou d.d.p. (diferença de potencial) sobre cada um dos resistores e preencha a tabela a seguir :
- Utilizando o multímetro na escala de corrente, meça a corrente que circula através de cada um dos resistores e preencha a tabela a seguir:

IMPORTANTE: Lembre-se de que, para efetuar uma medida de corrente, é necessário que o circuito seja interrompido no local onde se deseja efetuar a medida da corrente, e o amperímetro deve ser inserido em série no circuito.

	TENSÃO SOBRE O RESISTOR V_R (Volt)	CORRENTE NO RESISTOR I_R (mA)
$R_1 = 150\Omega$	$V_{R1} =$	$I_{R1} =$
$R_2 = 100\Omega$	$V_{R2} =$	$I_{R2} =$
$R_3 = 100\Omega$	$V_{R3} =$	$I_{R3} =$
$R_4 = 150\Omega$	$V_{R4} =$	$I_{R4} =$
$R_5 = 220\Omega$	$V_{R5} =$	$I_{R5} =$
$R_6 = 330\Omega$	$V_{R6} =$	$I_{R6} =$

Questão 2 - Faça a leitura dos valores dos resistores, utilizando o código de cores. Utilizando o multímetro na escala de resistência, meça e anote estes valores, confirmando sua leitura.

IMPORTANTE: Não se esqueça da unidade de medida de resistência (Ω - ohm)

$R_1 =$ _____
 $R_2 =$ _____
 $R_3 =$ _____
 $R_4 =$ _____
 $R_5 =$ _____
 $R_6 =$ _____

3 – MODELO MATEMÁTICO

Questão 3 - Que Lei Física se deve aplicar para a resolução desse problema?

Questão 4 - Monte as equações do sistema do problema.

3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 5 – Selecione o tipo de sistema que se deve aplicar para a resolução desse circuito.

Adição -

Substituição -

Comparação -

Questão 6 - Resolva o sistema.

Questão 7 - Calcule os valores das tensões e das correntes que circulam através dos resistores utilizando LKT ou LKC.

Obs. – Já existe uma sugestão do sentido e das correntes, no desenho do circuito que foi montado.

4 – INTERPRETAÇÃO/COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Questão 8 - Como você compatibilizaria, isto é, compararia sua solução com os dados encontrados do problema?

Questão 9 – Os dados e a solução foram compatíveis?

Sim -

Não -

Se a resposta for não, justifique.

Questão 10 – Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores calculados? Explique.